

Basisvaardigheden rekenen voor de Pabo



Noordhoff

Sieb Kemme, Willem Uittenbogaard

5^e editie

Basisvaardigheden rekenen

voor de Pabo

Willem Uittenbogaard
Sieb Kemme (eindredactie)

Vijfde druk

Noordhoff

Ontwerp omslag: G2K Creative Agency (Groningen/Amsterdam)

Omslagillustratie: iStockphoto

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan:

Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13,
9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontleen.

0 / 24



© 2024 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, Nederland

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN (ebook) 978-90-01-03562-4
ISBN 978-90-01-03561-7 NUR 123
NUR 123

Woord vooraf

Dit boek is een *oefenboek* voor (aankomende) eerstejaarsstudenten (in deeltijd- of voltijdstudie) aan de pabo, die de kernzaken van het rekenen op de basisschool willen ophalen.

Ook studenten die zich via de zogenoemde zij-instroom of via het mbo bij de pabo aanmelden, kunnen zich met dit boek snel inwerken in de hedendaagse eisen van het rekenen op de basisschool.

We hebben gekozen voor een directe koppeling tussen uitleg en oefening. Op de linker pagina staat steeds een korte uitleg; op de naastliggende rechter pagina staan de bijbehorende oefenopgaven. De kale antwoorden van deze opgaven vind je achter in het boek. Op het digitale leerplatform studiemeester staan alle uitwerkingen van de opgaven.

Bij de vijfde druk

Aan het eind van het eerste studiejaar op de pabo moeten alle studenten de WisCat-toets zien te halen. Zie voor een voorbeeld de website van het CITO. De domeinindeling in dit boek sluit aan bij de vier domeinen van deze rekentoets. Zo kun je je zorgvuldig voorbereiden op de toets. Aan het eind van het boek vind je voorbeelden van toetsopgaven voor de WisCat-toets.

Het hoofdrekenen is een apart onderdeel van de WisCat-toets. De *hoofdrekenopgaven* hebben een **blauwe** kleur. Het is de bedoeling dat je die opgaven maakt *zonder gebruik te maken van pen en papier en rekenmachine*. Op verzoek van gebruikers is een aantal onderwerpen toegevoegd die strikt genomen niet getoetst zullen worden, maar die de mogelijkheid tot verdieping bieden en zo een aansluiting naar het vervolgonderwijs in de hogere leerjaren vergemakkelijken.

Met een extra paragraaf *Doordenkers* kun je op een uitdagende manier oefenen met probleemoplossende strategieën.

Wij hopen dat dit boek zal bijdragen aan de basiskennis van het rekenen en aan een grotere vaardigheid in het rekenen, zoals dat op de basisschool, maar ook in het leven van alledag een rol speelt. Om goed rekenonderwijs te kunnen geven, moet je zelf in ieder geval de basisvaardigheden perfect beheersen. Graag danken wij iedereen die commentaar op opgaven en antwoorden heeft geleverd. Voor zover mogelijk zijn deze commentaren in deze druk verwerkt.

Najaar 2023

Willem Uittenbogaard

Sieb Kemme (eindredactie)

Inhoud

Domein Getallen en bewerkingen 6

1 Getallen 7

- 1.1 Tientallig stelsel 8
- 1.2 Plus en min 10
- 1.3 Negatieve getallen 12
- 1.4 Kenmerken van deelbaarheid 14
- 1.5 Machten en wortels 16
- 1.6 Grote en kleine getallen 18
Extra oefenen 20

2 Rekenen 23

- 2.1 Handig optellen en aftrekken 24
- 2.2 Keer 26
- 2.3 Gedeeld door 28
- 2.4 Rekenen met negatieve en positieve getallen 30
- 2.5 Volgorde van bewerkingen 32
- 2.6 Hoofdrekenen en de rekenmachine 34
- 2.7 Rekenen uit en mét het hoofd 36
Extra oefenen 38

3 Rekenproblemen 41

- 3.1 Hoe pak je het aan? 42
- 3.2 Patronen en regelmaat 44
Extra oefenen 46

4 Kolomsgewijs rekenen en cijferen 47

- 4.1 Optellen en aftrekken 48
- 4.2 Vermenigvuldigen 50
- 4.3 Delen 52
- 4.4 Delen en de rest 54
- 4.5 De rekenmachine gebruiken 56

5 Schattend rekenen 59

- 5.1 Afronden 60
- 5.2 Het hoeft niet altijd precies 62
- 5.3 Het kan niet altijd precies 64

Domein Breuken, kommagetallen, verhoudingen en procenten 66

6 Breuken 67

- 6.1 Handig rekenen met breuken 68
- 6.2 Breuken op de getallenlijn 70
- 6.3 Optellen en aftrekken 72
- 6.4 Vermenigvuldigen 74
- 6.5 Delen 76
- 6.6 Samenhang van kommagetallen en breuken 78
- 6.7 Op volgorde zetten 80
Extra oefenen 82

