

Rekenen met hele getallen

op de basisschool

5 + 5 + 5 + 5
4 + 4 + 4 + 4
4 × 5

Frans van Galen
Annette Markusse
Ans Veltman

4^e editie



Noordhoff

Rekenen met hele getallen op de basisschool

Frans van Galen

Annette Markusse

Ans Veltman

Vierde editie

Noordhoff

Ontwerp omslag: Michiel Uilen
Omslagillustratie: M. Postma
Omslagbeeld: Frans van Galen

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontlelen.



Wij maken bij Noordhoff sinds 2009 bewust keuzes om onze impact op het klimaat te verkleinen. We volgen de klimaatdoelen van het Klimaatakkoord van Parijs. Scan de QR-code voor meer informatie over ons duurzaamheidsbeleid.

Zo is dit product gemaakt van FSC®-gecertificeerd papier en ander gecontroleerd materiaal. Wij gebruiken plantaardige inkt en onze lijmen zijn op waterbasis en afbreekbaar. Hierdoor is dit product goed te recyclen na gebruik.



0 / 26

© 2026 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, Nederland

Alle rechten voorbehouden. Tekst- en datamining niet toegestaan.

All rights reserved. Text and data mining not permitted.

ISBN(ebook) 978-90-01-19690-5

ISBN 978-90-01-19689-9

NUR 133

Voorwoord

Getallen spelen een grote rol in ons leven. Je komt in de media voortdurend kwantitatieve informatie tegen en er wordt van je verwacht dat je die begrijpt en er kritisch mee omgaat. Je moet, zoals dat heet, *gecijferd* zijn. Ook in je eigen leven neem je vaak beslissingen op grond van getallen.

Onze leerlingen moeten zich kunnen ontwikkelen tot gecijferde burgers, die met zelfvertrouwen omgaan met de kwantitatieve kant van de wereld om hen heen. Dat lukt alleen als we binnen het onderwijs aandacht besteden aan hoe je problemen oplost door kritisch nadenken en door wiskundig redeneren. In dit boek richten we de blik daarom niet alleen op het rekenen in engere zin, maar ook op de brede context waarbinnen dat rekenen plaatsvindt.

Dit boek gaat over het rekenen met hele getallen, en dus gaan we uitgebreid in op de basisbewerkingen van optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Die rekenprocedures zijn echter maar een deel van het verhaal. Leerlingen hebben een rijk begrip nodig van de getallenwereld, want dat maakt dat ze flexibel kunnen zijn in hun rekenwerk. Hoofdrekenen en schattend rekenen zijn belangrijke praktische vaardigheden en daarin staat dat flexibel zijn voorop. Leerlingen moeten een kritische houding ontwikkelen tegenover al die kwantitatieve informatie die ze tegenkomen. Wanneer er bijvoorbeeld in een nieuwsbericht staat dat er 1.000.000 mensen in een stadion passen, moet er een belletje gaan rinkelen. Daar zijn geen precieze berekeningen voor nodig. Globaal redeneren is in dit geval voldoende en dat geldt voor veel alledaagse situaties.

Wanneer je leerlingen wilt helpen in hun rekenontwikkeling heb je een gedegen kennis nodig van leerlijnen. De reken-wiskundemethoden spelen een grote rol in het onderwijs, maar de meeste leerlingen ontwikkelen zich niet precies volgens het boekje. Elke leerling doorloopt immers zijn eigen leerproces. Je zult daarom je onderwijsaanbod voortdurend moeten aanpassen. Maar dat kan alleen als je weet wat lastig is aan bepaalde leerstof en als je weet om welke wiskundige ideeën het uiteindelijk gaat.

In hoofdstuk 1 bespreken we op een wat algemeen niveau de leerlijnen van het rekenen met hele getallen. In de hoofdstukken daarna zoomen we steeds in op één leerstofgebied en gaan we dieper in op specifieke didactische aspecten.

De hoofdstukken in dit boek hebben steeds dezelfde opbouw. Ieder hoofdstuk begint met een openingspagina waarop in beeld wordt gebracht wat in het hoofdstuk aan de orde komt. We hopen dat deze pagina je nieuwsgierig maakt. Hierna volgt een practicum op eigen niveau. Dit practicum is een introductie op het hoofdstuk en geeft je de mogelijkheid om samen met medestudenten een aantal kernaspecten van de didactiek te verkennen. Het practicum wordt gevolgd door de paragraaf *Hoe rijk is jouw*

rekenkennis? Hierin onderzoek je hoe het staat met je eigen kennis en in welke mate je je kunt verplaatsen in het denken van kinderen. Hierna volgen paragrafen waarin de didactiek wordt beschreven. We verwijzen daarbij veelvuldig naar opgaven uit de gangbare reken-wiskundemethoden, om daarmee te laten zien hoe je de didactiek kunt vertalen naar de alledaagse praktijk. Het is belangrijk dat je leert om kritisch naar je methode te kijken. Vanuit een onderzoekende en reflectieve houding zul je beter in staat zijn de methode naar je eigen hand te zetten, passend bij de behoeften van je groep. Vaak doen we dit in de vorm van een intermezzo: een korte tekst die losstaat van het lopende verhaal. Ze zijn herkenbaar aan de groene achtergrondkleur. Ieder hoofdstuk bevat ook een aantal praktijkopdrachten waarmee je in je stageschool aan de slag kunt. Vaak zijn het kleine onderzoeksopdrachten waarmee je de beschreven didactiek in de praktijk verder kunt uitdiepen.

In de samenvatting aan het eind van het hoofdstuk worden de belangrijkste punten nog eens op een rij gezet. Dit doen we in de vorm van een aantal tips voor de praktijk en met een opsomming van specifieke begrippen. Deze begrippen geven de vaktaal weer die je nodig hebt om op een professioneel niveau met anderen uit de beroepsgroep te communiceren. We sluiten af met een zelftoets waarin je kunt onderzoeken in hoeverre het hoofdstuk heeft bijgedragen aan je professionele ontwikkeling.

Het belangrijkste wat we je in dit boek willen meegeven, is dat je leert om verder te kijken dan het leerstofaanbod in de methode. We hopen vooral dat je via dit boek ontdekt hoe boeiend het is om je te verdiepen in het denken en redeneren van kinderen. Naarmate je meer vertrouwd raakt met hun manier van denken, zul je ook meer grip krijgen op de didactiek en kun je ermee gaan spelen. We wensen je veel plezier bij deze boeiende zoektocht.

Bij *Rekenen met hele getallen op de basisschool* is in de digitale leeromgeving studiemeister (www.studiemeister.noordhoff.nl) extra materiaal beschikbaar. Hier vind je onder meer video's van uitwerkingen bij 'Hoe rijk is jouw rekenkennis' en kun je het boek digitaal lezen.

Januari 2026,
Frans van Galen, Annette Markusse, Ans Veltman

Inhoud

- 1 Leerlijnen 9**
 - Een practicum als start: een leerlijn vermenigvuldigen 11
 - 1.1 Hoe rijk is jouw rekenkennis? 13
 - 1.2 Leerlijnen 15
 - 1.3 Doelen 19
 - 1.4 Begripsvorming 29
 - 1.5 Oefenen 41
 - [Samenvatting: kennis van leerlijnen 50](#)
 - [Vaktaal 51](#)
 - [Zelftoets 52](#)

- 2 Tellen en rekenen tot 10 55**
 - Een practicum als start: puzzelen met getalrelaties 57
 - 2.1 Hoe rijk is jouw getalkennis? 61
 - 2.2 Ontwikkeling van het getalbegrip 64
 - 2.3 Onderwijsactiviteiten in de kleutergroepen 75
 - 2.4 Onderwijsactiviteiten in groep 3 89
 - [Samenvatting: creëer een rijke leeromgeving vol getallen 106](#)
 - [Vaktaal 107](#)
 - [Zelftoets 108](#)

- 3 Van 10 naar 100 en verder 111**
 - Een practicum als start: het Land van Okt 113
 - 3.1 Hoe rijk is jouw rekenkennis? Een model als brug 115
 - 3.2 Rekenen tot 20 117
 - 3.3 De telrij tot 100 130
 - 3.4 Optellen en aftrekken tot 100 139
 - 3.5 Hoofdrekenen is rekenen mét het hoofd 154
 - [Samenvatting: aandacht voor inzichtelijk en flexibel rekenen 162](#)
 - [Vaktaal 163](#)
 - [Zelftoets 164](#)

- 4 Vermenigvuldigen en delen 169**
 - Een practicum als start: hoeveel mandarijnen? 171
 - 4.1 Hoe rijk is jouw rekenkennis? 173
 - 4.2 Het leren van de tafels 174
 - 4.3 Delen 200
 - 4.4 Vermenigvuldigen en delen met grotere getallen 210
 - [Samenvatting: aandacht voor begripsvorming en strategieën 213](#)
 - [Vaktaal 214](#)
 - [Zelftoets 215](#)

5	Rekenen met grote getallen	219
	Een practicum als start: cijferend vermenigvuldigen en de rekenmachine	221
5.1	Hoe rijk is jouw rekenkennis?	223
5.2	Op papier, met de rekenmachine of schattend	224
5.3	Schriftelijk rekenen via vaste procedures	227
5.4	Hoofdrekenen	235
5.5	Onderliggende inzichten	240
5.6	Globaal rekenen	246
5.7	Rekenen met de rekenmachine	254
	Samenvatting: leren rekenen met pen en papier en met digitale hulpmiddelen	261
	Vaktaal	262
	Zelftoets	263
	Literatuur	267
	Register	272
	Illustratieverantwoording	274
	Over de auteurs	275



