Problemi di matematica · Classe 5ª Ragiono e risolvo

Ripassa la 5ª e preparati alla 1ª media

EduMaterial

INDICE

Unità 1 · Numeri grandi e calcolo ragionato	**2**
Unità 2 · Frazioni e unità di riferimento	**13**
Unità 3 · Decimali e percentuali	**24**
Unità 4 · Euro e compravendita	**35**
Unità 5 · Misure, equivalenze e tempo	**46**
Unità 6 · Geometria che fa ragionare	**57**
Unità 7 · Dati, relazioni e probabilità	**68**
Unità 8 · Problemi a più tappe	**79**
Ripasso finale	**90**
Soluzioni	**94**

COME USARE QUESTO QUADERNO

Ogni unità comincia con una pagina illustrata, poi seguono otto pagine di problemi. Nella colonna a lato c'è la teoria: perché un metodo funziona, quando non funziona, quale errore capita spesso, e un «Lo sapevi che...?». Leggila prima di cominciare e ogni volta che ti blocchi.

I problemi non sono da ricopiare: quasi sempre decidi tu come procedere, scopri quali dati mancano o sono di troppo, trovi l'errore di un compagno o cerchi tutte le soluzioni. In mezzo ci sono giochi di logica come criptosomme, quadrati magici e quadri logici, ognuno con una sola soluzione.

Alla fine di ogni unità «Mettiti alla prova» ti dice se hai capito e «La mia mappa» riassume le cose più importanti. Il ripasso finale mescola tutte e otto le unità. Le soluzioni mostrano ogni ragionamento con una breve spiegazione. Guardale solo dopo averci provato davvero.



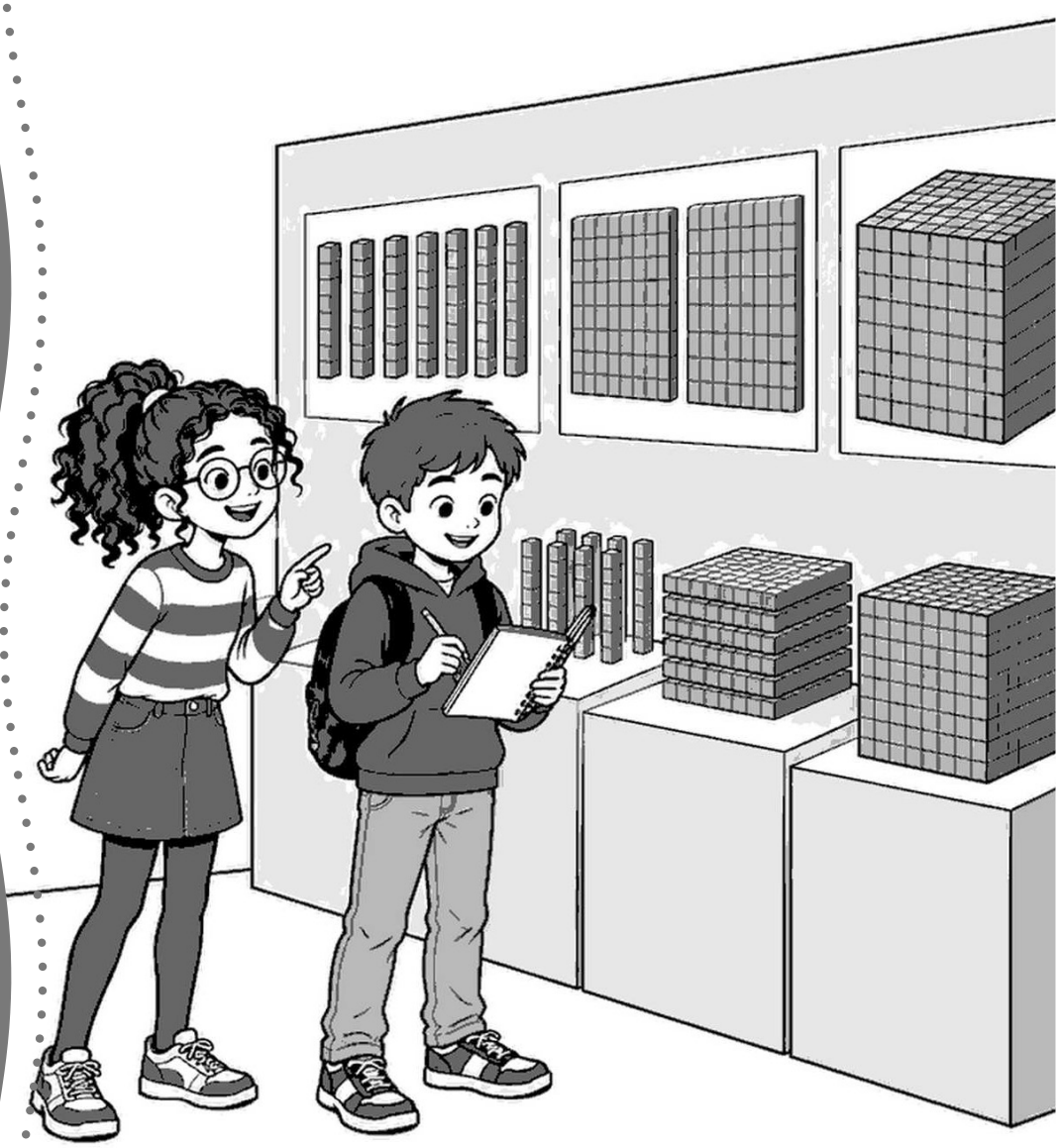
© 2026 EduMaterial. Tutti i diritti riservati. Nessuna parte di questo quaderno può essere riprodotta senza l'autorizzazione scritta dell'editore.