7 Verhoudingen 85

- 7.1 Wat zijn verhoudingen? 86
- 7.2 De verhoudingstabel 88
- 7.3 Vergelijken 90
Extra oefenen 92

8 Procenten 95

- 8.1 Wat zijn procenten? 96
- 8.2 Het geheel en het deel van 98
- 8.3 Percentage erbij en eraf 100
- 8.4 Pas op met procenten 102
Extra oefenen 104

Domein Meten en meetkunde 106

9 Meten 107

- 9.1 Meten en maten 108
- 9.2 Lengte en schaal 110
- 9.3 Oppervlakte en omtrek 112
- 9.4 Inhoud 114
- 9.5 Vergroten en verkleinen 116
- 9.6 Overige grootheden 118
Extra oefenen 120

10 Meetkunde 123

- 10.1 Oriënteren 124
- 10.2 Construeren 126
- 10.3 Werken met vormen en figuren 128
- 10.4 Omvormen en aanvullen 130
- 10.5 Formules voor oppervlakte en omtrek 132
- 10.6 Formules voor inhoud 134
Extra oefenen 136

Domein Informatieverwerking 140

11 Statistiek en kans 141

- 11.1 Tellen en tabellen 142
- 11.2 Staaf- en lijngrafieken 144
- 11.3 Sectordiagrammen 146
- 11.4 Gemiddelde 148
- 11.5 Centrummaten 150
- 11.6 Wat is kans? 152
- 11.7 Rekenen met kans 154
Extra oefenen 156

12 Toegepast rekenen 159

- 12.1 Hoe pak je het aan? 160
- 12.2 Verbanden: tabellen en grafieken 162
- 12.3 Verbanden: formules maken en gebruiken 164
- 12.4 Eenvoudige vergelijkingen 166
- 12.5 Vergelijkingen met twee onbekenden 168
Extra oefenen 170

Voorbeelden van toetsopgaven 171

Doordenkers 181

Het metrieke stelsel 185

Referentiematen en hoeveelheden 188

Antwoorden 192

Illustratie-verantwoording 229

Over de auteurs 230

Domein Getallen en bewerkingen

1 Getallen

- 1.1 Tientallig stelsel
- 1.2 Plus en min
- 1.3 Negatieve getallen
- 1.4 Kenmerken van deelbaarheid
- 1.5 Machten en wortels
- 1.6 Grote en kleine getallen
Extra oefenen

2 Rekenen

- 2.1 Handig optellen en aftrekken
- 2.2 Keer
- 2.3 Gedeeld door
- 2.4 Rekenen met negatieve en positieve getallen
- 2.5 Volgorde van bewerkingen
- 2.6 Hoofdrekenen en de rekenmachine
- 2.7 Rekenen uit en mét het hoofd
Extra oefenen

3 Rekenproblemen

- 3.1 Hoe pak je het aan?
- 3.2 Patronen en regelmaat
Extra oefenen

4 Kolomsgewijs rekenen en cijfers

- 4.1 Optellen en aftrekken
- 4.2 Vermenigvuldigen
- 4.3 Delen
- 4.4 Delen en de rest
- 4.5 De rekenmachine gebruiken

5 Schattend rekenen

- 5.1 Afronden
- 5.2 Het hoeft niet altijd precies
- 5.3 Het kan niet altijd precies

1 Getallen



- 1.1 Tientallig stelsel 8
- 1.2 Plus en min 10
- 1.3 Negatieve getallen 12
- 1.4 Kenmerken van deelbaarheid 14
- 1.5 Machten en wortels 16
- 1.6 Grote en kleine getallen 18
- Extra oefenen 20

1.1

Tientallig stelsel

Cijfers en getallen

De **cijfers** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9 zijn bouwstenen van **getallen**.

Getallen maak je door cijfers achter elkaar te zetten. In het getal 123 bijvoorbeeld, staat de 1 voor 100, de 2 voor 20 en de 3 voor 3, dat kun je ook schrijven als: $1 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 1$.

100, 10, 1 zijn machten van 10. Getallen zijn dus opgebouwd uit cijfers en machten van 10. Ook de plaats van het cijfer doet mee: hoe verder naar links, hoe groter de macht van 10. Dit heet het **tientallig stelsel**.

Voorbeeld 1

$$73.906 = 7 \times 10.000 + 3 \times 1.000 + 9 \times 100 + 0 \times 10 + 6 \times 1$$

Kommagetallen

Voor getallen kleiner dan 1 gebruik je de **omgekeerde machten** van 10:

$$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1.000}, \dots$$

De positie van het cijfer achter de komma bepaalt de waarde.

Voorbeelden 2

- $0,1 = 1 \times \frac{1}{10}$; $0,01 = 1 \times \frac{1}{100}$; $0,001 = 1 \times \frac{1}{1.000}$
- $0,123 = 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100} + 3 \times \frac{1}{1.000}$
- $0,7306 = 7 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100} + 0 \times \frac{1}{1.000} + 6 \times \frac{1}{10.000}$

Vermenigvuldigen en delen door 10

27,3 is twee tientallen (T) en zeven eenheden (E) en drie tienden (t).

