Basisboek Mechanica

Noordhoff

Daniel Baldé

2e editie

Basisboek Mechanica

Daniël Baldé

Tweede editie

Noordhoff Groningen / Utrecht

Ontwerp omslag: Shootmedia
Omslagillustratie: Daniël Baldé

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontlenen.

MIX
Papier | Ondersteunt verantwoord bosbeheer
FSC® C118189

0 / 25

ISBN(ebook) 978-90-01-03914-1
ISBN 978-90-01-03911-0
NUR 802

Woord vooraf

Bij praktijkgericht onderwijs hoort ook praktijkgericht studiemateriaal. Met die gedachte is dit Basisboek Mechanica geschreven. Na een korte en kernachtige uitleg van de theorie wordt deze toegepast in de vele uitgewerkte praktijkvoorbeelden. Hierdoor is het voor de student ook eenvoudiger om de theorie en de praktijk aan elkaar te koppelen. Daardoor zijn de onderwerpen van de mechanica ook direct toe te passen in de projecten waar studenten aan werken. In het boek worden de vakken mechanica en constructies, net als in de praktijk, niet los van elkaar gezien. De mechanica wordt als gereedschap gebruikt om de constructieve vraagstukken op te lossen.

Het boek bestaat uit vier delen. In deel A wordt de mechanica behandeld die als basis dient om eenvoudige praktijkvoorbeelden uit te kunnen rekenen. Doordat veel uitgewerkte voorbeelden terugkomen bij verschillende onderwerpen en hoofdstukken is het mogelijk om de samenhang van de verschillende onderdelen van de praktijkvraagstukken te zien. Dezelfde opzet wordt ook in deel B toegepast, alleen dan met complexere mechanica, toegepast op complexere constructies.

In deel C wordt vooral gekeken naar de stabiliteit van constructies. Er wordt gekeken naar de algehele stabiliteit van de constructie en naar de lokale stabiliteit van de constructie.

Aan de hand van veel praktijkvoorbeelden worden in deel D de meest voorkomende berekeningen behandeld die betrekking hebben op hout-, beton- en staalconstructies. Hierbij worden de berekeningen uitgevoerd volgens de verschillende materiaalgebonden Eurocodes.

Op www.studiemeister.noordhoff.nl staan de volledige uitwerkingen van alle opgaven. Het boek is daarom, samen met de vele uitgewerkte rekenvoorbeelden in het boek zelf, uitermate geschikt voor zelfstudie.

In deze tweede editie zijn opmerkingen en tips van lezers en gebruikers van het boek meegenomen, waarvoor hartelijk dank!

Daniël Baldé

Inhoud

DEEL B

DEEL A

In de mechanica, en dan het onderdeel statica, gaan we ervan uit dat de constructies of objecten in evenwicht zijn. Als er geen evenwicht in de constructie is, dan bezwijkt de constructie of is de vervorming van de constructie heel groot.

Als we kijken naar een constructie dan zijn de volgende vier punten van belang:
Er moet **uitwendig evenwicht** zijn. Dat betekent dat de ondersteuningen van de constructie sterk genoeg moeten zijn om de belastingen uit de constructie te dragen.

Er moet **inwendig evenwicht** zijn. Dat betekent dat de krachten in de constructiedelen en in de verbindingen opgenomen moeten kunnen worden door de constructiedelen en verbindingen.
De **spanningen** moeten opgenomen kunnen worden door de constructie. De inwendige krachtswerking levert een bepaalde kracht per oppervlak. Dit noemen we een spanning. Als de spanning die optreedt groter is dan de spanning die het materiaal kan opnemen, bezwijkt het constructiedeel.
De **vervorming** moet beperkt blijven. Als de vervorming groter is dan de voorgeschreven richtlijnen voldoet een gebouw(deel) niet meer.

We nemen als voorbeeld een brug.

Als de pijlers onder het brugdek niet sterk genoeg zijn, dan stort de brug in. Als de pijlers sterk genoeg zijn alleen het brugdek kan de krachten niet dragen, stort de brug in.
Als de krachten in een ligger zo groot zijn dat de maximale spanning in de ligger overschreden wordt, zal de ligger ook bezwijken.
Als de brug wel sterk genoeg is, maar het dek buigt te veel door, zal het verkeer er niet overheen willen rijden en is de brug dus ongeschikt.

We zijn dus op zoek naar het punt waarop de constructie (net niet) stuk gaat of (net niet) te veel doorbuigt.
Dat betekent dus dat we voor een constructie of constructiedeel alle vier de aspecten moeten meenemen omdat aan alle vier de voorwaarden voldaan moet worden.