1

Leerlijnen

1

Een practicum als start: een leerlijn vermenigvuldigen

1.1 Hoe rijk is jouw rekenkennis?

1.2 Leerlijnen

1.3 Doelen

1.4 Begripsvorming

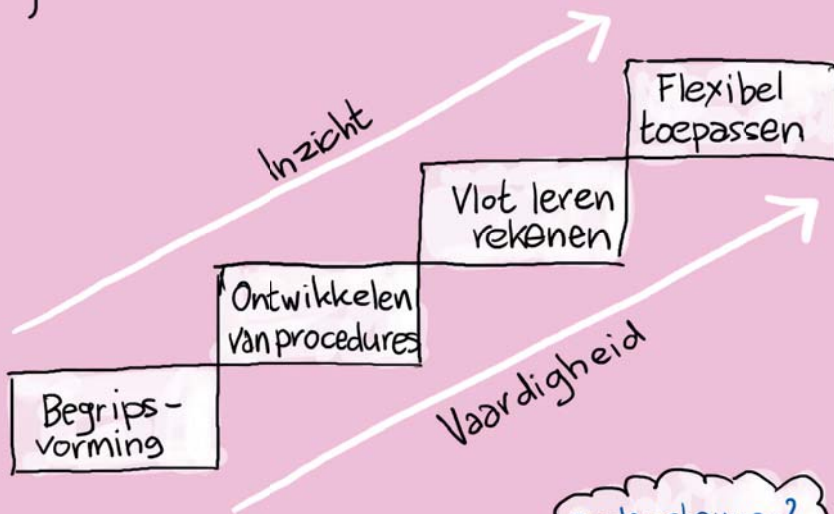
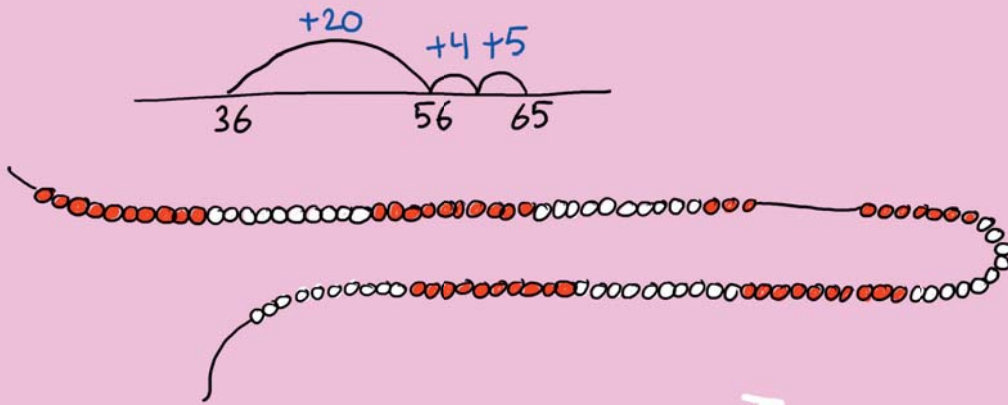
1.5 Oefenen

Samenvatting: kennis van leerlijnen

Vaktaal

Zelftoets

Modellen



Contextsituaties



Een practicum als start: een leerlijn vermenigvuldigen

Een reken-wiskundemethode omvat allerlei verschillende leerlijnen: een leerlijn rond het rekenen tot twintig, het vermenigvuldigen, een leerlijn breuken en verhoudingen, een leerlijn meten enzovoort. In dit practicum vragen we je om na te denken over een leerlijn vermenigvuldigen. Je ziet afbeeldingen van activiteiten uit de methode

Alles telt Q, maar in een andere volgorde dan in de methode.

Opdracht:

Bepaal, samen met een of meer medestudenten wat een goede volgorde is voor deze activiteiten. In andere woorden: hoe plaatsen jullie de verschillende activiteiten binnen de leerlijn?

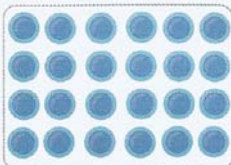
a Vul in.

$$\begin{array}{ll} 6 \times \dots\dots\dots = 48 & 6 \times \dots\dots\dots = 24 \\ \dots\dots\dots \times 9 = 0 & \dots\dots\dots \times 7 = 56 \\ 7 \times \dots\dots\dots = 56 & 5 \times \dots\dots\dots = 40 \\ \dots\dots\dots \times 9 = 63 & \dots\dots\dots \times 9 = 27 \end{array}$$

b a Kleur de uitkomsten van de tafel van 4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

c



$$\begin{array}{l} 4 \times \dots\dots\dots = 24 \\ \dots\dots\dots \times 4 = 24 \\ 24 : 4 = \dots\dots\dots \\ 24 : \dots\dots\dots = 4 \end{array}$$

d Bedenk zoveel mogelijk keersommen.

antwoord: 12 antwoord: 20 antwoord: 24 antwoord: 30

e

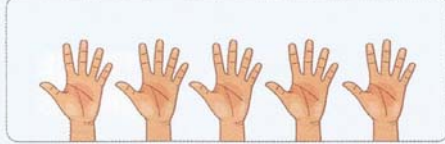


a

b $5 \times 3 = \dots\dots\dots$
1 x meer: $\dots\dots\dots \times 3 = \dots\dots\dots$
1 x minder: $\dots\dots\dots \times 3 = \dots\dots\dots$

c $4 \times 3 = \dots\dots\dots$
verdubbel: $\dots\dots\dots \times 3 = \dots\dots\dots$
halveer: $\dots\dots\dots \times 3 = \dots\dots\dots$

f



$$\dots\dots + \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \text{ keer } \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

g



$$\begin{array}{ll} 1 \times 6 = \dots\dots\dots & 6 \times 6 = \dots\dots\dots \\ 2 \times 6 = \dots\dots\dots & 7 \times 6 = \dots\dots\dots \\ 3 \times 6 = \dots\dots\dots & 8 \times 6 = \dots\dots\dots \\ 4 \times 6 = \dots\dots\dots & 9 \times 6 = \dots\dots\dots \\ 5 \times 6 = \dots\dots\dots & 10 \times 6 = \dots\dots\dots \end{array}$$

h



$$\dots\dots\dots \times 8 = \dots\dots\dots$$

Er zijn $\dots\dots\dots$ poten.

i

$1 \times 7 = 7$	$6 \times 7 = 42$
$2 \times 7 = 14$	$7 \times 7 = 49$
$3 \times 7 = 21$	$8 \times 7 = 56$
$4 \times 7 = 28$	$9 \times 7 = 63$
$5 \times 7 = 35$	$10 \times 7 = 70$

Kleur de sommen die je al kent uit de andere tafels groen. Welke blijven over?

j

Memory

Zoek de keersom en het antwoord.

i

... x ... en ... x x ... en ... x x ... en ... x ...

k

Kleur de antwoorden.

- tafel van 2
- tafel van 3
- tafel van 4
- tafel van 5
- tafel van 6
- tafel van 10

m

Flitsen

Reken uit.

n

..... x =

..... x =

Reflectie bij het practicum

Het eerste dat je opgevallen zal zijn, is dat tafels leren blijkbaar niet gezien wordt als een kwestie van simpelweg 'stampen'. Er zijn inderdaad activiteiten bij die zich richten op het zo snel mogelijk geven van de juiste tafeluitskomst – zoals j en m, allebei oefeningen die de leerlingen op de computer doen – maar er zijn ook activiteiten bij die zich richten op de relaties tussen verschillende sommen binnen een tafel – zoals e – of tussen sommen in verschillende tafels – zoals i.

Er zal echter begonnen worden met meer verkennende activiteiten. De vermenigvuldignotatie is een verkorting van het herhaald optellen, dus $3+3+3+3+3$ kun je ook schrijven als 5×3 . Dat herhaald optellen kun je bovendien op een slimme manier doen als je al bepaalde tafelsommen kent. Als je bijvoorbeeld $5 \times 3 = 15$ weet, hoef je voor 6×3 niet weer alle sprongen vanaf 0 te maken – 3, 6, 9, 12, 15, 18 – maar kun je volstaan met een enkele sprong vanaf 15. In opgave e kun je zien hoe een beeld van zakjes met drie citroenen deze strategie kan ondersteunen.

Waarschijnlijk is in jullie discussie naar boven gekomen dat er minstens twee ordeningsprincipes zijn, die bij de gegeven verzameling activiteiten door elkaar lopen:

- Er is een ordening die loopt van verkennen naar oefenen op snelheid.
- De leerlingen zullen de tafels niet allemaal tegelijk leren; begonnen wordt met gemakkelijke tafels – die van 2, 5, 10, 3 en 4 – en later volgen de andere tafels.

De tafels zullen dus stuk voor stuk aan de orde komen en bij elke tafel wordt weer een vergelijkbare opzet gevolgd: koppelen van de tafel aan contextsituaties, verkennen van het maken van handige sprongen binnen deze tafel, de relaties met sommen in andere tafels en oefenen van de geleerde tafels op snelheid. De volgorde van de activiteiten uit *Alles telt Q* is f - e - n - b - d - l - j - g - k - i - h - a - c - m.

Dit hoofdstuk gaat over leerlijnen. Een leerlijn is een beschrijving van hoe leerlingen bepaalde leerstof gaan leren. Een methode biedt daarvoor een serie onderwijsactiviteiten. Auteurs van een methode kiezen heel bewust een bepaalde opbouw in een serie activiteiten. Wanneer je een methode doorneemt is het echter vaak niet direct duidelijk hoe een bepaalde leerlijn in elkaar zit. De activiteiten worden immers verspreid over verschillende lesblokken en in elk blok komen activiteiten uit heel verschillende leerlijnen aan de orde. Het is daarom goed om de algemene handleiding van de methode te lezen, want daarin staat meestal een duidelijke beschrijving van de verschillende leerlijnen.

Het is heel belangrijk dat je als leerkracht de algemene opzet van een leerlijn goed in je hoofd hebt, want die heb je nodig om kinderen adequaat te kunnen helpen. Het kan bijvoorbeeld zijn dat een leerling veel moeite heeft met een bepaalde activiteit. Je zult dan na moeten gaan of die leerling wel begrepen heeft wat er eerder in de leerlijn aan de orde kwam. Soms moet je misschien een activiteit herhalen die de groep al eerder gedaan heeft, maar bij deze ene leerling niet voldoende inzicht heeft opgeleverd. Of misschien moet je juist zoeken naar een andere manier om de onderliggende ideeën aan de orde te stellen. Kinderen leren immers niet alles op dezelfde manier en leerprocessen verlopen vaak niet lineair.

1.1 Hoe rijk is jouw rekenkennis?

Er zijn allerlei standaardprocedures om bepaalde typen sommen uit te rekenen, maar in de praktijk kies je soms je eigen manier van rekenen. Dat gebeurt meestal als zo'n standaardprocedure te omslachtig is: je kiest dan voor handig rekenen. Vaak zijn er ook verschillende manieren van handig rekenen mogelijk. In vrijwel alle leerlijnen is daarom aandacht voor flexibel rekenen.

Het is dan ook zinvol om bij jezelf na te gaan hoe gemakkelijk je kunt schakelen tussen verschillende manieren van rekenen. De activiteit in deze paragraaf nodigt je uit om daarover na te denken. Daarbij sta je stil bij het verschil tussen het oefenen van sommen op een kris-krasblad – waarbij leerlingen zelf de volgorde bepalen – en het oefenen van sommen in vaste rijtjes.