MATEMATICA

Unità 1 · Numeri grandi e calcolo ragionato

Giulia e Luca visitano una mostra sui numeri: barrette, piastre e grandi cubi mostrano che dieci unità fanno una decina, dieci decine un centinaio, e così via fino ai numeri enormi. In questa unità leggerai numeri fino ai miliardi e sceglierai il calcolo più furbo. Tornerai indietro dal risultato al numero di partenza, cercherai tutte le soluzioni e deciderai quali dati servono davvero.

RIPASSA LA 5ª E PREPARATI ALLA 1ª MEDIA. PARTI IN VANTAGGIO!



1. Il concerto in piazza



Per il concerto della sagra si vendono 12 960 biglietti. In piazza si montano tribune da 540 posti. Il Comune vuole decidere con una stima veloce quante montarne, senza lasciare nessuno in piedi.

a) Luca arrotonda tutti e due i numeri per eccesso: 13 000 : 600. Giulia: «Così qualcuno resta in piedi.» Ha ragione Giulia? Come si fa una stima sicura?

b) Poi si vendono altri biglietti e ora servono esattamente 25 tribune. Quanti biglietti in tutto, al minimo e al massimo?

2. Giulia e Luca scompongono i numeri con le potenze di 10.

a) Luca ha scritto $30\,405\,000 = 3 \times 10^6 + 4 \times 10^4 + 5 \times 10^3$. Quanto vale la sua scrittura? Correggila in due modi: cambiando solo gli esponenti, poi solo i numeri davanti alle potenze.

b) Luca cambia un solo esponente in $7 \times 10^8 + 7 \times 10^6$ e ottiene un numero di 10 cifre. Quali numeri può aver ottenuto? Trovali tutti.

3. Giulia pensa un numero di 7 cifre tutte diverse. Arrotondato ai milioni dà 5 000 000, alle centinaia di migliaia dà 4 500 000.

a) Il più piccolo possibile: _____

b) Il più grande possibile: _____

CHE COSA VALE UNA CIFRA

Ogni posizione vale dieci volte quella alla sua destra: 2 300 000 sono 23 centinaia di migliaia, ma anche 2 300 migliaia.

» **Numeri grandi:** si dividono in gruppi di tre cifre da destra: 4 060 200 000 si legge «quattro miliardi sessanta milioni duecentomila».

» **Potenze di dieci:** 10^3 vuol dire $10 \times 10 \times 10$, cioè 1 000. Un milione è 10^6, un miliardo è 10^9.

» **Scomposizione:** 60 400 è 6×10^4 più 4×10^2. Gli zeri non si scrivono, ma tengono il posto.

ARROTONDATO VUOL DIRE «CIRCA»

«Circa 70 000», arrotondato alle migliaia, è un numero qualsiasi da 69 500 a 70 499.