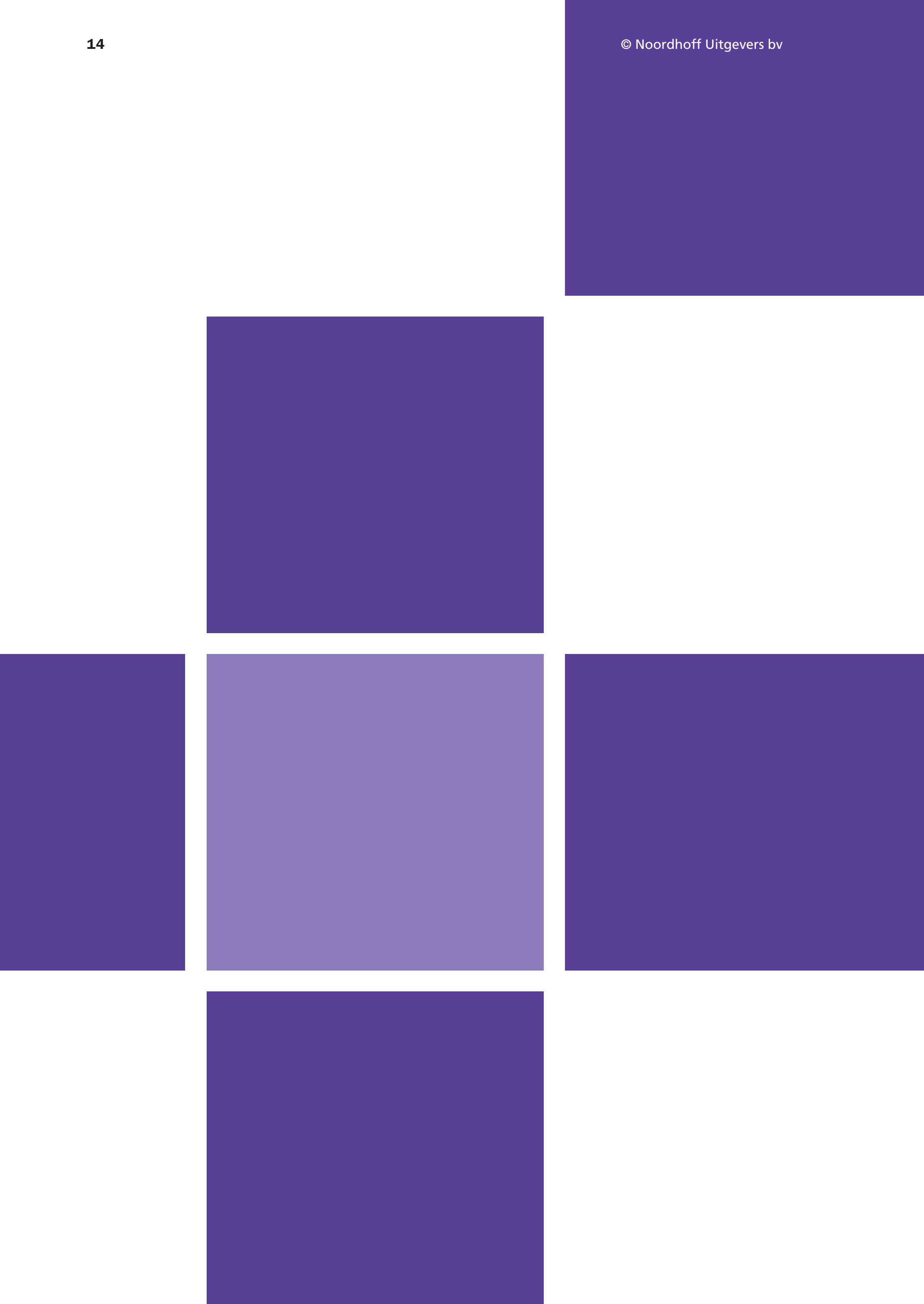
Methode
We zullen de theorie behandelen aan de hand van eenvoudige voorbeelden, gerelateerd aan de praktijk. De constructies in deel A zijn statisch bepaalde liggers op twee steunpunten, met of zonder overstek, geknikte liggers en

ingeklemde liggers. We maken gebruik van rechthoekige doorsnedes en standaard staalprofielen. In deel A zullen alle vier de aspecten worden behandeld. In het begin worden er ter vereenvoudiging soms formules gebruikt die in deel B pas afgeleid en verder uitgelegd worden. Hierdoor kunnen we toch integraal naar een constructie kijken. Door met eenvoudige constructies te beginnen en dit stap voor stap moeilijker te maken, raak je meer vertrouwd met de verschillende aspecten doordat je ze steeds herhaalt op steeds complexere onderwerpen. Veel rekenvoorbeelden komen in verschillende hoofdstukken terug. Hierdoor kan er integraal naar een constructiedeel gekeken worden. In de praktijk zul je ook alle vier de aspecten mee moeten nemen in de berekeningen. In onderstaande tabel staat in welke paragrafen aan hetzelfde praktijkvoorbeeld gerekend wordt.

	Uitwendig evenwicht	**Inwendig evenwicht**	**Normaal spanning**	**Buig-spanning**	**Schuif-spanning**	**Vervorming**
Houten ligger op twee steunpunten met puntlast	5.2.1	6.2.1		8.2.1	9.2.1	10.3.1
Stalen ligger op twee steun-punten met q-last	5.2.2	6.2.2		8.2.2	9.2.2	10.3.2
Ingeklemde stalen ligger met puntlast	5.2.3	6.2.3		8.2.3	9.2.3	10.3.3
Ingeklemde stalen kolom met schuine puntlast	5.2.4	6.2.4		8.2.4	9.2.4	10.3.4
Uitkragende gelamineerde ligger met q-last	5.2.5	6.2.5		8.2.5		10.3.5
Geknikte ligger op twee steunpunten	5.2.6	6.2.6	7.2.2	8.2.6		
Geknikte ingeklemde ligger	5.2.7	6.2.7	7.2.3	8.2.7		10.3.7
Uitkragende ligger met driehoeksbelasting	5.2.8	6.2.8	7.3.1	8.2.8		
Geknikte schuine ligger met sneeuwbelasting	5.2.9	6.2.9		8.2.9		
Geknikte schuine ligger met windbelasting	5.2.10	6.2.10		8.2.10		

Door de vele uitgewerkte rekenvoorbeelden en de beschikbare uitwerkingen bij het boek is het ook uitermate geschikt voor zelfstudie. De stof die behandeld wordt in deel A vormt een goede en noodzakelijke basis voor de stof van de delen B, C en D.

Omdat mechanica meer is dan alleen maar sommen maken, wordt in de eerste hoofdstukken eerst uitgelegd wat een mechanicaschema is, hoe je de belastingen moet bepalen met de Eurocode en hoe de belastingen afgedragen worden op de verschillende constructie onderdelen. Hierdoor wordt het begrijpelijker wat je aan het uitrekenen bent en is het makkelijker om de koppeling te maken met de praktijk. Het leereffect wordt daarmee ook groter.



1 Krachten en momenten

Leerdoelen
Na het bestuderen van dit hoofdstuk moet je in staat zijn om:
- de resultante van meerdere krachten te berekenen en te tekenen;
- krachten te kunnen ontbinden;
- met behulp van de momentenstelling de evenwichtssituatie te berekenen;
- bovenstaande te kunnen toepassen op eenvoudige praktijksituaties.

Om aan constructies te kunnen rekenen met behulp van de mechanica is het belangrijk om te weten wat krachten zijn en hoe je ermee kunt rekenen. Soms werken er meerdere krachten op een bouwwerk en dan is het belangrijk om het effect van al die krachten samen te kunnen berekenen. Want hoe maak je nu evenwicht als krachten op verschillende punten staan? In dit hoofdstuk gaan we het effect van meerdere krachten berekenen en we berekenen hoe we de verschillende krachten in evenwicht kunnen brengen.