OPDRACHT

Zet een timer op 2 minuten en maak de sommen op het kris-krasblad in een zelfgekozen volgorde. Begin met sommen waarvan je de uitkomst al weet of snel kunt vinden. Als de timer afgaat, zet je een cirkel om alle sommen die je gemaakt hebt en daarna reken je de andere sommen uit. Je mag de witruimte gebruiken als denkpapier.

$$750 \times 25 =$$

$$25 \times 99 =$$

$$16 \times 19 =$$

$$1470 : 30 =$$

$$1500 : 50 =$$

$$1000 \times 25 =$$

$$121 : 11 =$$

$$60 \times 11 =$$

$$75 \times 98 =$$

$$8 \times 7 =$$

$$448 \times 51 =$$

$$56 : 7 =$$

$$525 : 25 =$$

$$22 \times 18 =$$

$$60 \times 44 =$$

$$242 : 11 =$$

Voordat je met anderen gaat overleggen:

- Probeer te reconstrueren hoe je de sommen hebt uitgerekend. Schrijf daar iets over op bij elke som. Als je bijvoorbeeld 16×19 hebt uitgerekend vanuit 16×20 , schrijf je '16×20' bij de som.
- Je hebt al werkend een onderscheid gemaakt tussen 'gemakkelijke' sommen (die deed je het eerst) en 'lastiger' sommen. Zijn er sommen in de laatste groep die achteraf gezien toch heel gemakkelijk bleken?

In tweetallen:

- Vergelijk met een medestudent welke sommen jullie het eerst maakten, de omcirkelde sommen. Leg elkaar uit waarom je dacht dat die sommen gemakkelijk waren.
- Denk je dat basisschoolleerlingen deze taak anders zullen doen dan jullie? Zullen ze dezelfde relaties benutten?
- Wat zou je allemaal aan het werk van een basisschoolleerling kunnen zien?
- Wat is het verschil tussen het maken van sommen op een kris-krasblad en het maken van sommen in rijtjes? Hebben ze allebei hun eigen voordelen?

1.2 Leerlijnen

Een leerlijn is een beschrijving van hoe leerlingen bepaalde leerstof leren. Een methode biedt daarvoor een serie onderwijsactiviteiten. Vaak kiezen methoden globaal eenzelfde opbouw bij bepaalde leerstof; dan kun je zeggen dat de leerlijn min of meer dezelfde is, terwijl de lessen stuk voor stuk anders zijn.

Bij de beschrijving van een leerlijn gaat men ervan uit dat de meeste leerlingen een vergelijkbare ontwikkeling doormaken, maar in de praktijk is dat lang niet altijd het geval. Je hebt als leerkracht een grondige kennis van leerlijnen nodig, vooral om erop in te kunnen spelen als het leerproces bij bepaalde kinderen niet verloopt zoals het de bedoeling is.

1.2.1 Kennis van leerlijnen is belangrijk

Kennis bouwt voort op eerdere kennis. Kinderen komen elke dag naar school met een hoofd vol rekenkennis die ze zich al eerder eigen hebben gemaakt, en als het goed is komt daar die dag op school een klein beetje nieuwe kennis bij. Soms is het een heel nieuw inzicht, maar meestal gaat kennisontwikkeling in kleine stapjes: kinderen leren om wat ze al wisten toe te passen in een iets andere situatie, ze maken bepaalde berekeningen wat vlotter en met meer vertrouwen.

Als leerkracht is het jouw taak om kinderen te begeleiden in hun kennisontwikkeling. Daarbij kun je steunen op de reken-wiskundemethode, met haar beschrijving van lessen en met de erbij passende opgaven voor de leerlingen. Die lessen hebben een ordening die gebaseerd is op ideeën over hoe kinderen stapje voor stapje hun kennis kunnen vergroten. Ze passen binnen een leerlijn.

Meestal delen we het rekenonderwijs op in verschillende leerlijnen: een leerlijn optellen en aftrekken, een leerlijn breuken, een leerlijn procenten, een leerlijn meetkunde. Die leerlijnen staan grotendeels op zichzelf, maar er zijn allerlei verbanden. Breuken, procenten en verhoudingen hebben bijvoorbeeld heel wat overeenkomsten, dus die leerlijnen komen op een gegeven moment samen. Daarnaast zijn leerlijnen binnen rekenen ook vaak verweven met vakoverstijgende doelen, zoals probleemoplossen, flexibel rekenen, kritisch denken of representeren en modelleren. Doelen van dit type komen in alle leerlijnen voor. Het is daarom belangrijk om te begrijpen hoe de verschillende leerlijnen binnen rekenen met elkaar zijn verstrengeld en hoe ze elkaar ondersteunen en versterken.

Om kinderen te kunnen begeleiden in hun ontwikkeling moet je als leerkracht de leerlijnen en hun onderlinge samenhang goed kennen. Als het goed is draagt iedere les namelijk bij aan een bepaald doel en je kunt alleen adequaat lesgeven als je begrijpt hoe die les past binnen het toewerken naar dat doel.

**Leerlijnen helpen je te zien hoe
individuele leerlingen zich ontwikkelen.**

Dat is vooral belangrijk omdat het leren van kinderen zich niet volgens keurige leerlijnen ontwikkelt. Een leerlijn beschrijft het onderwijs vooral vanuit de aanbodkant: de lessen, de schriftelijke opdrachten en de

computeroefeningen. Bij die leerlijn horen ook ideeën over hoe kinderen zich ontwikkelen, maar het leren verloopt niet bij alle kinderen op dezelfde manier. Denk maar aan de grote niveauverschillen in elke klas. Er zijn altijd kinderen die nog op een heel concreet niveau redeneren en de draad kwijt-raken als de getallen lastiger zijn, of de situatie ingewikkelder. Tegelijk heb je in elke klas wel kinderen die op een niveau redeneren dat je eerder een groep hoger zou verwachten. Betekent dit dat je kinderen allemaal een eigen leerlijn moet aanbieden? Dat je de klas moet opdelen in drie (of vier? vijf? zes?) niveaugroepen die allemaal hun eigen onderwijs krijgen? Gelukkig is dat niet nodig, want als het goed is biedt een rekenles aan alle kinderen de mogelijkheid om iets te leren, voor ieder kind iets op zijn of haar eigen niveau.

1.2.2 Kinderen leren op hun eigen manier

Je kunt proberen om iets zo helder mogelijk uit te leggen, maar dat betekent niet dat jouw leerlingen daarna precies dezelfde ideeën hebben. Het zijn altijd de kinderen zelf die zich nieuwe ideeën eigen moeten maken, en kinderen verschillen allemaal in wat ze al weten en kunnen. Bovendien verloopt leren niet lineair, dat wil zeggen bij alle kinderen op dezelfde manier. Als je een lijst zou maken van de belangrijke inzichten binnen een bepaald deel van de leerstof, dan is het niet zo dat alle kinderen hetzelfde traject volgen van eerst inzicht A, dan inzicht B, dan inzicht C enzovoort. Cathy Fosnot en Maarten Dolk (2001) spreken daarom over een ‘landscape of learning’, in het Nederlands: een leerlandschap. De inzichten die leerlingen zich eigen moeten maken liggen deels naast elkaar, terwijl er ook een zekere ordening is in de tijd, omdat inzichten voortbouwen op elkaar. Binnen dat landschap volgen kinderen een eigen pad.

Vanuit concrete situaties

Ondanks alle variatie in de manier waarop kinderen leren, kunnen we wel een grote lijn schetsen. In het begin is rekenkennis nog volledig verbonden met concrete situaties; pas later leren leerlingen op een meer veralgemeenseerde en formele manier redeneren. Neem bijvoorbeeld een fase in het aanvankelijk rekenen: kinderen kunnen dan wel beredeneren dat 4 blokjes en 3 blokjes samen 7 blokjes zijn, maar nog niet direct een kale vraag als ‘Hoeveel is 4 plus 3?’ beantwoorden. Voor die kinderen zijn getallen nog gekoppeld aan concrete, telbare voorwerpen. Ze begrijpen het getal ‘drie’ vooral in combinatie met iets tastbaars, zoals ‘drie blokjes’. In die zin functioneren getallen voor hen als bijvoeglijke naamwoorden: ze zeggen hoeveel van iets er is. We noemen dit *benoemde getallen*. Pas later leren kinderen ook omgaan met *onbenoemde getallen* – getallen die op zichzelf staan, zoals ‘3’ en ‘4’, zonder dat daar meteen een voorwerp of context aan gekoppeld is. Om vragen als ‘Hoeveel is 4 plus 3?’, of ‘4 erbij 3’ te kunnen beantwoorden moeten de getallen voor leerlingen zelfstandige wiskundige objecten worden. Eerst is er het besef dat een getal als 4 op heel verschillende verzamelingen van toepassing kan zijn, en dat ‘4’ dus een op zichzelfstaand kenmerk kan zijn. Daar hoort het besef bij dat je door kunt tellen vanaf 4 als je wilt weten hoeveel blokjes het samen zijn; je hoeft niet opnieuw te gaan tellen vanaf 1. Vervolgens leren kinderen de relaties van 4 met andere getallen: 5 is één meer dan 4, 3 is één minder dan 4, als je 4 verdubbelt krijg je 8 enzovoort. Uiteindelijk ontleent 4 zijn betekenis niet aan concreet telbare objecten, maar aan zijn relaties met andere getallen, zoals $4=2+2$, $4=7-3$, $4+4=8$, $4=10-6$ enzovoort (Gravemeijer, 2016).

Modellen vanuit concreet handelen

Een vergelijkbare ontwikkeling vindt plaats waar het gaat om het gebruiken van modellen. Denk bijvoorbeeld aan het kralensnoer en de lege getallenlijn als model bij het optellen en aftrekken.



Het kralensnoer heeft 100 kralen, geordend in groepjes van 10. Leerlingen ontdekken dat je de kralen gemakkelijk kunt tellen via sprongen van 10; bij de situatie van het plaatje bijvoorbeeld: '10, 20, 30, 40, 43'. Op een vergelijkbare manier kun je ook het effect bepalen van kralen bijschuiven of wegschuiven. Je hebt bijvoorbeeld 43 kralen en je schuift er 20 bij, dan heb je links 63 kralen.

In eerste instantie is zo'n kralensnoer alleen maar een kralensnoer. De leerkracht vraagt niet naar de som $43+20$, maar vraagt naar het aantal kralen dat je dan links krijgt. Al gauw wordt het kralensnoer echter een denkmodel, het kralensnoer wordt een rekenmodel waarmee je optel- en aftreksommen kunt representeren. Het is een vorm van wiskundig model-leren: je gebruikt iets herkenbaars en betekenisvol – zoals dat kralensnoer – om een som op te lossen en te laten zien hoe je denkt.



Nog een stap verder is dat bijtellen of weghehalen weergegeven worden op een kale lijn: tekenen van de kralen zou te veel werk zijn en is ook niet meer nodig. Uiteindelijk leidt dat tot het model van de lege getallenlijn, waarop je willekeurige sprongen kunt weergeven door een boogje te tekenen met daarbij plus of min een bepaald getal. Op de lege getallenlijn kun je bijvoorbeeld laten zien dat je de som $36+29$ op verschillende manieren kunt uitrekenen. Je kunt eerst 20 bijtellen en dan de 9 splitsen om zo op 65 uit te komen (plaatje links). Je kunt ook 30 bijtellen en dan weer 1 aftrekken (plaatje rechts).