» **Stime sicure:** chiediti da che parte sbaglia la stima: se arrotondi un numero per eccesso, il risultato cresce o cala?

» **Errore tipico:** arrotondare a catena (38 499 → 38 500 → 39 000). Decide solo la cifra delle centinaia: 38 499 diventa 38 000.

Lo sapevi che...?

La parola «milione» è nata in italiano nel Medioevo: vuol dire «un grande mille».

CAMBIARE IL CALCOLO, NON IL RISULTATO

» **Sottrazione:** aggiungi o togli lo stesso numero al minuendo e al sottraendo:
803 – 297 = 806 – 300.
È la proprietà invariantiva.

» **Divisione:** moltiplica o dividi per lo stesso numero dividendo e divisore:
450 : 15 = 900 : 30 = 30.

» **Moltiplicazione:** spezza un fattore:
25 × 44 diventa
25 × 4 × 11, cioè
100 × 11 = 1 100.

QUANDO CONVIENE?

Una trasformazione conviene se rende tondo almeno un numero.
Nell'addizione sposti i due numeri in versi opposti:
398 + 247 = 400 + 245.
Nella sottrazione, nello stesso verso.

» **Errore tipico:** nella sottrazione, togliere a un numero e aggiungere all'altro:
503 – 198 non è
501 – 200, la differenza cambia di 4.

Lo sapevi che...?

Il segno × per moltiplicare lo introdusse nel XVII secolo l'inglese William Oughtred. Alla fine di quel secolo il tedesco Leibniz diffuse i due punti per dividere, usati ancora oggi nelle scuole italiane.

4. Le uova della cascina



Nella cascina vicino alla scuola si raccolgono 2 140 uova, da mettere in vassoi da 30. Luca divide a mente per 10 tutti e due i numeri:
214 : 3 = 71 con resto 1. Allora dice: «Si riempiono 71 vassoi e avanza 1 uovo.»

a) Luca ha ragione sui vassoi? E sulle uova che avanzano? Controlla e correggi.

b) Il giorno dopo le uova sono di più, ma sono ancora un numero che finisce con 0. Luca toglie di nuovo lo zero finale ai due numeri e trova ancora 71 vassoi, ma un resto diverso. Quante uova sono state raccolte?

5. Lo scuolabus percorre 99 km al giorno. Per i 46 giorni di scuola Luca scrive 46 × 99 = 4 600 – 1 = 4 599, perché «per moltiplicare per 99 si moltiplica per 100 e si toglie 1».

a) Luca doveva togliere _____, non 1. Con la stessa regola sbagliata, per un altro numero di giorni, Luca sbaglia di 44 km. Per quanti giorni ha fatto il calcolo? _____

b) Il pulmino della palestra fa 101 km al giorno. Dopo alcuni giorni il contachilometri, partito da 0, segna un numero di 4 cifre che si legge uguale anche da destra a sinistra, come 3 443. Senza fare divisioni in colonna, trova tutti i giorni che può aver viaggiato.

6. GIOCO La somma della sagra. Lettere diverse sono cifre diverse e nessun numero comincia con 0. Trova tutte le cifre.

	S	A	G	R	A
+	S	A	G	R	A
	F	E	S	T	A

A	E	F	G	R	S	T

7. La cassa del campo scuola



Al campo scuola la cassa comune della classe il primo giorno spende metà dei soldi per la gita in barca, il secondo incassa 30 € vendendo biscotti, il terzo spende per la pizzeria un terzo dei soldi di quel momento. Alla fine restano 180 €.

a) Luca: «Si è tolto un terzo, quindi aggiungo un terzo di 180 e fa 240.» Perché sbaglia? Quanti soldi c'erano prima della pizzeria?

b) Quanti soldi c'erano all'inizio? Cambiando l'ordine delle tre cose (metà e un terzo sempre dei soldi di quel momento), quali ordini lasciano più soldi? Quanti?

8. Due divisioni con resto: alcuni numeri si sono cancellati.

a) Giulia ha diviso per 7 un numero pari e ha ottenuto 13. Il resto, cancellato, era dispari. Quali numeri può aver diviso? Trovali tutti.

b) Luca ha diviso un numero minore di 150 e ha ottenuto 12 con resto 9, ma non ricorda il divisore. Scrivi tutte le divisioni possibili.