1.1 Kracht en massa

Onder een **kracht** verstaan we de oorzaak van de verandering van de toestand van rust of beweging van een object of lichaam.

Dat betekent dat als er geen kracht op een object werkt, dat het object in rust blijft of zijn eenparig rechtlijnige beweging houdt **(Eerste wet van Newton)**.

Als er wel een kracht op een object werkt, kan het object vanuit rust in beweging komen, of de beweging zal veranderen. Deze verandering van beweging kan zowel de richting als de snelheid beïnvloeden **(Tweede wet van Newton)**.

Figuur 1.1

Een kracht heeft een grootte, een richting en een **aangrijpingspunt**. Denk bijvoorbeeld aan een betonkubel die aan een stalen kabel in een kraan hangt. De grootte wordt bepaald door het gewicht van de betonkubel, de richting werkt vanwege de zwaartekracht naar beneden en het aangrijpingspunt is dat punt waar de kubel aan de kabel bevestigd is.

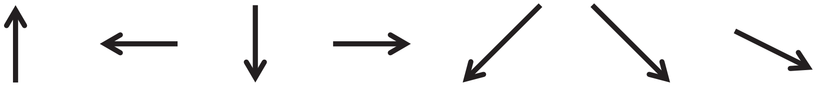
Een kracht geven we het vaakst aan met de F van Force.
De eenheid van kracht is **Newton** (N).
De grootte van de kracht wordt bepaald door de zwaartekracht te vermenigvuldigen met de massa.
De zwaartekracht of de aantrekkingskracht op aarde is 9,81 m/s^2.
In de praktijk ronden we dit af op 10 m/s^2. De massa van een object drukken we uit in kilogram (kg).
Zo vinden we: N = kg · m/s^2.

VOORBEELD 1
Een persoon van 100 kg levert een belasting van:

$F = 100 \cdot 10 = 1.000$ N = 1 kN

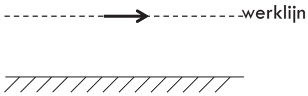
Een kracht geven we weer met behulp van een pijl, ook wel een **vector** genoemd. De richting van de pijl geeft aan in welke richting de kracht werkt.

Probeer bij elke pijl een kracht te bedenken.



Figuur 1.2

De **werklijn** is de lijn waarlangs een kracht werkt. Een kracht mag over zijn werklijn verplaatst worden, als de grootte en richting gelijk blijven.



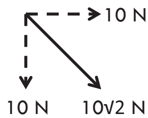
Figuur 1.3

Een **resultante kracht** is een kracht die hetzelfde effect heeft als meerdere krachten die op hetzelfde object werken. Dit noemen we ook wel het **samenstellen van krachten**.
Als er met een kracht van 200 N naar links getrokken wordt en met een kracht van 300 N naar rechts, dan is de resultante 100 N naar rechts.

Figuur 1.4

Daarnaast kun we een kracht ook **ontbinden** in meerdere krachten. Een kracht die onder een hoek werkt, kunnen we ontbinden in een horizontale en in een verticale component.

VOORBEELD 2
Stel dat een kracht onder 45° werkt en een grootte heeft van $10\sqrt{2}$ N. Dan kunnen we deze ontbinden in een horizontale kracht van 10 N en een verticale kracht van 10 N. Het effect van deze twee krachten samen is gelijk aan de schuine kracht van $10\sqrt{2}$ N.



Figuur 1.5

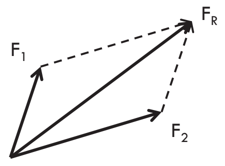
1.2 De resultante kracht

Je kunt de resultante kracht op twee manieren bepalen:
- **grafisch**, dus door te tekenen
- **analytisch**, dus door te rekenen

Om grafisch de resultante te kunnen bepalen, moeten de krachten wel op schaal en in de juiste richting getekend worden. Je moet de resultante wel goed kunnen meten.

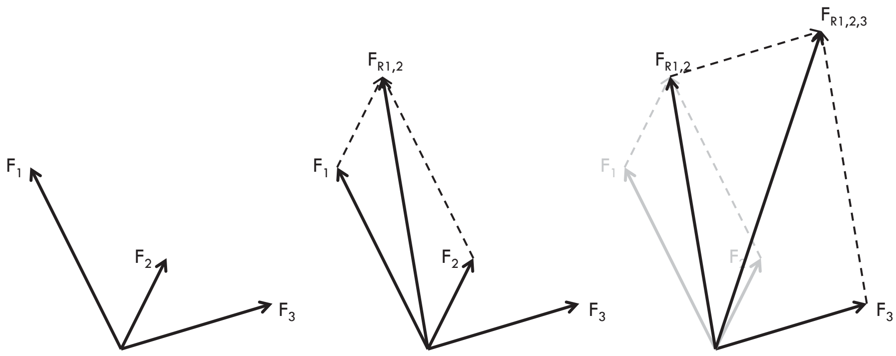
Je kunt de resultante grafisch bepalen met behulp van een **parallellogram**. Bij de parallellogram methode kun je de resultante bepalen door de twee krachten te gebruiken om een parallellogram te tekenen.

Teken krachten evenwijdig aan F_1 en F_2, aan het eind van respectievelijk F_2 en F_1. De resultante F_R is de kracht die loopt van het begin van F_1 en F_2 naar dat punt waar de evenwijdig getrokken lijnen weer samenkomen.



Figuur 1.6

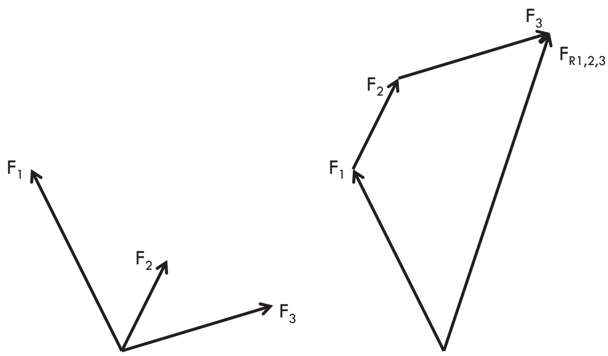
Het is ook mogelijk om op deze manier meerdere krachten samen te stellen door per keer twee krachten samen te stellen. Eerst bepalen we de resultante $F_{R1,2}$ van de krachten F_1 en F_2. Vervolgens gaan we met behulp van een parallellogram de resultante $F_{R1,2}$ samenvoegen met F_3. Hiermee vinden we de resultante $F_{R1,2,3}$ van de drie krachten F_1, F_2 en F_3.