Als je 27,3 vermenigvuldigt met 10 krijg je 273: twee honderdtallen (H) en zeven tientallen en drie eenheden: 273. Alle cijfers schuiven dus één positie naar links.

Bij $27,3 : 10$ krijg je twee eenheden, zeven tienden en drie honderdsten (h), dus 2,73. Alle cijfers schuiven één positie naar rechts.

$\begin{array}{r} \text{H T E, t h} \\ 27,3 \\ \swarrow \downarrow \searrow \\ \times 10 \quad 273 \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{H T E, t h} \\ 27,3 \\ \swarrow \downarrow \searrow \\ : 10 \quad 2,73 \end{array}$
---	---

Voorbeelden 3

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> - $123 \times 10 = 1.230$ - $123 \times 100 = 1.230 \times 10 = 12.300$ - $0,123 \times 100 = 12,3$ | <ul style="list-style-type: none"> $73.906 : 10 = 7.390,6$ $73.906 : 100 = 739,06$ $1,03 : 100 = 0,0103$ |
|--|--|

Oefenen

Uit het hoofd

- 1** a Splits 5.089 in duizendtallen, honderdtallen enzovoort.
b Splits ook 50.890 508,9 50,89 en 5,089.
- 2** a Spreek 1.134 uit; ook in het Engels.
b Welk essentieel verschil merk je op?
- 3** a Uit hoeveel cijfers bestaat het getal 320.698?
b Hoeveel eenheden, tientallen, honderdtallen, duizendtallen, ... bevat het getal?
c Verwissel de cijfers zó, dat het getal zo groot mogelijk wordt.
d En daarna zó, dat het zo klein mogelijk wordt.
- 4** Streep in het getal 51.790.128 drie cijfers door (je mag niet de volgorde van de cijfers veranderen) zodat:
a het overblijvende getal zo groot mogelijk is.
b het overblijvende getal zo klein mogelijk is.
- 5** a $23 \times 1.000 =$ d $23 : 10 =$ g $2,3 \times 100 =$
b $538 \times 100.000 =$ e $23 : 100 =$ h $2,3 : 100 =$
c $10.000 \times 10.000 =$ f $23 : 1.000 =$ i $0,023 : 10 =$
- 6** a Hoeveel hele getallen zijn er vanaf 1 tot 10, vanaf 10 tot 100, vanaf 100 tot 1.000, ...?
b Wat is het grootste hele getal?
- 7** Het Romeinse getalsysteem is net als ons talsysteem tientallig. Het is echter geen *plaatswaardesysteem* maar een *optelsysteem*. De Romeinse cijfers zijn: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1.000. Ze schreven 4 als IV, 9 als IX en 90 als XC. Zet de onderstaande Romeinse getallen om in ons systeem:
- | | |
|--------------------------------|-----------------------------------|
| <p>a MDCCLXII</p> <p>b MIM</p> | <p>c MCDXCII</p> <p>d MDCCCLI</p> |
|--------------------------------|-----------------------------------|
- 8** Zoek op internet op welke machten van 10 horen bij: miljoen, miljard, biljoen, biljard, triljoen en triljard.
Hoe noem je de volgende machten van 10?
- | | |
|--|---|
| <p>a 10^8</p> <p>b 10^{10}</p> | <p>c 10^{17}</p> <p>d 10^{23}</p> |
|--|---|

1.2 Plus en min

De **vier hoofdbewerkingen** zijn: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

In de optelling $2 + 3$ heten de getallen 2 en 3 de **termen**.

Ook in een aftrekking van twee getallen noem je die getallen de termen.

5 is de **som** van 2 en 3. De **som** is de uitkomst van een optelling.

1 is het **verschil** van 3 en 2. Het **verschil** is de uitkomst van een aftrekking.

Optellen en aftrekken doe je in **volgorde**.

Optellen gaat dus niet voor aftrekken.

Een **bewerking tussen haakjes** moet je eerst uitvoeren.

Voorbeelden 1

$$- \quad 27 - 17 + 35 - 45 = 10 + 35 - 45 = 45 - 45 = 0$$

Dus eerst $27 - 17 = 10$, dan $10 + 35 = 45$ en ten slotte $45 - 45 = 0$.

$$- \quad 18 - (15 - 11) = 18 - 4 = 14$$

Eerst reken je uit wat tussen haakjes staat.

Eigenschappen:

De **wisseleigenschap** heet ook wel *commutatieve* eigenschap.

De wisseleigenschap voor optellen: bij optellen mag je de volgorde verwisselen.

Voor aftrekken geldt de wisseleigenschap niet: $3 - 2 \neq 2 - 3$.