De sprongen op de lege getallenlijn zijn een vrij abstracte weergave van rekenhandelingen. De basis ligt echter in heel concrete handelingen: groepjes maken, kralen bijschuiven en wegschuiven, stuk voor stuk tellen van objecten, handig tellen bij even grote groepjes.

Een andere manier om het rekenen op de lege getallenlijn te koppelen aan concrete handelingen, is dat model te introduceren vanuit meetactiviteiten. Kinderen meten eerst lengtes op met losse blokjes. Dat wordt na een tijdje vervangen door meten met een 10-strook, een strook zo lang als 10 blokjes achter elkaar.



Een aantal van die 10-stroken kun je aan elkaar plakken om een langere meetstrook te krijgen en die meetstrook wordt dan de basis voor het redeneren over ‘erbij’ en ‘eraf’ (zie Gravemeijer, 2020).

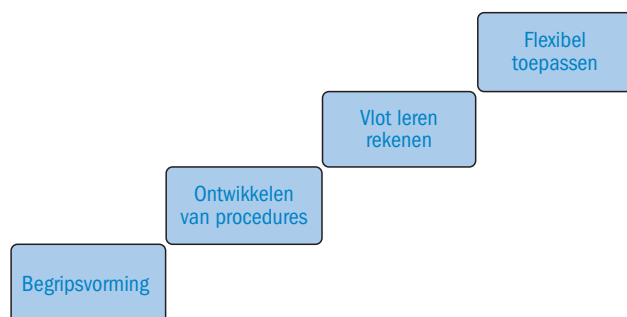
Deze ontwikkeling – van redeneren binnen een concrete context naar redeneren op een algemener, meer formeel niveau – maakt ieder kind door, maar in de manier waarop kinderen die ontwikkeling doormaken, zit veel variatie.

1.2.3 Plannen van onderwijs

Als de denkontwikkeling van kinderen op een verschillende manier en in een verschillend tempo verloopt, kun je dan eigenlijk wel lesgeven? De kennis van de leerlingen verschilt immers, dus hoe weet je dan wat het volgende stapje moet zijn? Dat is echter een minder groot probleem dan het lijkt, tenminste niet als je leerlingen de ruimte biedt om opgaven op te lossen op hun eigen manier. Waar het ene kind een som als $36+8$ nog oplost via het heel bewust splitsen van 8 in $4+4$, ‘ziet’ een ander kind de uitkomst meteen. Iets soortgelijks geldt bij veel ingewikkelder opgaven. Laat kinderen nadenken en ze steken van elke les wel wat op, ook als hun niveau van oplossen heel verschillend is.

Je kunt als leerkracht dus best een lijn volgen waarbij je uitgaat van een min of meer gemiddelde leerling: de meeste leerlingen van mijn klas weten nu dit, ik kan nu een stapje verder gaan. Zoiets blijft maar een aannahme. Misschien kom je er in de les achter dat bepaalde kinderen moeite hebben met die volgende stap, of het blijkt dat ze bepaalde voorkennis nog niet hebben. Dan zul je in de les je aanpak moeten bijstellen, misschien door een bepaald aspect veel uitgebreider met de klas te bespreken dan je verwacht had, of misschien door met een klein groepje kinderen een extra gesprek te hebben.

Bij het beschrijven van de leerlijnen wordt in reken-wiskundemethoden vaak het zogenoemde ‘hoofd fasenmodel’ aangehaald. Een leerlijn kent in dat model de volgende fasen:



Je hebt van die verschillende fasen al iets gezien in het practicum over activiteiten in de leerlijn vermenigvuldigen. Eerst moeten kinderen gaan begrijpen wat vermenigvuldigen is, namelijk dat het een vorm is van herhaald optellen. Daarna komen manieren om het herhaald optellen te verkorten aan de orde: voor 7×4 verder springen vanaf $5 \times 4 = 20$. Vervolgens is oefening nodig om dat afleiden van tafelproducten heel vlot te gaan doen, misschien zelfs zonder dat leerlingen er nog bewust over redeneren. En uiteindelijk moeten leerlingen die kennis flexibel kunnen toepassen in heel verschillende situaties.

Alle leerfasen dragen bij aan de begripsvorming.

Het hoofdfasenmodel schetst in grote lijn de opbouw van de leerstof. Realiseer je echter dat het niet om fasen gaat die strikt op elkaar volgen. De begripsvorming is het belangrijkste, het gaat in het reken-wiskundeonderwijs uiteindelijk om het ontwikkelen van wiskundige ideeën. Die begripsvorming loopt door in alle volgende fasen. Zo kun je ook de uitbreiding van het relatienet – de kennis van, bijvoorbeeld, vermenigvuldigingsommen en hun onderlinge relaties – opvatten als vergroting van begrip.

We kunnen zeggen: je moet als leerkracht de leerlijnen kennen en begrijpen welke rol deze ene les kan vervullen binnen die langere lijn. Daarbij is de kunst van goed lesgeven dat je voortdurend probeert om mee te denken met de leerlingen in je klas. Door meedenken vorm je een idee over wat ze wel en niet begrijpen. Vervolgens gebruik je dat voor het aanpassen van je les, of eventueel zelfs voor het bijstellen van de lessen die gaan volgen.

1

1.3 Doelen

De overheid legt vast wat leerlingen op de basisschool moeten leren. Deze leerdoelen zijn vastgelegd in de wet in de vorm van ‘kerndoelen’, waarvan in april 2025 een herziene versie is gepubliceerd. Er zijn verschillende soorten kerndoelen:

- Wiskundige concepten: kerndoelen die beschrijven welke leerstof beheerst moet gaan worden.
- Wiskundige denk-werkwijzen: kerndoelen rond specifieke manieren van wiskundig redeneren.
- Wiskunde en de wereld: kerndoelen over het kunnen toepassen van wiskunde.

Hoe de kerndoelen bereikt moeten worden ligt niet vast, dus scholen hebben de vrijheid om een reken-wiskundemethode te kiezen die aansluit bij hun voorkeur wat betreft opbouw en didactiek. De manier waarop een leerlijn wordt vormgegeven in methoden kan daarom behoorlijk verschillen. Binnen een leerlijn kun je ook tussendoelen formuleren. Die zijn vanzelfsprekend veel specifieker. Tussendoelen beschrijven welke tussenstappen leerlingen maken op weg naar beheersing van een groter leerdoel. Ze helpen leerkrachten om het onderwijs doelgericht op te bouwen en om zicht te houden op de ontwikkeling van leerlingen.

Rekenen én wiskunde

In het basisonderwijs spreken we vaak over ‘rekenen’, maar eigenlijk – zoals ook in de kerndoelen staat – gaat het óók over wiskunde. Rekenen gaat vooral over het uitvoeren van bewerkingen zoals optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, terwijl wiskunde breder is: het draait om logisch redeneren, patronen ontdekken, problemen oplossen en nadenken over verhoudingen, ruimte en meten. Omdat het schoolvak niet alleen gaat over sommen maken, maar ook over het ontwikkelen van wiskundig denken, wordt gesproken over ‘rekenen en wiskunde’. Deze naam benadrukt dat leerlingen niet alleen rekenvaardigheden oefenen, maar ook leren begrijpen, onderzoeken en toepassen.

In andere talen dan het Nederlands wordt zowel op de basisschool als in het voortgezet onderwijs dezelfde naam voor het vak gebruikt, meestal

verwant aan *mathematics* (Engels), *Mathematik* (Duits) en *mathématiques* (Frans). Het is daarom wat ongelukkig dat we in het Nederlands een onderscheid lijken te maken tussen rekenen en wiskunde. Rekenen en wiskunde moeten dan ook niet als twee aparte onderdelen worden gezien die zomaar zijn samengevoegd. Rekenen, het toepassen van rekenregels, is namelijk een belangrijk onderdeel van de wiskunde zelf.

1.3.1 Leerstofdoelen

Veel methoden formuleren tegenwoordig bij elke les een lesdoel. Dat geeft je als leerkracht steun, omdat zo'n doel beschrijft waar het in die les om gaat. Het geeft ook de leerlingen steun omdat ze zien hoe deze les een vervolg is op wat eerder aan de orde kwam. Zo'n doelbeschrijving per les suggereert echter dat dat doel in die ene les en door alle leerlingen bereikt kan worden, maar doelen zijn juist iets van de lange adem. Leren rekenen is een langdurig proces, met doelen aan de einder en met tussendoelen voor wat je in een blok of in dat ene leerjaar met de leerlingen wilt bereiken. Houd daarbij bovendien in gedachten dat het uiteindelijk niet gaat om welke sommen een kind goed of fout maakt, maar om het inzicht dat kinderen ontwikkelen.

De kerndoelen beschrijven de verplichte leerstof op een vrij globale manier, en daarbij geldt dan ook nog dat aan het eind van de basisschool niet alle leerlingen de stof op hetzelfde niveau zullen beheersen. De overheid heeft daarom zogenoemde *referentieniveaus* laten formuleren. Voor het basisonderwijs geldt dat er een onderscheid wordt gemaakt tussen het *fundamentele niveau* (1F) en het *streefniveau* (1S). Ze heten 1F en 1S, omdat er voor het voortgezet onderwijs vergelijkbare, maar hogere niveaus zijn geformuleerd: 2F en 3F, 2S en 3S. Het fundamentele niveau is min of meer een minimumniveau. De bedoeling is dat 85% van de basisschoolleerlingen dat niveau bereikt. Het streefniveau daarentegen zou eigenlijk beter het 'standaardniveau' kunnen worden genoemd, want dat geeft weer dat het niet om een niveau gaat dat alleen is weggelegd voor de beste rekenaars. De ambitie is dat 65% van de leerlingen aan het eind van groep 8 niveau 1S bereikt.

Het streefniveau schetst het gewenste aanbod voor alle leerlingen.

Bereiken de leerlingen ook inderdaad de gestelde doelen? De Inspectie van het Onderwijs laat hier periodiek onderzoek naar doen. Daarin wordt geconstateerd dat de 85% voor het fundamentele niveau inderdaad gehaald wordt, maar de 65% op 1S-niveau bij lange na niet. In feite is sinds de vaststelling van de referentieniveaus het percentage leerlingen dat het streefniveau haalt nog nooit boven de 50% gekomen (Buijs, 2024). Dat betekent waarschijnlijk dat de ambities wat betreft het streefniveau niet erg realistisch waren, maar tegelijkertijd kunnen we ons afvragen wat gedaan zou moeten worden om meer leerlingen op een niveau te krijgen dat toch wel als wenselijk wordt gezien.