Figuur 1.7

Een andere manier is door de pijlen achter elkaar te zetten. Het begin van de volgende pijl teken je aan het eind van de vorige pijl. Dit noemen we de **kop-staart methode**.

De resultante vind je dan door het begin van de eerste pijl en het eind van de laatste pijl met elkaar te verbinden. Door de juiste schaalverdeling aan te houden, kun je de grootte van de resultante kracht meten.



Figuur 1.8

Als we de resultante van schuine krachten analytisch willen bepalen, moeten we deze schuinen krachten ontbinden in een horizontale en een verticale component. Daarna kunnen we alle horizontale krachten bij elkaar optellen en alle verticale krachten bij elkaar optellen en daarmee de resultante berekenen.

Het **ontbinden** van krachten is het tegenovergestelde van het samenvoegen van krachten. Dus bij het ontbinden van een kracht gaan we op zoek naar twee krachten die hetzelfde resultaat geven als de oorspronkelijke kracht.

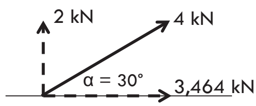
VOORBEELD 3

Een kracht van 4 kN die onder een hoek van 30° werkt, kunnen we ontbinden met behulp van goniometrie.

Er geldt: $\cos 30 = \dfrac{F_h}{4} \rightarrow F_h = 4 \cdot \cos 30 = 2\sqrt{3} = 3{,}464$ kN

$\sin 30 = \dfrac{F_v}{4} \rightarrow F_v = 4 \cdot \sin 30 = 2$ kN

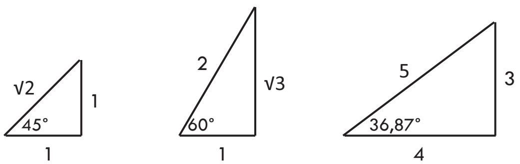
De kracht van 4 kN kunnen we dus ontbinden in een verticale kracht van 2 kN en een horizontale kracht van 3,464 kN.



Figuur 1.9

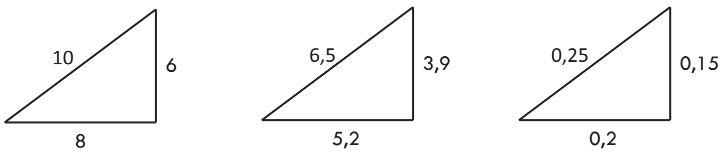
We kunnen het antwoord controleren met behulp van de stelling van Pythagoras: $2^2 + 3{,}464^2 = 4^2$. Dit klopt.

Er wordt vaak gebruik gemaakt van de verhoudingen van de volgende driehoeken.



Figuur 1.10

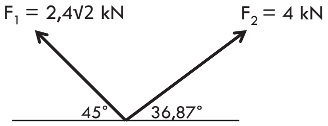
Het gaat altijd om een veelvoud van de zijden. Dus als bij het rechter figuur, de 3-4-5 steek, de rechte zijden 8 en 6 zijn, dus twee keer zo groot, dan is de schuine zijde ook twee keer zo groot, 10 dus. Je kunt dit altijd controleren met de stelling van Pythagoras. Controleer de andere figuren ook.



Figuur 1.11

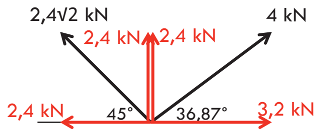
VOORBEELD 4

Bepaal de grootte en de richting van de resultante van de krachten F_1 en F_2.



Figuur 1.12

Vanwege de verhoudingen bij 45° zijn de horizontale en verticale ontbondene allebei 2,4 kN.
De '5' van de 3-4-5 steek is nu 4. Dat betekent dat alle zijden met 0,8 vermenigvuldigd zijn. Hieruit volgt dat de horizontale ontbondene gelijk is aan $4 \cdot 0{,}8 = 3{,}2$. De verticale ontbondene is gelijk aan $3 \cdot 0{,}8 = 2{,}4$.



Figuur 1.13

De som van alle verticale krachten is 2,4 + 2,4 = 4,8 kN naar boven.
De som van alle horizontale krachten is -2,4 + 3,2 = 0,8 kN naar rechts.
Met behulp van de stelling van Pythagoras kunnen we de grootte van de resultante berekenen:

$$\sqrt{4{,}8^2 + 0{,}8^2} = \sqrt{23{,}68} = 4{,}87$$

Figuur 1.14

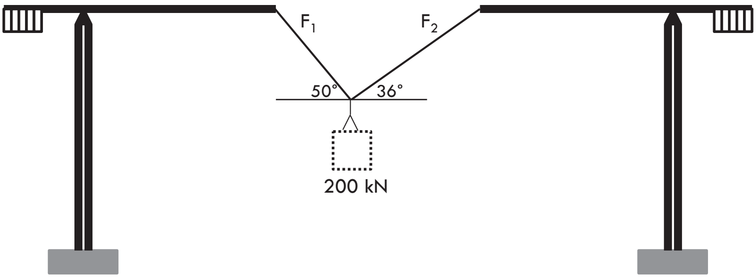
Met behulp van de tangens kunnen we hoek α berekenen.

$$\tan^{-1}\left(\frac{4{,}8}{0{,}8}\right) = 80{,}54°$$

VOORBEELD 5

Een betonnen element van 200 kN wordt door twee kranen tegelijk opgetild volgens de schematische weergave in figuur 1.15.
Hoe groot zijn de krachten F_1 en F_2 in de kabels?

De krachten in de kabels kunnen we ontbinden in horizontale en verticale componenten.
Verder weten we dat de horizontale componenten elkaar in evenwicht houden en dat de verticale componenten samen 200 kN moeten zijn omdat het geheel in evenwicht is.
Bedenk goed dat het teken voor krachten die in tegengestelde richting werken negatief is. Welke richting je positief aanneemt, is niet belangrijk.