9. Luca pensa un numero. Fa due operazioni, «– 15» e «× 3», una volta ciascuna, ma non dice in quale ordine. Il risultato è 75.

a) Quali numeri può aver pensato Luca? Segnali tutti.

☐ 40 ☐ 30 ☐ 20 ☐ 10

b) Giulia parte da un numero più grande di 15 e fa le due operazioni nei due ordini. I due risultati sono…

☐ uguali per un solo numero ☐ sempre uguali

☐ sempre diversi di 30 ☐ diversi di 30 o di 45

TORNARE INDIETRO

Per ritrovare il numero di partenza si disfa prima l'ultima operazione, poi la penultima, e così via. Ogni operazione si disfa con la sua inversa: l'addizione con la sottrazione, la moltiplicazione con la divisione.

» **Errore tipico:** rifare la stessa operazione. Se alla fine si è aggiunto 15, tornando indietro si toglie 15, non si aggiunge di nuovo.

» **La prova:** rifai il calcolo in avanti partendo dal numero trovato. Se arrivi al risultato del testo, è giusto.

DIVISIONE CON RESTO

In ogni divisione con resto il dividendo è uguale al prodotto di divisore e quoziente, più il resto. Il resto è più piccolo del divisore: se non lo fosse, il divisore ci starebbe ancora una volta.

» **Esempio:** un numero diviso per 6 dà 9 con resto 4, quindi il numero è $6 \times 9 + 4 = 58$.

Lo sapevi che…?

La «prova del nove», che un tempo si imparava a scuola per controllare le moltiplicazioni, non scopre tutti gli errori: se si scambiano due cifre del risultato, riesce lo stesso.

L'ORDINE DEI CALCOLI

Prima le parentesi tonde, poi le quadre, poi le graffe: si lavora dall'interno verso l'esterno. Dentro e fuori dalle parentesi, moltiplicazioni e divisioni vengono prima di addizioni e sottrazioni.

» **Perché?** in 5 + 3 × 4 il 3 × 4 sono tre gruppi da 4, che stanno insieme. Fa 17, non 32.

» **Errore tipico:** fare i calcoli da sinistra a destra senza guardare i segni: 20 − 2 × 5 fa 10, non 90.

PARENTESI E STORIE

La parentesi tiene insieme ciò che la storia mette insieme: «3 scaffali, ognuno con 20 romanzi e 15 fumetti» si scrive 3 × (20 + 15).

Lo sapevi che...?

Prima delle parentesi, per tenere insieme una parte di calcolo si tracciava una linea sopra i numeri. Le parentesi tonde si diffusero soprattutto nel XVIII secolo.



10. La pizza di fine anno



Per la festa di fine anno 24 alunni e 3 maestre vanno in pizzeria. Ogni alunno prende una pizza da 7 € e una bibita da 2 €, le maestre solo la pizza. C'è uno sconto di 1 € a persona. La classe ha 250 €.

a) Giulia: 250 − 24 × (7 + 2) + 3 × 7 − 27 = 28 €. Che cosa sbaglia con maestre e sconto? Correggi con una coppia di quadre: quanto resta?

b) Ora lo sconto è solo per gli alunni. Luca: «Restano 3 € in meno.» Giulia: «No, 21 €.» Chi ha ragione? Scrivi una sola espressione e calcolala.

11. Giulia usa 8, 4, 3 e 2 in quest'ordine, i segni +, − e × una volta ciascuno in qualsiasi ordine e una coppia di parentesi. Ottiene 14.

a) Trova tutte le espressioni che Giulia può aver scritto.

b) Luca, con le stesse regole, ottiene 18, e le sue parentesi cambiano davvero il risultato. Che cosa ha scritto?

12. In 5 scatole ci sono 12 matite ciascuna. Luca toglie 4 matite da ogni scatola, poi aggiunge 3 matite sciolte.

a) Scrivi una storia di matite, con gli stessi numeri 5, 12, 4 e 3, che si racconti con 5 × (12 − 4 + 3). Quante matite ci sono alla fine?

b) Luca vuole 50 matite alla fine cambiando un solo numero della sua storia. Quale numero può cambiare? Trovali tutti.