In vergelijking met het functionele niveau 1F zijn binnen het 1S-niveau de getallen iets moeilijker en de gegeven contexten iets complexer, waardoor de kinderen op een meer formeel en abstracter niveau moeten redeneren

(Van Galen en Gravemeijer, 2023). Het komt erop neer, denken wij, dat leerlingen flexibel moeten kunnen rekenen, dus dat ze moeten kunnen redeneren op een niveau waarop je het niet afkunt met alleen maar kennis van regeltjes en rekenprocedures. Blijkbaar is daar in ons rekenonderwijs onvoldoende aandacht voor.

OPDRACHT

Het rapport van de Inspectie van het Onderwijs (2021) geeft een aantal voorbeelditems die typerend zijn voor niveau 1S. We kozen een van die items en lieten 130 kinderen die opgave maken. We vroegen hen daarbij op te schrijven hoe ze de opgave oplosten (Markusse, 2021). Ongeveer 70% van alle antwoorden was goed, wat een hoog percentage is. Dat kwam ongetwijfeld omdat de leerlingen meer tijd namen voor deze opgave dan de leerlingen in het onderzoek, want die maakten veel meer opgaven. Wat ook meespeelde, was dat de leerlingen de opgave maakten in een gewone rekenles-setting, dus niet als toets. Ze kregen pen en papier en werden aangemoedigd daar gebruik van te maken en ze mochten bovendien overleggen. Waar de inspectie gebruikmaakte van meerkeuzevragen, vroegen wij leerlingen expliciet om hun aanpak op te schrijven – wat hen hielp om overzicht te houden over hun denkstappen en tussennotaties te maken die het oplossen ondersteunden.

Opgave 5



Jelle tankt 50 liter bij Anurat.
Maarten tankt 50 liter bij Serga.
Jelle moet minder betalen dan Maarten.

Hoeveel minder?

(€ 2,50 minder)

Uit het leerlingenwerk kozen we een aantal goede oplossingen, om te laten zien dat leerlingen heel verschillende aanpakken kunnen kiezen. Voor dat je naar dit leerlingenwerk kijkt, is het interessant om de opgave eerst zelf uit te werken op verschillende manieren. Van daaruit kun je proberen te voorspellen hoe kinderen aan het eind van groep 8 zullen rekenen. Als je daarna het leerlingenwerk bekijkt, kun je onderzoeken of je voorspellingen kloppen.

Ik heb het zo uitgerekend:

	3	5,30	1,11
1,06			
1,06		5,30	1,11
1,06		5,30	1,11
1,06		5,30	1,11
1,06		5,30	1,11
1,06	5,30 +	1,11 +	
1,06 +	26,50	5,55	
5,30 +			
(53,00)	26,50	55,50	
	26,50 +	53,00 -	
	<u>53,00.</u>	02,50	

antwoord: 2,50

Ik heb het zo uitgerekend:

A $\begin{aligned} \text{€ } 1,06 &= 1 \text{ L} \\ \text{€ } 2,12 &= 2 \\ \text{€ } 4,24 &= 4 \\ \text{€ } 5,30 &= 5 \\ \text{€ } 53,00 &= 50 \text{ L} \end{aligned}$	S $\begin{aligned} \text{€ } 1,11 &= 1 \text{ L} \\ \text{€ } 2,22 &= 2 \text{ L} \\ \text{€ } 5,55 &= 5 \text{ L} \\ \text{€ } 55,50 &= 50 \text{ L} \end{aligned}$ $\begin{array}{r} 55,50 \\ 53,00 - \\ \hline 02,50 \end{array}$
--	---

Antwoord = €2,50

Ik heb het zo uitgerekend:

$1 \text{ L} = 0,05 \text{ cent}$ ~~meer~~ goed koper
 $5 \text{ L} = 0,25 \text{ cent}$ goed koper
 $50 \text{ L} = 2,50$ goed koper

Ik heb het zo uitgerekend:

$1,06 \times 100 = 106 : 2 = 53$
 $1,11 \times 100 = 111 : 2 = 55,50$
 antwoord: 02,50

Ik heb het zo uitgerekend:

$1,11 - 1,06 = 0,05$
 $0,05 \times 5 = 0,25$
 $0,05 \times 50 = 2,50$
 $\downarrow$
 2,50 minder

PRAKTIJKOPDRACHT

Onderzoek rekenaanpakken van kinderen

In de opdracht hiervoor heb je gezien dat kinderen een opgave op veel verschillende manieren kunnen uitrekenen. Ga zelf ook op zoek naar een opgave waarvan je denkt dat die op verschillende manieren kan worden opgelost. Zoek een opgave die past bij het rekenniveau van je (stage) klas, maar zorg ervoor dat de opgave niet te gemakkelijk is want dan zullen waarschijnlijk de meeste kinderen een standaardoplossing gebruiken. Probeer te voorspellen hoe de kinderen zullen gaan rekenen en leg de opgave daarna aan de groep voor. Benadruk dat het niet om een toets gaat, maar dat jij, als student, graag wilt weten hoe de kinderen de opgaven oplossen. Stimuleer de kinderen om op te schrijven hoe ze hebben gedacht. Inventariseer en analyseer daarna de uitwerkingen en onderzoek of jouw voorspelling klopte. Welke conclusies trek je eruit?

1.3.2 Leerstofoverstijgende doelen

De kerndoelen leggen niet enkel vast welke leerstof moet worden onderwezen, maar ze beschrijven ook overstijgende doelen waar binnen al die leerstofonderdelen aan gewerkt kan worden. Voor de volledige lijst verwijzen we naar publicaties van het Ministerie van Onderwijs en van de SLO, maar we lichten er een paar uit.

Wiskundige attitude

Een wiskundige attitude hebben betekent dat je wiskunde herkent in de wereld om je heen. Je herkent bijvoorbeeld hoe je rekenen-wiskunde kunt inzetten om een probleem aan te pakken. Het betekent ook dat je kritisch kijkt naar situaties waarin je getallen tegenkomt, of andere wiskundige informatie. Kun je die informatie vertrouwen? Klopt het wat er staat?

Voor dat soort opgaven wordt ook wel het van oorsprong Engelse begrip *factchecking* gebruikt. Denk aan het controleren van getallen in reclame, het vergelijken van grafieken of het doorrekenen van uitspraken in het nieuws.

Een wiskundige attitude houdt ook in dat leerlingen in staat zijn tot reflectie op hun eigen denkproces en geïnteresseerd zijn in de redeneringen van anderen. Het is heel belangrijk dat leerlingen oefenen in het expliciet maken van hun aanpak van een opgave, bijvoorbeeld door hun oplossing zo op te schrijven dat andere leerlingen de redenering kunnen volgen.

Een wiskundige attitude is dus meer dan alleen weten hoe je iets moet uitrekenen. Het gaat om een onderzoekende, kritische, communicatieve en geïnteresseerde houding. Leerlingen met een wiskundige attitude zijn nieuwsgierig naar hoe iets werkt, willen begrijpen *waarom* een oplossing klopt, en zijn niet snel tevreden met een antwoord zonder onderbouwing. Ze durven vragen te stellen, fouten te onderzoeken en hun denkstappen met anderen te delen. Door die houding wordt wiskunde iets dat leeft en betekenisvol is – niet alleen in de les, maar ook daarbuiten.

Een rijke leeromgeving helpt om deze houding te ontwikkelen. Door leerlingen uit te dagen met open vragen en betekenisvolle contexten, krijgen ze de ruimte om zelf te denken en samen te redeneren. De leerkracht speelt hierin een sleutelrol: door zelf een nieuwsgierige en onderzoekende houding te tonen en veel vragen te stellen die tot verdieping leiden, laat de leerkracht zien hoe een wiskundige attitude eruitziet in de praktijk.

Wiskundig probleemoplossen

Leerlingen komen, als het goed is, binnen de rekenlessen allerlei opgaven tegen die voor hen echte problemen zijn, opgaven waar ze geen standaard-aanpak voor hebben geleerd. ‘Non-routineproblemen’ worden ze soms genoemd. De leerlingen moeten dan zelf beslissen welke wiskundige hulpmiddelen ze inzetten. Ze kunnen bijvoorbeeld een model gebruiken – zoals sprongen tekenen op een getallenlijn, of een verhoudingstabel maken – of het probleem uiteenleggen in een serie deelberekeningen. Wiskundig probleemoplossen begint meestal met zomaar eens wat proberen en kijken hoever je komt. Als je vastloopt brengt dat proberen je vaak op ideeën voor een betere aanpak.

Probleemoplossen is relatief: wat voor de één een probleem is, hoeft dat niet voor een ander te zijn. En wat eerst een probleem was voor iemand, hoeft dat later niet meer te zijn. Die persoonlijke ontwikkeling in probleem-aanpak is een belangrijk onderdeel van het leren hoe je wiskundige problemen kunt oplossen. Daarbij ontwikkelen leerlingen gaandeweg hun

eigen heuristieken: informele strategieën of vuistregels die helpen om grip te krijgen op een onbekend probleem.

Goed gekozen problemen kunnen leerlingen helpen om zich de kernideeën binnen een specifieke leerlijn eigen te maken. In 1.4.3. beschrijven we een les rond een telopdracht die leerlingen laat nadenken over de tiental-lige structuur van onze getallen. Wiskundig probleemoplossen kan ook ge-oefend worden met opgaven die losstaan van de realiteit – wiskundige puzzels – zoals de volgende opgave over tennisballen.

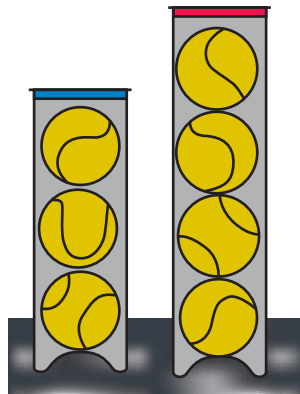
OPDRACHT

Een sportzaak verkoopt tennisballen.

Er zijn kokers met drie tennisballen en kokers met vier tennisballen.

Op een dag zijn er tien kokers met tennisballen verkocht en daarin zaten in totaal 34 tennisballen.

Hoeveel kokers met vier tennisballen zijn er verkocht?



Los de opgave eerst zelf op. Hij is niet moeilijk, maar pak er wel even een papiertje bij! En als je een oplossing hebt gevonden, bedenk dan ook hoe leerlingen uit groep 7 dit probleem zouden kunnen aanpakken.

Jelle van Toledo legde dit probleem voor aan zijn groep 7.

Van deze les zijn video-opnamen gemaakt. Bekijk deze opnamen op volgens-bartjens.nl/art/50-8442_Puzzelen en kijk of jouw voorspelling klopt. Bekijk ook hoe Jelle zijn leerlingen de ruimte geeft om zelf tot een oplossing te komen en hoe de leerlingen elkaar stimuleren, ondanks dat ze het moeilijk vinden.