Figuur 1.15

De som van de horizontale krachten is nul: $F_{1h} - F_{2h} = 0$
De som van de verticale krachten is nul: $F_{1v} + F_{2v} = 200$

$$\cos 50 = \frac{F_{1h}}{F_1} \rightarrow F_{1h} = \cos 50 \cdot F_1$$

$$\cos 36 = \frac{F_{2h}}{F_2} \rightarrow F_{2h} = \cos 36 \cdot F_2$$

$$\sin 50 = \frac{F_{1v}}{F_1} \rightarrow F_{1v} = \sin 50 \cdot F_1$$

$$\sin 36 = \frac{F_{2v}}{F_2} \rightarrow F_{2v} = \sin 36 \cdot F_2$$

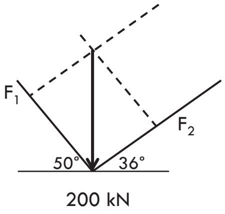
Invullen van de ontbondenen levert:
$F_{1h} - F_{2h} = 0$

$$\cos 50 \cdot F_1 - \cos 36 \cdot F_2 = 0 \rightarrow F_1 = \frac{\cos 36}{\cos 50} \cdot F_2 = 1{,}259 \cdot F_2$$

$F_{1v} + F_{2v} = 200$
$\sin 50 \cdot F_1 + \sin 36 \cdot F_2 = 200$
$\sin 50 \cdot 1{,}259F_2 + \sin 36 \cdot F_2 = 1{,}552F_2 = 200 \rightarrow F_2 = 128{,}87$ kN
$F_1 = 1{,}259 \cdot 128{,}87 = 162{,}25$ kN

De kracht in de linker kabel is: $F_1 = 162{,}25$ kN en in de rechter kabel is: $F_2 = 128{,}87$ kN.

Deze opgave is ook grafisch op te lossen. Kies een schaal en teken de kracht van 200 kN. Teken de kabels onder de juiste hoek, figuur 1.16. Maak vervolgens een parallellogram door lijnen evenwijdig aan de kabels te tekenen en laat deze lijnen snijden in het punt waar de kracht begint. Door de lengte van de zijden van het parallellogram nauwkeurig op te meten, kun je de grootte van de krachten bepalen. Hoe groter je de tekening maakt, hoe nauwkeuriger het antwoord bepaald kan worden.



Figuur 1.16

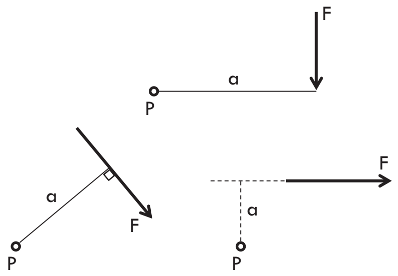
1.3 Momentenstelling

In de vorige paragraaf hebben we de resultante bepaald van meerdere krachten in een punt. En we hebben krachten ontbonden.
Als we de resultante willen bepalen van meerdere krachten die in een vlak werken, kunnen we dat doen met behulp van de momentenstelling. Daarvoor gaan we eerst het begrip moment introduceren.

Onder een **moment** verstaan we het product van de grootte van de **kracht** vermenigvuldigd met de **arm** van de werklijn loodrecht op het punt waarvan het moment bepaald wordt.

Het moment veroorzaakt door kracht F ten opzichte van punt P is de kracht F maal de arm a.
De eenheid van kracht is kN (of N) en de eenheid van afstand in m (of mm), dus de eenheid van moment is dan kNm (of Nmm).

In formulevorm: $M_P = F \cdot a$ [kNm]

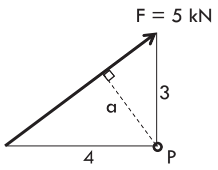


Figuur 1.17

Als de kracht schuin werkt, moeten we eerst de afstand van de werklijn loodrecht op het draaipunt bepalen om het moment te kunnen berekenen. Of we moeten de werklijn van de kracht denkbeeldig doortrekken om de afstand van de werklijn loodrecht op punt P te bepalen.

Soms is het echter eenvoudiger om een schuine kracht te ontbinden in een horizontale en verticale kracht en deze ontbonden en te gebruiken om het moment te bepalen.

VOORBEELD 6
We kunnen het moment bepalen op basis van de grootte van de kracht en de afstand van de loodlijn uit punt P op (de werklijn van) kracht F.



Figuur 1.18

Op basis van verhoudingen vinden we voor afstand a:
(de lengte van de schuine zijde is ook 5)

$$\frac{5}{4} = \frac{3}{a}$$

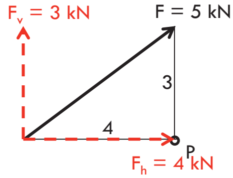
$$5a = 12$$

$$a = \tfrac{12}{5}$$

Het moment ten opzichte van punt P wordt dan: $M_P = 5 \cdot \tfrac{12}{5} = 12$ kNm

Als we de schuine kracht eerst ontbinden, vinden we:

We zien dat de horizontale ontbondene door punt P gaat en dus geen moment oplevert omdat de arm 0 is. De verticale ontbondene werkt op een afstand van 4 m ten opzichte van punt P.
Het moment ten opzichte van punt P wordt dan:
$M_P = 3 \cdot 4 = 12$ kNm



Figuur 1.19

De **momentenstelling** (van Varignon) zegt: de **som van de momenten** van een aantal krachten ten opzichte van een willekeurig punt is gelijk aan het **moment van de resultante** van die kracht ten opzichte van datzelfde punt.

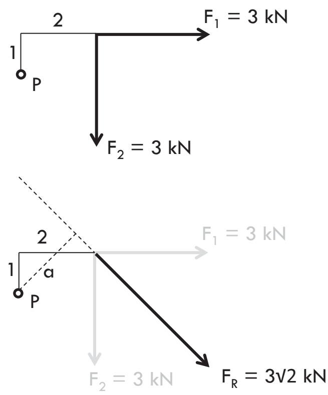
VOORBEELD 7

Het moment veroorzaakt door F_1 en F_2 ten opzichte van punt P is gelijk aan:

$$M_P = F_1 \cdot 1 + F_2 \cdot 2 = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 9 \text{ kNm}$$

De resultante F_R van F_1 en F_2 heeft een grootte van $3\sqrt{2}$ kN. De afstand a van F_R kunnen we bepalen op basis van verhoudingen en is $1\tfrac{1}{2}\sqrt{2}$.

$$M_P = F_R \cdot a = 3\sqrt{2} \cdot 1\tfrac{1}{2}\sqrt{2} = 9 \text{ kNm}$$



Figuur 1.20

Omdat constructies altijd in evenwicht moeten zijn, gebruiken we de momentenstelling om de **evenwicht makende kracht** uit te rekenen. Deze is even groot als de resultante, alleen werkt deze in tegenovergestelde richting.