De **schakeleigenschap** heet ook wel *associatieve* eigenschap.

De schakeleigenschap voor optellen: bij optellen van drie of meer getallen kun je kiezen welke optelling je eerst doet. Zo kun je soms handiger rekenen.

Let op!

Voor aftrekken geldt de schakeleigenschap niet:

$$8 - 4 - 3 \neq 8 - (4 - 3) \quad (\text{in dit geval reken je dus eerst } 4 - 3 \text{ uit}).$$

Voorbeelden 2

$$- \quad 2 + 3 = 3 + 2 \quad (\text{de wisseleigenschap})$$

$$- \quad (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4) \quad (\text{de schakeleigenschap})$$

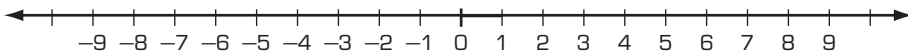
1.3

Negatieve getallen

Voorbeelden 1

- Het vriest vijf graden. Je zegt dan dat het -5 is.
- € 50 negatief betekent: mijn saldo is $-\text{€ } 50$.
- In de ondergrondse parkeergarage gaat de lift tot verdieping -4 .
- Met $-6,74$ meter NAP is de Zuiderplaspolder in Nieuwerkerk aan den IJssel officieel het laagste punt van Nederland.

Met de getallenlijn kun je de positieve en negatieve getallen in beeld brengen.



Het getal 0 is de scheiding tussen de positieve en de negatieve getallen. Rechts van de 0 staan de **positieve** getallen, links de **negatieve** getallen.

Voorbeelden 2

- -9 °C is kouder dan -5 °C .
- Etage -4 in de parkeergarage is lager dan etage -1 .
- $-6,74$ meter NAP is dieper dan $-1,25$ NAP.

Je kunt twee negatieve getallen in grootte met elkaar vergelijken. Het rechter getal is **groter** dan het linker getal. En het linker getal is **kleiner** dan het rechter getal.

9 is dus groter dan 5. Maar -9 is kleiner dan -5 !

Daarvoor kun je de speciale tekens $<$ en $>$ gebruiken. Het teken $<$ betekent: ‘kleiner dan’. Je kunt dat onthouden door er de hoofdletter K (van Kleiner) van te maken. Het teken $>$ betekent ‘groter dan’.

Voorbeelden 3

Kijk goed op de getallenlijn waar de getallen staan.

- $-9 < -5$ en $-5 > -9$
- $-1 < 1$ en $1 > -1$
- $-0,5 < 0,1$ en $0,1 > -0,5$.

Een **tegoed** van € 90 heft een **schuld** van € 90 op: $(+90) + (-90) = 0$.
 $+90$ heet de **teggengestelde** van -90 en -90 heet de **teggengestelde** van $+90$.
 Je schrijft: $-90 + 90 = 0$.

De som van een negatief getal en zijn tegengestelde is 0:

In een formule: $g + (-g) = 0$, hierin is g weer een willekeurig te kiezen getal.

Oefenen

Uit het hoofd

- 1**
- a** $100 - 200 + 300 - 400 =$
b $10,5 - 21 + 31,5 - 42 =$
c $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100 =$
- 2** Vul < of > in:
- a** $-5 \dots 5$ **c** $0 \dots -10$ **e** $1,25 \dots 0,25$ **g** $\frac{1}{3} \dots \frac{1}{4}$
b $5 \dots -5$ **d** $-8 \dots 13$ **f** $-1,25 \dots -2,75$ **h** $-10.000 \dots -100$
- 3** Vul < of > in:
- a** $3,5 \dots 3,7$ **c** $-\frac{31}{4} \dots -3,5$ **e** $-1,2 \dots -0,8$ **g** $-0,1 \dots 0$
b $-3,5 \dots -3,7$ **d** $-1.031 \dots -1.030,5$ **f** $-2 \dots -20$ **h** $0 \dots -0,1$
- 4** Rick moet van de getallen 7, 9, 9, 5, 8, 6, 5 het gemiddelde uitrekenen. Hij denkt dat het ongeveer 7 moet zijn. Hij schrijft de afwijkingen van 7 op: 0, +2, +2, -2, +1, -1, -2.
- a** Bereken de som van deze afwijkingen.
b Hoe ver zit hij ernaast?
- 5**
- a** Lisa staat € 31,25 rood. Zij krijgt haar salaris en op haar bankrekening staat dan op € 1.637,95. Hoeveel is dat salaris?
b Koen heeft op zijn bankrekening een saldo van € 39. Hij pint € 20 en ontvangt zijn salaris van € 43 als krantenbezorger. Ook betaalt hij nog een telefoonrekening van € 22. Hoeveel is zijn saldo nu?
- 6** Welke hele getallen kun je op de stippeltjes invullen:
 $-7,1 < \dots < 10$?
- 7** Als je in de dampkring omhoog gaat, daalt de temperatuur.
- a** Wat wordt de temperatuur als het van 18°C 45°C kouder wordt?
b Wat wordt de temperatuur als het van -46°C 6°C warmer wordt?