Algoritmes

Een algoritme is een vaste procedure. Je kent de term ongetwijfeld vanuit de discussie over de algoritmes die bepalen wat je op sociale media te zien krijgt. De kerndoelen stellen dat in het basisonderwijs verkend moet worden wat een algoritme is, met de voordelen en beperkingen die algoritmes hebben.

Binnen het reken-wiskundeonderwijs zijn de procedures van het cijferend optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen duidelijke voorbeelden van procedures. In hoofdstuk 5 zullen we betogen dat het praktisch nut van die cijferalgoritmes sterk is afgenomen, omdat we rekenmachines en computers gebruiken, maar die cijferprocedures moeten zeker aan de orde komen als voorbeelden van algoritmes.

Aandacht voor wiskundetaal

Je hebt rekentaal nodig om na te denken over wiskundige problemen. Als je bijvoorbeeld de begrippen *hoeveel*, *meer*, *minder*, *evenveel* en *aantal* niet kent, kun je nauwelijks een probleem oplossen waarbij je hoeveelheden moet vergelijken. Zonder kennis van deze begrippen kun je er ook niet met anderen over praten. Rekentaal is daarom heel belangrijk voor de reken-wiskundeontwikkeling. Het bevat alle begrippen die nodig zijn om te kunnen redeneren binnen dit vak.

In de handleidingen van rekenmethoden staan vaak lijstjes met begrippen die de kinderen nodig hebben om de opgaven goed te kunnen maken. Het is belangrijk om daar tijdens de interactieve momenten in de rekenles aandacht aan te besteden. Dit kun je bijvoorbeeld doen door:

- gedurende de hele les de begrippen zelf actief te gebruiken, zowel tijdens de klassikale momenten als tijdens de een-op-een-gesprekjes;
- zelf hardop na te denken en voor te doen hoe je een redenering kunt verwoorden;
- uitspraken van kinderen samen te vatten of te herformuleren;
- te verwijzen naar specifieke begrippen of formuleringen die de kinderen eerder hebben geleerd ('hoe zeiden we dat ook alweer?');
- de kwaliteit van goede taaluitingen van kinderen te benoemen ('dat zeg je mooi, horen jullie wat Koen zegt?');
- kinderen woordposters te laten maken van belangrijke begrippen en deze een prominent plekje te geven in het lokaal.

Vakoverstijgend

De kerndoelen stellen dat rekenen-wiskunde als vak niet op zichzelf staat. Er is veel overlap met andere vakken en die overlap moet benoemd en benut worden. Denk aan het maken en interpreteren van kaarten en plattegronden bij aardrijkskunde, of bijvoorbeeld het werken met patronen en structuren bij creatieve vakken.

Delen met rest

Een context geeft niet alleen betekenis aan het rekenen; deze geeft ook richting aan de oplossing. Neem de deling $365:7$. De uitkomst is 52 rest 1, maar wat betekent die 'rest 1' binnen de situatie? En welk getal kies je als antwoord? Afhankelijk van de context is het antwoord soms 52,14, soms 52, en soms juist 53. En als het om tijd gaat, kan het antwoord zelfs 52 uur en 8 minuten zijn.

De les die we hier bespreken is interessant omdat de opdracht aanleiding gaf voor een gesprek over allerlei zaken buiten de school. Zelfs het begrip 'schrikkeljaar' kwam ter sprake. De leerlingen dachten na over deze zeven situaties:

- 1 Zeven vrienden gaan uit eten in een restaurant. Ze delen de rekening van €365.
- 2 Een groep van 365 personen wordt vervoerd in minibusjes. Elk busje mag niet meer dan zeven passagiers meenemen.
- 3 Een jaar heeft 365 dagen. Een week telt zeven dagen.
- 4 Zeven gezinnen hebben samen een rijstveld. Ze delen de oogst van 365 kilo.
- 5 In een grote bakkerij worden 365 taarten gebakken. Die worden eerlijk verdeeld over zeven winkels.
- 6 Zeven kinderen bakken samen 365 koekjes.
- 7 Een advocaat declareert voor een project van zeven werkweken, 365 werkuren.

Leerkracht Manon Steur liet haar leerlingen van groep 8 eerst individueel aan de opgaven werken. Ze moesten voordat ze gingen rekenen, eerst zelf een passende vraag bedenken bij elke situatie. Zo werden ze gestimuleerd om écht na te denken over de betekenis van de context: *wat speelt hier precies, en wat zou je willen weten of uitrekenen?* Daarna vergeleken de leerlingen in tweetallen hun vragen en antwoorden. Tot slot werden de situaties klassikaal besproken.

In het nagesprek kwamen allerlei aspecten van de situaties naar voren. Zo kun je de restaurantrekening pinnen of contant betalen. In het eerste geval krijgt de eigenaar twee cent te weinig, in het tweede geval vijf cent te veel. Sommige leerlingen vinden dat je sowieso iets meer moet betalen dan €52,14 – in een restaurant geef je immers fooi.

Bij de 52 weken in een jaar ging het gesprek over die ene dag extra. De leerlingen bedachten dat je verjaardag daardoor elk jaar op een andere dag valt – en in een schrikkeljaar zelfs nog een dag extra opschuift. Het is allemaal het gevolg van het feit dat de aarde in 365 dagen en 6 uur om de zon draait – al denkt een leerling dat ook meespeelt dat de aarde niet precies in 24 uur om haar as draait.

Een taart kun je best in zeven stukken snijden, maar winkels verkopen liever hele taarten. 'Zelf opeten' vinden veel leerlingen een aantrekkelijke optie, maar één winkel een extra taart geven lijkt hun logischer.

Een goede context stimuleert leerlingen om hun eigen ervaringen en hun kennis van de wereld te gebruiken. En dan kan er zomaar verbinding ontstaan met andere vakken – zoals hier met aardrijkskunde, burgerschaps-onderwijs én taal. Het formuleren van eigen vragen, het verwoorden van redeneringen en het voeren van gesprekken over verschillende interpretaties maakten deze les tot een rijke les.



Van deze les zijn video-opnamen gemaakt. Je kunt ze bekijken op www.volgens-bartjens.nl/art/50-8114_Delen-met-rest.

Kinderen opleiden tot gecijferde burgers

Bij de ontwikkeling van de kerndoelen is, mede vanuit het oogpunt van kansengelijkheid, nadrukkelijk rekening gehouden met wat alle leerlingen nodig hebben ter voorbereiding op het dagelijks leven en hun functioneren in de maatschappij. Zoals verwoord in de uitgangspunten: *‘Alle leerlingen moeten de kans krijgen om vlot en wendbaar te leren rekenen en zich te ontwikkelen tot gecijferde burgers.’*

Reken-wiskundeonderwijs draait dan ook niet alleen om het aanleren van schoolse vaardigheden. Kinderen moeten leren om problemen op te lossen, kritisch om te gaan met kwantitatieve informatie én wiskundige concepten te ontwikkelen. Zo groeien zij uit tot volwassenen die met vertrouwen en inzicht omgaan met de cijfermatige kant van de wereld om hen heen.

Getallen, grafieken en algoritmes spelen een steeds grotere rol in ons dagelijks leven. Daarom is het belangrijk dat kinderen een zekere mate van gecijferdheid ontwikkelen: het vermogen om cijfermatige gegevens te interpreteren, daar conclusies uit te trekken en weloverwogen beslissingen te nemen. Kritisch denken en wiskundig redeneren zijn daarbij onmisbaar – net als een onderzoekende houding en het vertrouwen dat je zelf tot een oplossing kunt komen.

Jouw voorbeeldrol kan rekenangst voorkomen.

Voor het ontwikkelen van gecijferdheid is een nieuwsgierige en positieve wiskundige attitude nodig. Als leerkracht voor de klas heb je hierin een voorbeeldfunctie. Je moet uitstralen dat het leuk en interessant is om met een wiskundig probleem aan de slag te gaan. Leerlingen nemen die houding dan gemakkelijker van je over. Natuurlijk zijn de problemen soms ingewikkeld en moeilijk, maar dat hoort erbij. Sommige wiskundige problemen vragen om doorzettingsvermogen, maar het geeft ook voldoening als het dan toch lukt om een oplossing te vinden. Het versterkt het competentiegevoel. Rekenangst kan vooral ontstaan in een cultuur waarin oplossingen enkel worden beoordeeld in termen van goed of fout. Je kunt dit voorkomen door leerlingen de ruimte te geven om zelf na te denken en ze te laten ervaren dat het heel normaal is dat je bij sommige problemen niet meteen weet hoe het moet. Sterker nog, fouten zijn interessant om te onderzoeken. Door ze samen te bespreken, kan er inzicht in het probleem ontstaan. Stimuleer daarom de durf om gebaande paden te verlaten en nieuwe ideeën uit te proberen, ook als daar niet direct een correcte oplossing uit voortkomt. Stel het voor als een kans om te leren.

1.4 Begripsvorming

Rekenen moet gebaseerd zijn op inzicht. In zekere zin gaat het in het reken-wiskundeonderwijs zelfs meer om het ontwikkelen van wiskundige inzichten dan om het ontwikkelen van vaardigheden. Centraal daarin staat de begripsvorming: het proces waarbij leerlingen betekenis geven aan wiskundige begrippen door ze te verbinden aan concrete situaties, eigen ervaringen en eerder geleerde kennis. Begripsvorming betekent dat leerlingen niet alleen weten *hoe* iets moet, maar ook *waarom* het zo werkt. Het ontwikkelen van inzicht gaat het best wanneer het startpunt ligt in voor leerlingen betekenisvolle vragen. Als leerkracht zul je daarbij moeten kiezen welke rol je inneemt: als iemand die uitlegt hoe een vraag het best beantwoord kan worden, of als iemand die de leerlingen steunt bij het zelf zoeken naar antwoorden.

1.4.1 De rol van contexten

De rekenboekjes van vijftig jaar geleden zagen er heel anders uit dan die van tegenwoordig. Er stonden bijna uitsluitend kale sommen in. Toepassingsopgaven hadden de vorm van 'redactiesommen', tekstopgaven zonder plaatjes. De huidige reken-wiskundemethoden staan vol *contextopgaven*. Afbeeldingen maken duidelijk om welke situatie het gaat en wat er precies berekend moet worden.

Het is goed om onderscheid te maken tussen *context* en *contextopgave*. Een *context* is de situatie of het verhaal dat als achtergrond dient, zoals: 'Er zijn rijen stoelen in een theaterzaal.' Een *contextopgave* gaat een stap verder: dat is een rekentaak binnen die context, bijvoorbeeld: 'Hoeveel stoelen zijn er als er in elke rij zes stoelen staan en er drie rijen zijn?' De context maakt de situatie herkenbaar en betekenisvol; de contextopgave nodigt leerlingen uit om binnen die situatie een wiskundig probleem op te lossen.