1

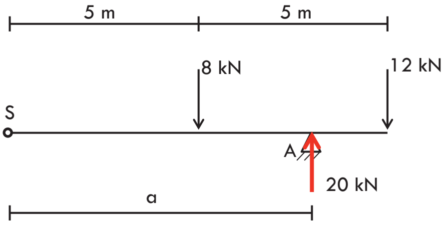
VOORBEELD 8

Stel we hebben een funderingsbalk van 10 m die aan een bestaand gebouw is vastgemaakt bij punt S. Op die funderingsbalk staan twee kolommen die een belasting geven van 8 kN op 5 m van punt S en 12 kN op een afstand van 10 m van punt S. Alle belasting moet gedragen worden door een nieuwe funderingspaal bij punt A. Deze nieuwe funderingspaal moet dus 20 kN dragen.
Als we de paal aan het einde van de ligger plaatsen, dan voel je wel aan dat een gedeelte van die 8 kN toch op punt S gaat rusten. Als we de paal onder punt S zetten zal de ligger gewoon wegdraaien en dus niet in evenwicht zijn.

We gebruiken een variant van de momentenstelling.
De som van de momenten van een aantal krachten ten opzichte van een punt is samen met het moment van de gelijkmakende kracht ten opzichte van datzelfde punt gelijk aan 0.

In dit voorbeeld moet de som van de momenten ten opzichte van punt S gelijk zijn aan 0.

$\sum M_S = 0$
$-8 \cdot 5 - 12 \cdot 10 + 20 \cdot a = 0$
$-160 + 20 \cdot a = 0$
$a = 8$ m

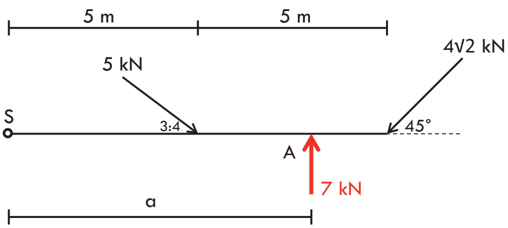


Figuur 1.21

Dat betekent dat de paal op 8 m van punt S geplaatst moet worden. Dan wordt alle belasting van de kolommen afgedragen op de nieuwe paal.

VOORBEELD 9

Ook bij schuine krachten werkt de methode hetzelfde.



Figuur 1.22

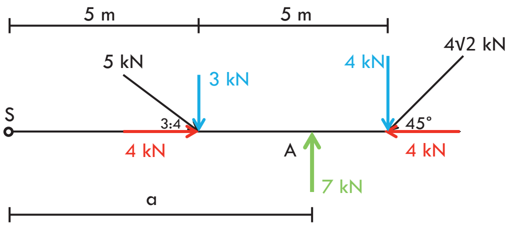
Als we de schuine kracht van 5 kN ontbinden, vinden we een verticale kracht van 3 kN en een horizontale kracht van 4 kN.
Bij de schuine kracht van $4\sqrt{2}$ kN vinden we een horizontale en verticale ontbondene van 4 kN.
De twee horizontale krachten werken tegengesteld en heffen elkaar dus op. De verticale krachten werken in dezelfde richting en zorgen dus voor een gelijkmakende kracht van 7 kN omhoog.

De som van de momenten ten opzichte van elk willekeurig punt moet weer 0 zijn.

We kiezen punt S aan het begin van de ligger.

$\sum M_S = 0$
$-3 \cdot 5 - 4 \cdot 10 + 7 \cdot a = 0$
$-55 + 7 \cdot a = 0$
$a = 7{,}86$ m

Om evenwicht te maken met de schuine krachten moet de paal op 7,86 m van punt S staan.

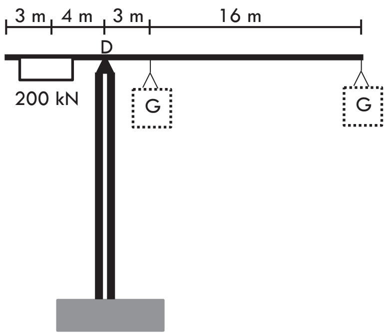


Figuur 1.23

VOORBEELD 10

Als het contragewicht 200 kN is, hoe groot mag de last in de kraan zijn op een afstand van 3 m en van 19 m van het draaipunt D?

Het zwaartepunt van het contragewicht ligt op 4 m vanaf het draaipunt D. Dit zorgt voor een positief moment (tegen de klok in).
Het gewicht G zorgt voor een negatief moment.
De som van de momenten moet 0 zijn, oftewel het positieve moment moet even groot zijn als het negatieve moment.
$200 \cdot 4 = G \cdot 3$
$800 = 3 \cdot G$
$G = 266{,}7$ kN



Figuur 1.24

Dus op een afstand van 3 m mag de last 266,7 kN groot zijn.
Op een afstand van 19 m mag de last 42,1 kN groot zijn. Ga dat zelf na.

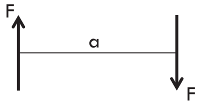
Om een groter moment te krijgen, kun je de kracht vergroten of de arm vergroten (of allebei).

1.4 Koppel

Een koppel is een bijzondere vorm van een moment. We spreken over een **koppel** als twee even grote krachten evenwijdig aan elkaar werken in tegengestelde richting. De afstand tussen de twee krachten mag geen nul zijn.

De grootte van het koppel M is gelijk aan de grootte van de kracht F keer de afstand a tussen de krachten.