1.4

Kenmerken van deelbaarheid

Voorbeelden 1

- $58 = 2 \times 29$
- $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$
- $42 = 2 \times 3 \times 7$

Een geheel getal kun je schrijven als een vermenigvuldiging van andere gehele getallen. Dit heet **ontbinden in factoren**.

De factoren heten de **delers** van dat getal: 29 is een *deler* van 58.

Een **priemgetal** is een getal dat precies twee verschillende delers heeft: 1 en zichzelf. De eerste tien priemgetallen zijn:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 en 29.

Je kunt een geheel getal altijd ontbinden tot er alleen maar **priemfactoren** staan.

Ontbinden van een getal kan heel handig zijn bij het hoofdrekenen.

Om een getal te kunnen ontbinden zoek je naar de delers van dat getal.

De **even getallen** zijn alle gehele getallen die deelbaar zijn door 2: 2, 4, 6, 8 etc.

Alle andere gehele getallen zijn de **oneven getallen**: 1, 3, 5, 7, 9 etc.

Een getal is deelbaar door:

- 3 als de som van de cijfers deelbaar is door 3;
- 4 als het getal gevormd door de laatste twee cijfers een viervoud is;
- 5 als het getal eindigt op een 0 of een 5;
- 6 als het getal deelbaar is door 2 én door 3;
- 9 als de som van de cijfers deelbaar is door 9;
- 10 als het getal eindigt op een 0;

Voorbeelden 2

- 867 is deelbaar door 3 want $8 + 6 + 7 = 21$ en $21 = 3 \times 7$.
- 7.324 is deelbaar door 4 omdat 24 een viervoud is.
- 876 is deelbaar door 6 want het is deelbaar door 2 en 3.
- 62.541 is deelbaar door 9 want $6 + 2 + 5 + 4 + 1 = 18 = 2 \times 9$.

Delen door nul?

$18 : 6 = 3$ omdat $3 \times 6 = 18$.

Hoe gaat dit als de deler 0 is? Welke waarde heeft $1 : 0$?

Anders gezegd, welk getal moet je op de stip zetten zodat $0 \times \bullet = 1$?

Wat je ook op de stip zet, altijd geldt dat $0 \times \bullet = 0$.

Dus delen door 0 gaat niet.

Delen door 7

Voor delen door 7 heb je geen eenvoudige regel. Het beste kun je snel zevens 'wegdoen'.

Bijvoorbeeld: is 87.654 deelbaar door 7?

Doe 70.000 weg. Je hebt dan 17.654 over. Doe 14.000 (7×2.000) weg. Nu heb je 3.654 over. Doe 3.500 (7×500) weg: 154 over. Doe 140 (7×20) weg: 14 over, $14 = 2 \times 7$. Dus 87.564 is deelbaar door 7.

De rest na een deling

15 is niet deelbaar door 7. Toch kun je de deling maken. Maar je houdt dan een rest over. $15 : 7 = 2 \times 7 + 1$. Je zegt: '15 gedeeld door 7 is 2 met rest 1.'

Je gaat net zo lang door met delen tot de rest kleiner is dan het getal waarvoor je deelt.

Voorbeeld 3

Bereken $3.697 : 12$.

Je splitst telkens een 12-voud tot het niet verder kan.

$$3.697 = 3.600 + 60 + 36 + 1.$$

$$3.697 : 12 = (3600 + 60 + 36) : 12 + (1 : 12) = (300 + 5 + 3) + (1 : 12)$$

Het resultaat is $308 + 1 : 12$.

De deling gaat 308 keer met rest 1.

Je kunt natuurlijk ook een staartdeling maken.

Oefenen

Uit het hoofd

- Welke van de volgende getallen zijn deelbaar door 2, door 3, door 4, door 5, door 9, door 10?
435 786 1.053 100 169 548 196 900.918 303.030 12.345 103
- Welke van deze getallen zijn priemgetallen?
17 41 49 57 59 2 81 93 101 117 119 151 153
 - Ontbind de volgende getallen in priemfactoren:
24 25 26 27 28 29 en 30.
 - Bepaal alle delers van 90 en van 84.
 - Welke delers hebben deze getallen gemeenschappelijk?
- Bepaal de resten van de volgende delingen:

a $231 : 2$	c $4.016 : 3$	e $126 : 4$
b $1.753 : 5$	d $12.345 : 9$	f $769 : 7$

1.5

Machten en wortels

Voorbeelden 1

- Een schaakbord is acht vakjes breed en acht vakjes lang. In totaal heeft het bord $8 \times 8 = 64$ vakjes.
 8×8 schrijf je als 8^2 . Je zegt: ‘acht kwadraat’ of ‘acht tot de macht 2’.