Een illustratie maakt van een kale som niet zonder meer een contextopgave. Waar het om gaat is dat een contextopgave van de rekentaak een vraag maakt die je ook buiten het rekenboekje tegen zou kunnen komen. Een simpel voorbeeld is het plaatje dat je al eerder in het practicum tegenkwam.



$1 \times 6 = \dots\dots\dots$	$6 \times 6 = \dots\dots\dots$
$2 \times 6 = \dots\dots\dots$	$7 \times 6 = \dots\dots\dots$
$3 \times 6 = \dots\dots\dots$	$8 \times 6 = \dots\dots\dots$
$4 \times 6 = \dots\dots\dots$	$9 \times 6 = \dots\dots\dots$
$5 \times 6 = \dots\dots\dots$	$10 \times 6 = \dots\dots\dots$

Uit: *Alles telt Q*, groep 5, blok 2, les 1

In een theaterzaal staan rijen stoelen. Als één rij zes stoelen heeft, kun je via herhaald optellen berekenen hoeveel zitplaatsen er zijn in twee rijen, drie rijen enzovoort. Een contextopgave zorgt ervoor dat leerlingen hun kennis over de wereld kunnen inzetten bij zo'n rekentaak. Het plaatje van die stoelen is maar een heel simpele toevoeging, maar het geeft veel leerlingen net de steun die ze nodig hebben.

1 **Waarom contextopgaven?**

Er is in kranten en andere media regelmatig discussie over de rekenkennis van leerlingen. Als we als land een plaatsje zakken in de top van landen met een hoog rekenniveau komt dat meteen groot in de krant. Aan de rekenprestaties van onze leerlingen valt best wat te verbeteren, maar opvallend is dat in die discussies sommige mensen pleiten voor een terugkeer naar traditioneel rekenonderwijs. Zij zien de veranderingen sinds de jaren tachtig van de vorige eeuw als de oorzaak van mindere prestaties. Als leerkracht is het belangrijk dat je je een mening vormt in deze kwestie en een kernvraag daarbij is: hoe kijk jij naar de rol van contextopgaven in het rekenonderwijs? Wat voor beeld heb jij van contextopgaven? Zie je ze als iets tijdrovends of verwarrend, of juist als essentieel voor betekenisvol leren? Eigenlijk zou je nu niet verder moeten lezen, maar eerst zelf een aantal argumenten moeten opschrijven.

Een voor de hand liggend antwoord is: het gaat er uiteindelijk om dat leerlingen hun kennis moeten kunnen toepassen. In het dagelijks leven reken je immers nooit zomaar losse sommen uit, je zoekt het antwoord op een bepaalde vraag. Als dat echter het enige argument zou zijn voor contextopgaven zou het onderwijs ook anders opgebouwd kunnen worden: leer kinderen eerst de rekenprocedures, en leer ze pas daarna hoe je dat rekenen toe kunt passen. Dat is in feite de opbouw van de vroegere rekenboekjes: eerst kale sommen, dan toepassen.

Contextopgaven zorgen voor inbedding in bestaande kennis.

Maar als jij contextopgaven vooral ziet als dragers van betekenis, dan geef je ze ook een andere plek in je onderwijs. Je maakt dan andere keuzes dan wanneer je ze vooral ziet als toepassing achteraf. Je uitgangspunt verschuift: contexten zijn niet alleen nuttig om het geleerde te oefenen, maar spelen juist een rol bij het *opbouwen* van kennis. Dat sluit aan bij wat we aan het begin van dit hoofdstuk schreven: kennis bouwt voort op kennis. Rekenen is een manier om de wereld te ordenen, om grip te krijgen op de wereld. Als een kind leert tellen, levert dat gereedschap voor het vergelijken van situaties in termen van meer en minder, en in termen van hoeveel meer, of hoeveel keer meer. Op een gegeven moment, schrijven we, worden getallen op zichzelf staande denkobjecten. Kinderen kunnen dan over getallen redeneren zonder dat die getallen direct naar een bepaalde situatie hoeven te verwijzen. Dat wil echter niet zeggen dat de band met de realiteit vanaf dat moment niet meer belangrijk is. Hoe jij die band tussen rekenen en de werkelijkheid ziet, bepaalt mede hoe je het rekenonderwijs inricht. Vind je het belangrijk dat nieuwe kennis zoveel mogelijk ingebed raakt in wat leerlingen al weten, dan zie je contexten als

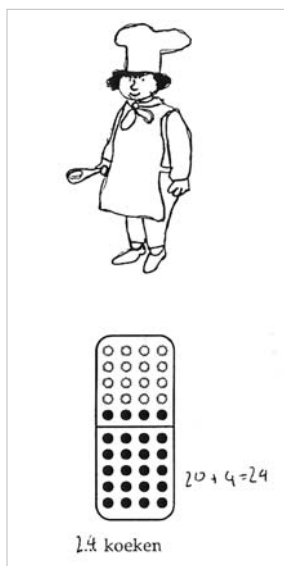
bruggetjes tussen het formele rekenen en de ervaringen van leerlingen uit hun dagelijks leven. Dat wil niet zeggen dat leerlingen altijd vanuit een betekenisvolle context moeten starten – ook rijtjes met kale sommen kunnen zinvol zijn. Het gaat erom dat leerlingen, wanneer dat van pas komt bij berekeningen, in staat zijn een context op te roepen die hun redenering ondersteunt en betekenis geeft aan wat ze doen. Zo blijft rekenen verbonden met vragen uit de wereld buiten school.

Vermenigvuldigen als voorbeeld

Het vermenigvuldigen is een goed voorbeeld om dit toe te lichten. In principe kunnen we leerlingen de tafels laten oefenen zonder dat ze echt begrijpen wat vermenigvuldigen is. Leerlingen kunnen die tafels zelfs uit hun hoofd leren zonder dat ze de relatie tussen vermenigvuldigen en optellen begrijpen. Dat leidt echter tot lege, vrij betekenisloze kennis. In het hoofdstuk over vermenigvuldigen en delen zullen we betogen dat het oefenen van de tafels juist het sluitstuk van een leerlijn moet zijn. Eerst ervaren kinderen dat vermenigvuldigen een vorm is van herhaald optellen: $4+4+4+4+4+4$ kun je ook zien als '6 keer 4 erbij optellen' en schrijven als ' 6×4 '.

Dus als je wilt weten hoeveel krentenbollen er samen in 6 zakjes van steeds 4 krentenbollen zitten, dan hoef je de krentenbollen niet los te tellen, je kunt het antwoord vinden via optellen.

$6 \times 4 = 24$ is dan misschien eerst nog alleen maar een elegante manier om een berekening te noteren, maar dat wordt anders wanneer leerlingen de relaties tussen vermenigvuldigsommen gaan zien. Ook die relaties onderzoeken leerlingen vanuit contextsituaties. Het bijgaande voorbeeld past bij een verhaal over een bakkersjongen die probeert bij te houden hoeveel koeken hij bakt. Als het deeg op is, kan hij de bakplaat niet helemaal vol maken. De leerlingen zoeken uit welke aantallen bij de bakplaten horen en schrijven ook op hoe ze die getallen gevonden hebben. Er passen 40 koeken op een lege plaat, 20 koeken op een halve plaat (5 rijen van 4), dus 6 rijen koeken kun je tellen als $20+4$.



Uit: Beeldplaat basisvaardigheden rekenen-wiskunde

Je zou pas het echte oefenen van de tafels moeten introduceren als je als leerkracht weet dat je leerlingen een redelijk begrip hebben van wat vermenigvuldigen is en ook weet dat ze de relaties tussen vermenigvuldig-sommen begrijpen vanuit concrete situaties. Dan zal het ook inderdaad *oefenen* zijn, niet *stampen*. In hoofdstuk 4 komen we uitgebreid terug op vermenigvuldigen en tafels leren.

De belangrijkste reden voor contextopgaven is dus dat leerlingen het meest leren als ze antwoorden zoeken op voor hen betekenisvolle vragen.

Van context naar som en terug

Een wat ingewikkelder voorbeeld van een contextopgave is de veerbootopgave.

1

Nu jij!



Op de veerboot kunnen 72 auto's. Hoe vaak moet de veerboot op en neer om 884 auto's naar Ameland te brengen?

De veerboot moet keer op en neer.

Ik reken zo:

Uit: *Alles telt Q*, groep 7, blok 5, basiswerkschrift, les 1, opgave 1

Het gaat bij deze opgave om het laten oefenen van delen via herhaald aftrekken. Met 72 auto's is een veerboot vol, dus om 884 auto's over te zetten kun je per vaarbeurt 72 auto's aftrekken. De kinderen moeten echter zelf uit het verhaaltje halen dat het om de som $884:72=$ gaat. Het vertalen van de context naar de som wordt ook wel aangeduid met het begrip *mathematiseren*. Dit betekent dat het probleem vanuit de echte wereld wordt omgezet naar formele sommentaal. Dit vertaalproces zal bij deze opgave waarschijnlijk niet veel problemen geven. Het schema dat naast de opgave staat, kennen de kinderen al. Ze weten dat dit wordt gebruikt voor het uitrekenen van deelsommen.

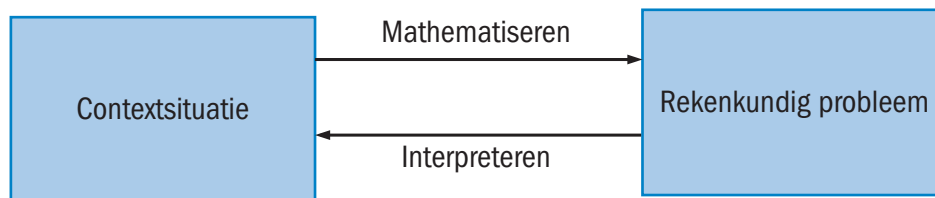
Via het schema kunnen de kinderen stap voor stap de som $884:72$ uitrekenen. Dit kan er als volgt uitzien:

$$\begin{array}{r|l}
 884 : 72 & \\
 \underline{720} & 10x \\
 164 & \\
 \underline{144} & 2x \\
 20 &
 \end{array}$$

Als de kinderen het schema hebben ingevuld, zijn ze nog niet klaar. De vraag is immers hoe vaak de veerboot op en neer moet. Dit vraagt nog wat extra denkwerk van de kinderen, want het antwoord op $884:72$ is 12, rest 20. Wanneer dit antwoord wordt teruggeplaatst in de context krijgt het de betekenis van 12 volle veerboten. Er zijn dan nog 20 auto's over waarvoor de veerboot nog een keer op en neer moet. In totaal moet de veerboot dus 13 keer op en neer.

Dit voorbeeld laat zien dat een context niet alleen betekenis geeft aan het rekenen; het geeft ook richting aan de oplossing. Wanneer een uitkomst is gevonden, moet er vanuit de context een interpretatie aan worden gegeven. Het mathematiseren gaat daarom altijd twee kanten op. Van context naar som en weer terug.