In formulevorm (net als bij het moment): $M = F \cdot a$

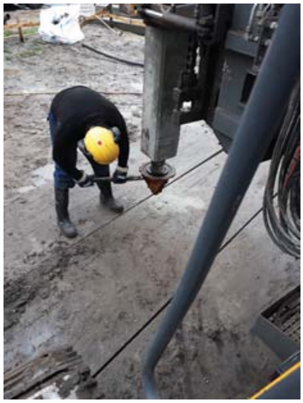


$M = F \cdot a$

Figuur 1.25

Om de holle prefab schroefpaal in de grond te boren, is een groot koppel nodig. Omdat de diameter van de boorstang in de holle prefab betonpaal vrij klein is, is een grote kracht nodig om het benodigde koppel te leveren.

Koppels kom je onder andere tegen in motoren met draaiende onderdelen. Losse koppels kom je in gebouwen niet snel tegen. Het principe van een koppel kun je wel tegenkomen bij het bepalen van het uitwendig evenwicht. Daarom zullen we koppels in H5 'Uitwendig evenwicht' verder behandelen.



Figuur 1.26

Hoofdzaken

We hebben meerdere krachten samengevoegd om de resultante te berekenen.
Daarnaast hebben we schuine krachten ontbonden in horizontale en verticale componenten. Door alle horizontale en verticale ontbondenen op te tellen, kunnen we de resultante van meerdere schuine krachten bepalen. Het tegenovergestelde van de resultante is de gelijkmakende kracht.

We hebben een moment berekend door een kracht te vermenigvuldigen met de arm loodrecht op het draaipunt.

In formulevorm: $M_P = F \cdot a$ [kNm]

De eenheid van kracht is kN, de eenheid van moment is kNm.

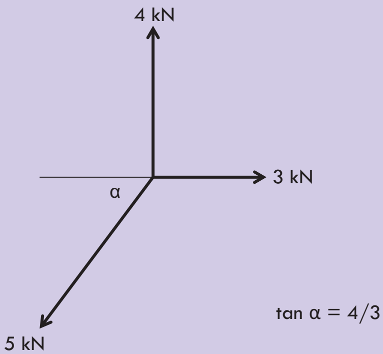
De momentenstelling (van Varignon) zegt: de som van de momenten van een aantal krachten ten opzichte van een willekeurig punt is gelijk aan het moment van de resultante van die kracht ten opzichte van datzelfde punt.

Het draait altijd om evenwicht!

1

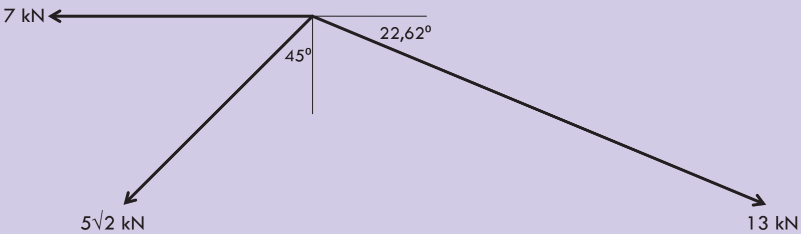
Opgaven

Opgave 1
Bepaal de grootte en richting van de resultante van de onderstaande krachten.



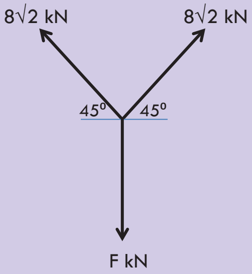
Figuur 1.27

Opgave 2
Bepaal de grootte en richting van de resultante van de onderstaande krachten.



Figuur 1.28

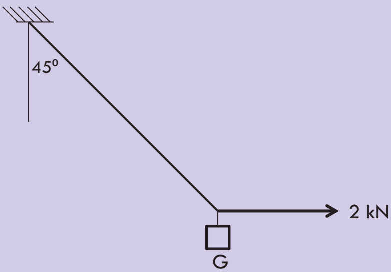
Opgave 3
Hoe groot moet kracht F zijn om de twee schuin werkende krachten in evenwicht te houden?



Figuur 1.29

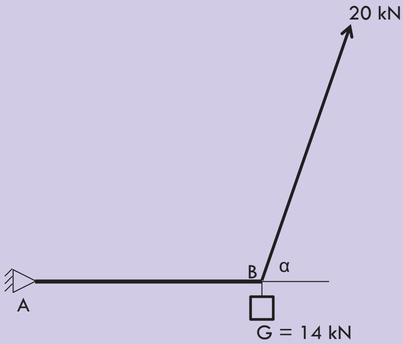
Opgave 4
Aan een touw hangt een object met een gewicht G. Als we er met een kracht van 2 kN aan trekken, hangt het touw stil onder een hoek van 45°.

a Hoe groot is de kracht in het touw?
b Hoe zwaar is het gewicht G?



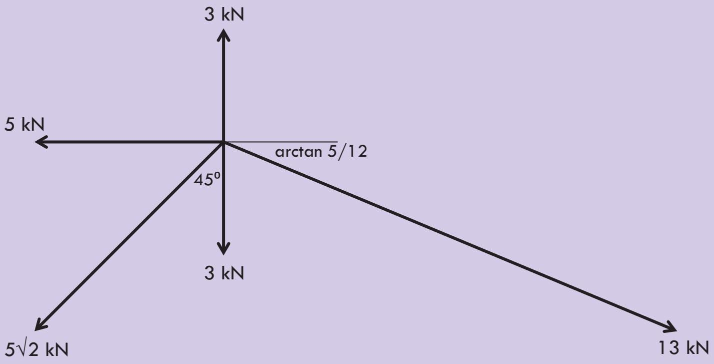
Figuur 1.30

Opgave 5
Een stijve ligger AB is scharnierend verbonden in punt A. Aan het eind van de ligger AB hangt een gewicht van 14 kN. Er wordt met een touw met een kracht van 20 kN aan de ligger getrokken.
Hoe groot is hoek α, zo dat de constructie in evenwicht is?
(De ligger blijft horizontaal liggen.)



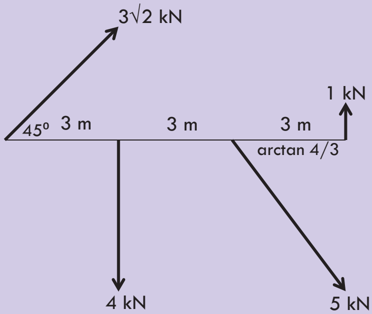
Figuur 1.31

Opgave 6
Bepaal van de onderstaande
krachten de grootte en de richting van de gelijkmakende kracht.