- De kubus is vier blokjes breed, vier blokjes diep en vier blokjes hoog. De kubus bestaat uit $4 \times 4 \times 4 = 64$ blokjes.
 $4 \times 4 \times 4$ schrijf je als 4^3 . Je zegt: ‘vier tot de derde’ of ‘vier tot de macht 3’.

$$2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1.024 \approx 10 \times 10 \times 10 = 10^3.$$

$$4,5 \text{ Mb} = 4,5 \text{ miljoen bytes} = 4,5 \times 1.000.000 \text{ bytes} = 4,5 \times 10^6 \text{ bytes}.$$

Bij **machtsverheffen** vermenigvuldig je een getal een aantal keren met zichzelf.

Bij 7^{12} wordt het getal 7 twaalf keer met zichzelf vermenigvuldigd.

7 is het **grondtal** en 12 is de **macht** of de **exponent**.

Het omgekeerde van machtsverheffen is **worteltrekken**.

Voorbeelden 2

- Je kunt 8 schrijven als 2^3 , dus 8 is een derde macht van 2. Je zegt: ‘2 is de derdemachtswortel van 8’. Je schrijft: $2 = \sqrt[3]{8}$
- $5 = \sqrt{25}$ want je kunt 25 schrijven als tweede macht van 5, want $5^2 = 25$.
- $2 = \sqrt[10]{1.024}$ want je kunt 1024 schrijven als tiende macht van 2: $2^{10} = 1.024$.

Bij worteltrekken staat het grondtal bij het wortelteken.

Bij de tweedemachtswortel laat je de 2 in het wortelteken meestal weg.

Met de $\sqrt{\quad}$ -knop op je rekenmachine kun je een tweedemachtswortel uitrekenen.

Op een eenvoudige rekenmachine kun je meestal geen hogere machts-wortels uitrekenen.

Oefenen

Uit het hoofd

- 1 a $4^4 =$ b $3^3 =$ c $10^3 =$ d $10^{10} =$
- 2 Vul $<$, $>$ of $=$ in:
 a $10^2 \dots 2^{10}$ c $3^4 \dots 4^3$
 b $2^4 \dots 4^2$ d $100^2 \dots 2^{100}$
- 3 a $\sqrt{49} =$ c $\sqrt{10.000} =$
 b $\sqrt{121} =$ d $\sqrt{1.000.000} =$
- 4 a $\left(\frac{1}{3}\right)^3 =$ c $\left(\frac{1}{2}\right)^{10} =$
 b $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$ d $\left(\frac{9}{10}\right)^2 =$
- 5 a $0,5^2 =$ c $1,1^2 =$
 b $0,2^3 =$ d $0,01^2 =$
- 6 a $\sqrt{\frac{1}{4}} =$ c $\sqrt{\frac{64}{81}} =$
 b $\sqrt{\frac{9}{100}} =$ d $\sqrt{\frac{1}{1.000.000}} =$
- 7 Vul in $<$, $>$ of $=$. Gebruik eventueel een rekenmachientje.
 a $\sqrt{4} \dots 2\sqrt{2}$ c $\sqrt{1.000} \dots 10\sqrt{10}$
 b $\sqrt{100} \dots 10\sqrt{1}$ d $36\sqrt{4} \dots 4\sqrt{36}$
- 8 a $2^4 + 4^2 =$ c $2^4 : 4^2 =$
 b $2^4 \times 4^2 =$ d $10^3 - 10^2 =$
- 9 a $\sqrt[3]{8} =$ c $\sqrt[3]{1.000} =$ e $\sqrt[3]{3.375} =$
 b $\sqrt[3]{125} =$ d $\sqrt[3]{1.331} =$
- 10 a $10^5 : 10^2 =$ c $(10^5)^2 =$
 b $10^2 \times 10^5 =$ d $10^5 - 10^2 =$

Waar komt het wiskundige woord 'wortel' vandaan?

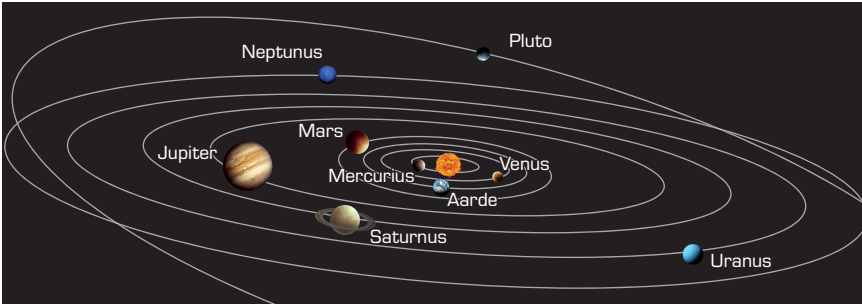
De Arabische wiskundigen noemden de waarde van de onbekende x in een vergelijking met $x^2 =$ 'gahr' of 'gidhr'. In een Indiase taal betekent dat 'wortel van een plant'.