13. Le squadre dell'oratorio estivo



All'oratorio estivo ci sono più di 100 ragazzi, ma meno di 200. L'animatore prova a dividerli in squadre tutte uguali. Con squadre da 3, da 4 o da 6 avanzano sempre 2 ragazzi. Con squadre da 5 non ne avanza nessuno.

a) Quanti possono essere i ragazzi? Trova tutte le possibilità.

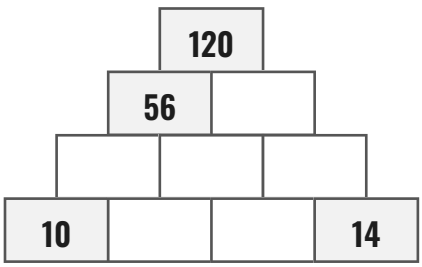
b) Luca dice: «Bastava sapere che con squadre da 6 ne avanzano 2, quindi ne avanzano 2 anche con squadre da 3 e da 4.» Ha ragione per le squadre da 3? E per quelle da 4?

14. Indovina il numero. Luca pensa un numero di due cifre. È un multiplo di 7. La somma delle sue cifre è un numero primo. Scambiando le sue cifre si ottiene un numero primo di due cifre.

a) Tutti i numeri che Luca può aver pensato.

b) Giulia dice: «Anche senza il primo indizio, la cifra delle decine del numero di Luca è sempre dispari.» Ha ragione? Perché?

15. GIOCO Piramide di numeri. Ogni mattone è la somma dei due mattoni che ha sotto. Trova tutti i numeri che mancano.



PERCHÉ I CRITERI FUNZIONANO

- **Ultima cifra:** per 2, 5 e 10 decide l'ultima cifra, perché ogni decina, centinaio e migliaio è già divisibile per 2, per 5 e per 10.
- **Somma delle cifre:** per 3 e per 9 si sommano le cifre. 4 518 dà 4 + 5 + 1 + 8 = 18, divisibile per 9, quindi lo è anche 4 518. Funziona perché 10 = 9 + 1, 100 = 99 + 1...
- **Ultime due cifre:** per 4 decidono le ultime due cifre, perché 100 è già divisibile per 4. Così 3 716 sì, perché 16 lo è.

NUMERI PRIMI

Un numero primo ha esattamente due divisori: 1 e se stesso. 1 non è primo, perché ha un solo divisore. 2 è l'unico primo pari.

- **Errore tipico:** credere primo un numero dispari che «sembra strano»: 51 = 3 × 17 e 91 = 7 × 13.
- **Due criteri insieme:** divisibile per 15 vuol dire divisibile per 3 e per 5.

Lo sapevi che...?

Nel XVI secolo il bolognese Pietro Antonio Cataldi dimostrò che 524 287 è primo: per quasi due secoli fu il più grande numero primo conosciuto.

SOPRA E SOTTO LO ZERO

I numeri relativi indicano una posizione rispetto a uno zero scelto: 0 °C, il piano terra, il livello del mare, la cassa vuota. Il segno – vuol dire «sotto» o «in meno».

» **Più freddo:** –8 °C è più freddo di –3 °C. Sulla retta sta più a sinistra, anche se 8 è più grande di 3.

» **Lo zero non è «niente»:** 0 °C non vuol dire che non c'è temperatura, e il piano 0 è un piano vero: lo zero è solo il punto da cui si conta.

QUANTO C'È TRA DUE NUMERI?

Per andare da –4 a 6 si arriva prima allo zero (4 passi), poi a 6 (altri 6 passi), quindi la distanza è 10.

» **Errore tipico:** fare 6 – 4 = 2, come se i due numeri stessero dalla stessa parte dello zero.

» **Leggi la scala:** su un termometro o su una retta, prima di contare le tacche controlla quanto vale ognuna.

Lo sapevi che...?

Circa duemila anni fa, in Cina, si facevano i calcoli con bastoncini colorati: un colore indicava i numeri positivi, un altro i numeri negativi.

16. Il termometro del rifugio



Alle 7:00 il termometro del rifugio segna –6 °C. Per alcune ore sale di 2 °C all'ora, poi scende di 3 °C all'ora. Alle 17:00 segna di nuovo –6 °C.