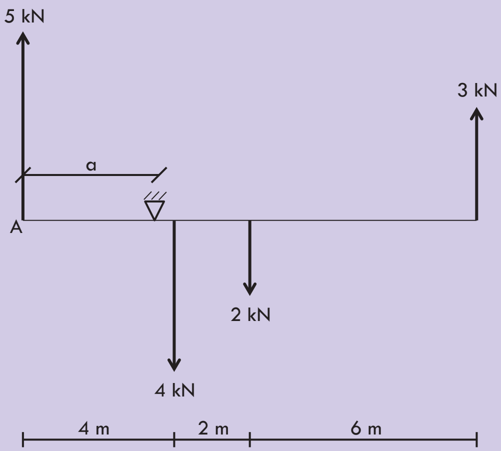
Figuur 1.32

Opgave 7
Bepaal van de onderstaande krachten de grootte, richting en de plaats van de resultante.



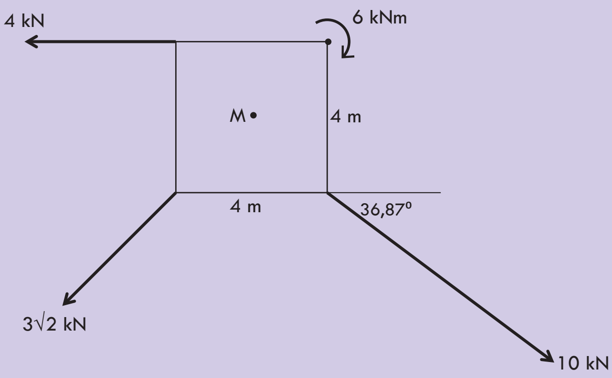
Figuur 1.33

Opgave 8
Bepaal van de onderstaande constructie de afstand a zodat de constructie in evenwicht is. Hoe groot is de reactiekracht?



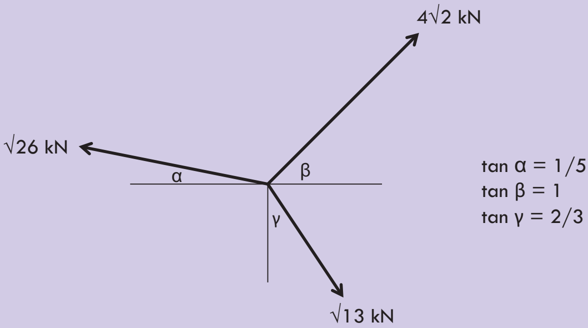
Figuur 1.34

Opgave 9
Bepaal van de onderstaande krachten de grootte, richting en ligging van de gelijkmakende kracht ten opzichte van het middelpunt M.



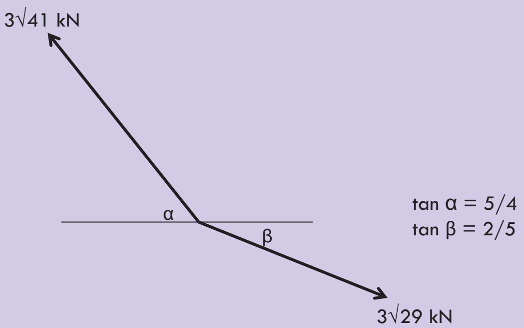
Figuur 1.35

Opgave 10
Bepaal van de onderstaande krachten de grootte en de richting van de gelijkmakende kracht.



Figuur 1.36

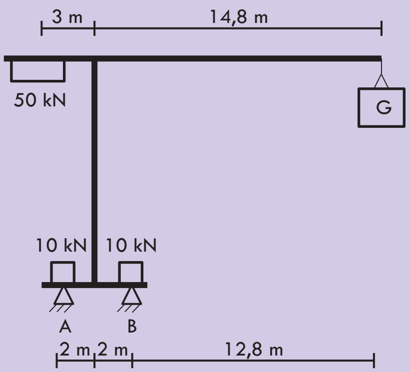
Opgave 11
Bepaal van de onderstaande krachten de grootte en de richting van de gelijkmakende kracht.



Figuur 1.37

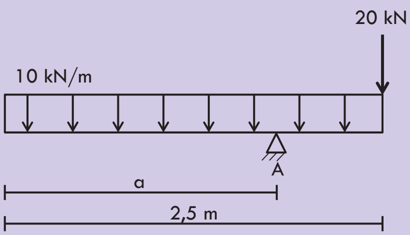
1

Opgave 12
Als het gewicht van G te groot wordt, zal de kraan willen kantelen met punt B als draaipunt.
Hoe groot mag de belasting G maximaal zijn?



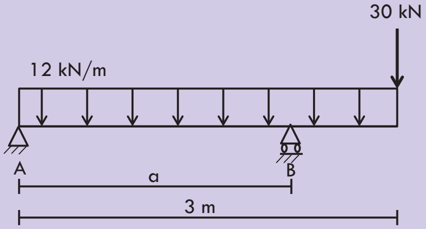
Figuur 1.38

Opgave 13
Op een funderingsbalk werkt een gelijkmatig verdeelde belasting van 10 kN/m en op het einde werkt, ten gevolge van een dwarsbalk, een puntlast van 20 kN.
Waar moet de funderingspaal geplaatst worden, zo dat de funderingsbalk in evenwicht is?



Figuur 1.39

Opgave 14
Op een nieuwe funderingsbalk werkt een gelijkmatig verdeelde belasting van 12 kN/m en op het einde werkt, ten gevolge van een dwarsbalk, een puntlast van 30 kN.
Punt A is de koppeling met een bestaande funderingsbalk die dwars langs de nieuwe funderingsbalk loopt. Op punt A kan nog 10 kN belasting werken.
Op welke afstand a moet de funderingspaal geplaatst worden, zo dat de belasting in punt A gelijk is aan 10 kN?



Figuur 1.40

Opgave 15

In een kraan hangt een stapel wapeningsnetten met een belasting van 15 kN aan twee kettingen.
De hoek tussen de kettingen en de wapeningsnetten is 70°.

a Hoe groot is de trekkracht in de kettingen?

b Hoe groot is de trekkracht in de kettingen als de hoek verandert naar 30°?

Figuur 1.41

1