Ons wortelteken was oorspronkelijk een R van het Latijnse woord 'radix' voor 'wortel' (de krul van de R en de stok van een handgeschreven hoofdletter R). Deze R werd voor het eerst gebruikt door Leonardo van Pisa (1220). Het symbool zoals we dat nu kennen is bedacht door Christoff Rudolff (1499-1545).

1.6

Grote en kleine getallen

Voorbeelden van grote getallen



De afstand naar de zon is ongeveer 150 miljoen kilometer.

150.000.000 kilometer = $1,5 \times 10^8$ km. Deze afstand wordt een **astronomische eenheid** (AE) genoemd.

De afstand tot de dichtstbijzijnde ster *Proxima Centauri* is ongeveer 286.000 AE.

Voor afstanden tussen de sterren is de AE een te kleine maat. Sterrenkundigen bedachten een nieuwe maat: het **lichtjaar**. Dat is de afstand die licht in één jaar aflegt. Met een lichtsnelheid van 300.000 km/sec. is dat $300.000 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 \approx 9,5 \times 10^{12}$ km.

Een lichtjaar is ongeveer gelijk aan 63.241 AE.

Voorbeelden van kleine getallen

1 mm = $\frac{1}{10}$ cm. Dit wordt vaak geschreven als $1 \text{ mm} = 0,1 = 10^{-1}$ cm.

Op dezelfde manier schrijf je $1 \text{ cm} = \frac{1}{100}$ meter = $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 0,01$ meter = 10^{-2} meter.

Een duizendste deel van een millimeter is ongeveer de afmeting van het kleinste deeltje dat nog onder een lichtmicroscop kan worden waargenomen.

Een duizendste van een millimeter wordt een micrometer (μ) genoemd.

$$1 \mu = \frac{1}{1.000} \text{ mm} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = 0,001 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ mm}$$

Je schrijft: $1 \mu = 10^{-3} \text{ mm} = 10^{-6} = 0,000001 \text{ m}$.

Een **nanometer** (nm) is gelijk aan 10^{-9} meter, dus 0,000.000.001 meter of een miljardste meter. $1 \text{ nm} = 10^{-3} \mu = 10^{-6} \text{ mm}$.

Voor zeer grote en zeer kleine getallen wordt vaak de **wetenschappelijke notatie** gebruikt. Je schrijft een getal als $g \times 10^n$, waarbij g meestal een getal is tussen 1 en 10.

De betere rekenmachines gebruiken deze notatie ook voor grote en kleine getallen. Staat er in het venster van de machine $3,5 \text{ E } -5$ dan wordt bedoeld: $3,5 \times 10^{-5} = 3,5 : 100.000 = 0,000035$.

Voorbeeld 1

Op 19 april 2023 telde Nederland 17.858.062 inwoners (bron: CBS). Dat zijn er ongeveer 17.900.000 als je afrondt op drie cijfers nauwkeurig.

In de wetenschappelijke notatie schrijf je: $17,9 \times 10^6$ of $1,79 \times 10^7$.

Op een rekenmachine 1,79E7 of 1,79e + 7.

Oefenen

- Je ziet eerst twee voorbeelden van omzetting naar wetenschappelijke notatie, afgerond op 2 decimalen nauwkeurig: $68.734.800 = 6,87 \times 10^7$ en $0,000555555 = 5,56 \times 10^{-4}$.
Doe hetzelfde met:
 - 65.375.000
 - 0,0000000017775
- Je ziet eerst twee voorbeelden van omzetting van wetenschappelijke notatie naar gewone notatie: $1,45 \times 10^{-3} = 0,00145$ en $2,267 \times 10^{11} = 226.700.000.000$.
Doe hetzelfde met:
 - $6,201 \times 10^7 =$
 - $4,56 \times 10^{-4} =$
- Rekenen met grote en kleine getallen:
 - $5 \times 10^5 + 4 \times 10^4 =$
 - $5 \times 10^{-5} + 4 \times 10^{-4} =$
 - $5 \times 10^5 \times 4 \times 10^4 =$
 - $5 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-4} =$
 - $5 \times 10^5 : 4 \times 10^4 =$
 - $(5 \times 10^{-5}) : (4 \times 10^{-4}) =$
- Sirius is de helderste ster aan onze hemel. De afstand tot Sirius is ongeveer 8,5 lichtjaar. Dat wil zeggen dat het licht van Sirius er 8,5 jaar over doet om ons te bereiken. Hoeveel km is Sirius bij ons vandaan?
Schrijf dit ook in wetenschappelijke notatie.
- De afstand van de aarde naar de maan is ongeveer 484.400 km.
Hoeveel AE is dat?
- De afstand tussen Mars en de aarde wisselt sterk. De maximale afstand is ongeveer 400 miljoen kilometer. Maar Mars kan de aarde ook tot op een afstand van 'slechts' 56 miljoen kilometer naderen.
Hoeveel seconden doet een lichtsignaal erover om vanuit de aarde Mars te bereiken bij de grootste afstand en bij de kleinste afstand?