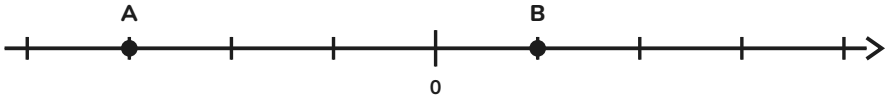
a) A che ora ha smesso di salire? Qual è stata la temperatura più alta?

b) Un altro giorno sale di 2 °C all'ora dalle 7:00 alle 13:00, poi scende di 3 °C all'ora. Alle 7:00 e alle 16:00 è sotto lo zero, alle 13:00 sopra. Quali temperature intere poteva segnare alle 7:00? Trovale tutte.

17. L'ascensore va dal piano –3 al piano 12; il piano terra è lo 0. Giulia sale di 8 piani, scende di 10, sale di 3 e arriva al piano terra.

Luca dice: «Giulia è partita dal piano 1, perché 8 – 10 + 3 = 1.» Che cosa sbaglia? Da che piano è partita Giulia? In quali altri ordini poteva fare i tre viaggi senza scendere sotto il –3?

18. Sulla retta 0 è il livello del mare; i numeri delle altre tacche si sono cancellati. A è un sub, B un gabbiano: tra loro ci sono 20 m di dislivello.



a) Se il sub scendesse finché la sua distanza dal gabbiano raddoppia, a che quota arriverebbe?

☐ –40 m ☐ –35 m ☐ –55 m ☐ –30 m

b) Un pesce sott'acqua è più vicino al sub che alla superficie. A che quota può essere? Possono essere più di una: segnale tutte.

☐ –20 m ☐ –10 m ☐ –7 m ☐ –5 m

19. La lapide della fontana



Sulla lapide della fontana c'è l'anno di costruzione in numeri romani. Un pezzo si è staccato e si legge MDCCC□XI: mancava un solo simbolo.

a) Quali anni può indicare la lapide? Trovali tutti e spiega perché gli altri simboli non vanno bene.

b) Luca: «Un numero più grande ha più simboli romani.» Trova due anni dell'Ottocento che gli danno torto.

20. Luca parte da un numero naturale e alterna «+ 5» e «× 2», cominciando con «+ 5». Da 3 ottiene 3, 8, 16, 21, 42…

a) Giulia parte da un altro numero naturale e, dopo la partenza, trova 86. Da quali numeri può essere partita? Trovali tutti.

b) Perché 87 non può mai essere il terzo numero?

21. Giulia mette in fila quattro tessere con i simboli romani C, L, X e I. Valgono solo le scritture permesse.

a) Scrivi tutti i numeri che Giulia può formare.

b) Luca aggiunge una quinta tessera, uguale a una delle quattro: «Con una tessera in più si scrivono più numeri.» Quale tessera deve aggiungere per avere ragione? Prova con C, L, X e I.

I NUMERI ROMANI

I Romani usavano sette simboli: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1 000. I valori si sommano, dal più grande al più piccolo (le coppie contano come un simbolo solo): CLXII = 162.

» **Sottrazione:** un simbolo più piccolo prima di uno più grande si toglie, ma solo in sei coppie: IV, IX, XL, XC, CD, CM. Davanti se ne mette uno solo: 8 è VIII, non IIX; 99 è XCIX, non IC.

» **Dopo una coppia:** viene solo un simbolo più piccolo di quello tolto; prima della coppia mai lo stesso simbolo tolto: XIX sì; IXI, XLX e CCCD no.

» **Al massimo tre:** lo stesso simbolo si ripete al massimo tre volte di seguito: 40 è XL, non XXXX. V, L e D compaiono una volta sola.

SUCCESSIONI

Una regola si controlla su tutti i numeri noti: dopo 2 e 4 può venire 6 (sempre + 2) oppure 8 (sempre × 2).

» **Errore tipico:** tornando indietro dopo un «× 2», togliere 2 invece di dividere per 2.

Lo sapevi che…?

Al Colosseo, a Roma, gli archi d'ingresso erano numerati: su alcuni si leggono ancora i numeri romani incisi.

PRIMA LA DOMANDA

Leggi la domanda prima dei numeri: solo così sai quali dati servono. Un dato superfluo è vero, ma non serve per rispondere. Un dato mancante non si può ricavare da nessuna parte.

» **La domanda nascosta:** spesso serve prima un numero che il testo non chiede: per un prezzo totale, prima quante persone sono in tutto.

» **Non manca:** quello che tutti sanno non è un dato mancante: una settimana ha 7 giorni, un'ora ha 60 minuti.

CONTROLLA LA RISPOSTA

Alla fine chiediti: il numero ha senso? Ha l'unità di misura giusta? Risponde proprio alla domanda, o solo a una domanda intermedia?

» **Errore tipico:** usare tutti i numeri del testo solo perché ci sono.

Lo sapevi che...?

Il più antico libro di aritmetica stampato in Europa che si conosca è l'«Aritmetica di Treviso», del XV secolo. Era scritto in volgare, non in latino, e insegnava ai giovani mercanti a fare i conti.

22. La gita in treno



Le due quinte, 24 alunni ciascuna, vanno al museo in treno, andata e ritorno, con almeno una maestra ogni 15 alunni. Il treno di andata parte alle 8:15. Ogni viaggio costa 8 € per un alunno e 12 € per un adulto. Il museo costa 5 € ad alunno, gratis per le maestre. La scuola ha 1 100 €.

a) Quante maestre servono, al minimo? Con loro, i 1 100 € bastano?

b) Il museo offre un biglietto di gruppo: 200 € fino a 50 paganti. Luca: «Siamo in 52, non si può.» Ha ragione? Usandolo, i soldi bastano?

23. La biblioteca ha 12 400 libri e ne compra 150 al mese, senza toglierne. Un quarto è per ragazzi. Apre 5 giorni a settimana. Rispondi o scrivi il dato che manca.

Domanda	Si può rispondere?	Risposta o dato che manca
Aprendo anche il sabato, in quanti mesi supererebbero 13 000?		
In quale mese i libri supereranno 15 000?		
Quanti libri per ragazzi ci saranno tra un mese?		

24. Il Comune regala 3 alberi a ogni classe della scuola; un albero costa 45 €. Nella scuola ci sono 312 alunni.

a) Quale dato basta aggiungere per conoscere la spesa? Segnali tutti.

- ☐ il numero delle classi
- ☐ gli alunni di ogni classe, se le classi sono tutte uguali
- ☐ gli alunni della classe più numerosa
- ☐ il prezzo di un albero

b) Spesa: 1 665 €. Meno della metà delle classi, ma almeno una, ha un albero in più. Quante classi può avere la scuola? Segnale tutte.

☐ 13 ☐ 12 ☐ 11 ☐ 10

Mettiti alla prova

1. **Un numero di 9 cifre, arrotondato ai milioni, è 250 000 000. Arrotondato alle centinaia di migliaia è 249 500 000.**

a) Quanti numeri diversi possono essere? _____

b) Alle decine di migliaia, quanti arrotondamenti diversi si possono ottenere? _____

2. **Nell'espressione 30 – 6 × 3 + 2 metti una sola coppia di parentesi tonde.**

a) Dove la metti per ottenere 10? E per ottenere 0?

b) Luca dice: «Una coppia di parentesi cambia sempre il risultato.» Trova un posto in cui non lo cambia.

3. **Luca pensa un numero di due cifre. Diviso per 4 dà resto 3. Diviso per 5 dà resto 4. La somma delle sue cifre è 12.**

a) Il numero di Luca è _____

b) Cambia l'indizio sulla somma con un altro che lasci solo 79. _____

4. **La cassa della festa di classe**

La cassa della festa di classe parte da 0 €. Lunedì si spendono 60 €, martedì si incassano 25 €, mercoledì si spendono 40 €. Giovedì si incassa un'altra somma: giovedì sera la cassa ha un saldo positivo, ma minore di 20 €.

a) Quanto si può aver incassato giovedì? Trova tutte le possibilità in euro interi.

b) Quanti euro interi si sarebbero dovuti incassare martedì, al minimo, perché il saldo più basso fosse soltanto quello di lunedì?

5. **Luca mette le sue figurine in pacchetti da 9 e riempie 14 pacchetti; qualche figurina può avanzare. Giulia fa lo stesso: riempie anche lei 14 pacchetti da 9, ma ha 7 figurine più di Luca.**

Quante figurine può avere Luca? Trova tutte le possibilità.