Extra oefenen

1.1 Tientallig stelsel

- 1
 - a Teken een getallenlijn (10 cm) van 0 tot 0,1 en teken daarop de punten die horen bij 0,02 0,09 0,05 en 0,01.
 - b Hoeveel getallen liggen er tussen 0 en 0,1?
 - c Is er een kleinste getal tussen 0 en 1?

- 2 De Romeinse cijfers zijn: I = 1, V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, M = 1.000. Ze schreven 4 als IV, 9 als IX en 90 als XC.
 - a Welk getal stelt MDCXLVIII voor?
 - b Schrijf 2024 op zijn Romeins.
 - c Wat is het grote verschil met ons systeem?



1.2 Plus en min

- 3 De bewerkingen kun je met formules aangeven. De formule $a + b$ stelt een optelling voor van twee vrij te kiezen getallen a en b . In de volgende tabel kom je een aantal van deze formules tegen. Zet in de tabel welke eigenschap voor die formule geldt. Bedenk telkens goed van tevoren wat de formules voorstellen.

Formule	Wisseigenschap	Schakeigenschap
$a + b$	ja	niet van toepassing
$a - b$		
$(a + b) + c$		
$(a + b) - c$		
$(a - b) - c$		
$(a - b) + c$		

1.3 Negatieve getallen

- 4 a In de nacht van 25 op 26 december was de laagste temperatuur gemeten in Nederland $-8,7$ °C. Op woensdag 30 december was het 's middags $15,5$ °C. Hoeveel graden was het toen warmer?
- b Op 27 januari was de maximumtemperatuur in Friesland $-1,1$ °C, de minimumtemperatuur was die dag $6,9$ °C kouder. Hoe koud was het op het koudste moment?
- c Straalvliegtuigen vliegen meestal op een hoogte van 10 km. Het is daar 55 °C onder nul. Als het in Amsterdam op de grond 20 °C boven nul is, hoe groot is dan de temperatuuurdaling per 100 meter hoogteverschil?

1.4 Kenmerken van deelbaarheid

- 5 Van welke twee getallen is het product 147 en het quotiënt 3?
- 6 Bepaal het kleinste getal dat deelbaar is door 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9.
- 7 Zet in $42?98$ een cijfer op de plaats van het vraagteken zodat het getal deelbaar is door 6.
- 8 De eerste vier negenvouden zijn 9, 18, 27 en 36.
 - Schrijf de volgende zes negenvouden op.
 - Hoe zie je hierin het deelbaarheidskenmerk van 9 terug?
- 9 Omcirkel in het honderdveld 2 en streep daarna alle tweevouden door. Omcirkel daarna 3 en streep alle drievouden door. Ga zo door. Waarom houd je zo alle priemgetallen beneden 100 over?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Extra oefenen

1.5 Machten en wortels

- 10** a $2\sqrt{4} - 4\sqrt{1} =$ c $10\sqrt{100} - 100\sqrt{1} =$
 b $4\sqrt{4} - 3\sqrt{4} =$ d $10\sqrt{2.500} - 25\sqrt{100} =$
- 11** a $\sqrt{0,04} =$ c $\sqrt{6,25} =$
 b $\sqrt{2,25} =$ d $\sqrt{0,81} =$
- 12** a $\sqrt[3]{8} =$ c $\sqrt[3]{0,125} =$
 b $\sqrt[3]{27} =$ d $\sqrt[3]{1.331} =$

- 13** Een kubusvormig bakje heeft een inhoud van 3.375 cm^3 . Hoe lang is de ribbe?

1.6 Grote en kleine getallen

- 14** De staatsschuld bedraagt op dit moment (mei 2023) ruim € 450 miljard. De schuld daalt met € 350 per seconde.
- Hoelang duurt het voordat de schuld een miljoen lager is?
 - En hoelang voordat er een miljard af is?
 - Hoeveel bedraagt de schuld per inwoner (17,8 miljoen inwoners)?
 - De helft van de Nederlanders heeft een inkomen uit werk. Hoeveel is de staatsschuld per werkende inwoner?
 - Een munt van € 1 is 2,2 mm dik aan de rand. Hoe hoog is een stapel van € 450 miljard?
- 15** Volwassen mensen hebben tussen de 100.000 en 150.000 haren op hun hoofd. Onze haren groeien ongeveer 0,3 mm per dag. Hoeveel groeit je haar in een jaar?
- 16** Fijn haar heeft een dikte van 0,04 mm. Volumineus haar heeft een dikte van 0,14 mm.
- Met hoeveel tegen elkaar gelegde fijne haren heb ik een cm op een rij?
 - En met hoeveel tegen elkaar gelegde volumineuze haren?
 - En hoeveel cm is een rij van 100.000 hoofdharen tegen elkaar gelegd? Bereken dit voor zowel de fijne als voor de volumineuze haren.