Mathematiseerschema



Mathematiseerschema

Schattend rekenen vanuit een context

8

Schrijf de som en schat het antwoord.

Jesse kookt voor een goed doel. 42 mensen bestellen een maaltijd van € 7. Hoeveel euro is de opbrengst ongeveer?

Dit is de som: $\approx$ €

Een klas met 29 kinderen gaat naar het zwembad. De entree is € 6 per kind. Hoeveel euro betaalt de juf voor alle kinderen?

Dit is de som: $\approx$ €

De sponsorloop heeft € 321 opgeleverd. Alle 8 groepen van de school mogen nu online boeken kopen. Voor hoeveel euro kan elke groep ongeveer bestellen?

Dit is de som: $\approx$ €

3 vrienden verkopen op de kledjesmarkt samen voor € 61.

Hoeveel euro krijgt elke vriend?

Dit is de som: $\approx$ €

Uit: *Alles telt Q*, groep 5, blok 6, basiswerkschrift, les 2, opgave 8

De opdracht uit *Alles telt Q* bestaat uit vier contextopgaven. Er wordt telkens een verhaaltje gegeven waarin een som is verpakt. Dit verhaaltje vormt de basis voor de context waarbinnen de kinderen gaan rekenen. De context is meer dan alleen de gegeven tekst. Het is nadrukkelijk ook datgene wat kinderen er zelf aan toevoegen.

Ter illustratie bespreken we de eerste context over Jesse. Het verhaaltje over Jesse zal in meer of mindere mate herkenning oproepen bij kinderen. Hierdoor kunnen ze zich een voorstelling maken van de situatie. Deze voorstelling wordt gekleurd door de eigen ervaringen die ze met het onderwerp hebben. Kinderen die bijvoorbeeld ervaring hebben met koken, kunnen zich waarschijnlijk een beeld vormen van een maaltijd voor 42 mensen. Er zullen ook kinderen zijn die een herinnering hebben aan een eigen activiteit voor een goed doel. Van al deze ervaringen kunnen ze gebruikmaken wanneer ze de opgave gaan oplossen.

Waarschijnlijk zullen de meeste kinderen na het lezen van het verhaaltje meteen aan de som 42×7 denken. Maar boven de opgave staat dat er geschat mag worden en in de tekst wordt het woordje 'ongeveer' gebruikt. De vraag is daarom: hoe maak je bij deze som een passende schatting? Er zullen kinderen zijn die er 40×7 van maken omdat deze som gemakkelijk uit het hoofd uitgerekend kan worden via de kapstoksom 4×7 . Maar als de context werkelijk tot leven is gekomen, is deze redenering minder logisch, want waarom zou je twee maaltijden niet meerekenen in de schatting? Kinderen die vanuit de context redeneren zullen misschien denken: er zijn kosten gemaakt voor de aanschaf van de ingrediënten. Er is daarom per maaltijd misschien maar €3 winst gemaakt. De opbrengst is dan ongeveer $42 \times 3 = €126$.

Dit voorbeeld laat zien dat een context betekenis kan geven aan het rekenen en richting kan geven aan de oplossing. Het is belangrijk dat leerlingen hier veel ervaring mee opdoen. Hun inzicht wordt ermee vergroot en ze leren hoe ze hun kennis kunnen toepassen in alledaagse situaties. Voorwaarde is wel dat de context tot leven komt. Hierbij speelt de

leerkracht een belangrijke rol. Deze kan door middel van het stellen van goede vragen kinderen stimuleren om zich in te leven. Bijvoorbeeld:

- Heb jij ook wel eens iets gedaan voor een goed doel?
- Jesse kookt voor 42 mensen. Dat is een grote groep. Wat zou hij gemaakt kunnen hebben?
- Welke kookspullen en ingrediënten heb je dan nodig?
- Is een maaltijd van €7 duur?
- Wat wordt bedoeld met 'opbrengst'?
- Waarom staat er 'schat het antwoord'?

1.4.2 Instructie

Het begin van een rekenles wordt in de methoden meestal beschreven als 'instructie'. Dat is niet zo'n gelukkige term, want het woord heeft heel sterk de bijbetekenis van uitleggen. Denk bijvoorbeeld aan de gebruiksinstructie bij een nieuw apparaat. Natuurlijk zal een leerkracht vaak iets uitleggen, maar het begin van de les is ook het moment waarop de leerkracht nagaat wat de leerlingen al weten, of nog weten, van het onderwerp van de les. Daarop voortbouwend stelt de leerkracht dan iets nieuws aan de orde. En als het goed is, stimuleert de leerkracht daarbij de leerlingen zoveel mogelijk om zelf na te denken.

Bij wat de instructie wordt genoemd neemt begripsvorming een belangrijke plaats in. Automatiseringsoefeningen – meer gericht op oefenen dan op begripsvorming – worden meestal beschreven onder een ander kopje, bijvoorbeeld 'warming-up'. Begripsvorming vraagt om interactie tussen leerkracht en leerlingen. Als het gaat om stof die al bekend moet zijn, zal de leerkracht de leerlingen laten meedenken via vragen als: 'Hoe doen we dat ook weer?', 'Waarom doen we dat eigenlijk zo?'. De leerkracht zal altijd de leerlingen betrekken bij de uitleg. En als het gaat om nieuwe stof, zal de leerkracht eerst de voorkennis van leerlingen activeren en dan vervolgens met vragen als: 'Denk aan wat jullie eerder geleerd hebben, hoe zou je nou dit probleem aanpakken?'

Ook bij wat 'Directe Instructie' (DI) wordt genoemd, of 'Expliciete Directe Instructie' (EDI) is instructie niet eenrichtingsverkeer van leerkracht naar leerling. Belangrijk is bijvoorbeeld dat wordt teruggeblikt op wat eerder aan de orde kwam en dat gaat in interactie met de leerlingen. Datzelfde geldt voor de introductie van nieuwe stof. Waar directe instructie de nadruk op legt, is dat het onderwijsproces helder moet zijn. Leerlingen moeten steeds zicht houden op hun eigen leerproces: wat heb ik eerder geleerd?, wat kan ik nog niet?

Bij directe instructie ligt de nadruk sterk op uitleggen: de leerkracht laat zien hoe je een bepaald type rekenprobleem oplost. Er zijn echter ook andere didactische werkvormen mogelijk. Welke vorm je kiest zal afhangen van het doel van de les. Wanneer je bijvoorbeeld leerlingen de strategie van 'aanvullen tot 10' wilt leren bij sommen als $7+8$, dan kun je dat heel goed doen via de stappen van Directe Instructie. Als je leerlingen een probleem wilt laten oplossen, om via die weg hun inzicht te vergroten, dan kies je een andere aanpak. We geven een voorbeeld van dat laatste.

1.4.3 Een probleem laten oplossen als didactische werkvorm



Leerkracht Marieke Bos wil een les geven die haar leerlingen van groep 3 en 4 laat nadenken over de structuur van getallen. Hoe de les verloopt, wordt beschreven in het tijdschrift *Volgens Bartjens* (Van Galen & Bos, 2022). Op volgens-bartjens.nl/art/50-6857_Tellen-als-een-rijk-probleem staan video-opnamen van de les. We vatten de les kort samen.

De leerlingen werken in viertallen. Ze moeten samen een verzameling kleine voorwerpen tellen: steentjes, blokjes, paperclips of iets dergelijks. Het gaat om aantallen tussen de 50 en 100. Op zich kunnen leerlingen van groep 3 en 4 zoveel voorwerpen wel tellen, maar er zijn twee dingen die het moeilijker maken:

- De leerlingen moeten het samen doen, dus ze moeten een manier vinden om het werk te verdelen.
- De leerkracht eist dat iedereen moet kunnen controleren of het gevonden aantal wel klopt.
- Als de leerlingen klaar zijn met bijvoorbeeld de paperclips mogen ze een andere set van de leerkrachttafel pakken.

Vooral interessant is het klassikale gesprek dat ontstaat als de leerlingen uit het eerste groepje denken dat ze klaar zijn met de paperclips. De leerkracht legt het werk even stil en vraagt wat ze gedaan hebben en hoeveel paperclips het volgens hen zijn. Een van de leerlingen vertelt dat het tellen een paar keer misging en dat ze uiteindelijk besloten om dan maar het laatst gevonden getal te nemen: 73. De leerkracht gaat daar natuurlijk niet in mee. Ze stelt voor dat de leerlingen de paperclips nog eens tellen, maar daar eerst een betere tactiek voor te bedenken. Ot, die zelf bezig is met het tellen van bouwsteentjes, zegt dat ze in plaats van één voor één te tellen misschien beter groepjes kunnen maken.

Uiteindelijk gaan alle viertallen in de klas over op het maken van groepjes. In het eindgesprek wordt duidelijk waarom vooral het maken van groepjes van 5 of 10 handig is: optellen van het totaal is simpel omdat je zo direct aansluit op de tientalstructuur van de getallen.

Wij denken dat dit voor de kinderen een heel waardevolle les was, maar de lesopbouw past niet goed in het model van directe instructie:

- De leerkracht legt uit wat de bedoeling van de activiteit is: de voorwerpen moeten geteld worden en achteraf moet makkelijk te controleren zijn of het totaal klopt. Ze vertelt echter niet dat het maken van groepjes van 10 daarbij de beste aanpak is. Dan zou ze al het denkwerk bij de leerlingen wegnemen.
- De leerlingen zien het tellen van de voorwerpen als doel, maar de leerkracht heeft met de les een doel dat daarachter ligt, namelijk het laten onderzoeken van de structuur van getallen. Het is niet mogelijk om dit didactische doel vooraf met de kinderen te bespreken, want dan zou de leerkracht al te veel van de oplossing prijsgeven.
- Wat je het echte instructiemoment zou kunnen noemen, komt pas aan het einde van de les. De leerkracht laat zien welke rol de tienvouden hebben in de structuur van de getallen. Het maken van groepjes van 10 of 5 is handig, omdat dat heel goed past bij die getalstructuur.

Het is wel een heel heldere les:

- De leerlingen weten wat ze moeten doen. De situatie is duidelijk.
- De leerlingen ontdekken allemaal dat er een probleem is met de aanpak die ze geneigd zijn te kiezen – één voor één tellen – en ze zoeken uit hoe je via groepjes maken een goed overzicht krijgt.
- In het afsluitende gesprek vertellen de leerlingen wat ze ontdekt hebben. De leerkracht vat dat samen en legt heel expliciet de relatie met de structuur van de getallen.

Het is een les waarin de leerlingen alle vrijheid krijgen om zelf een aanpak te bedenken, maar tegelijkertijd stuurt de leerkracht heel sterk naar de ideeën die zij aan de orde wil stellen. Dat doet ze niet door te vertellen wat de leerlingen moeten doen, maar door vragen te stellen en door helder te maken wat er bij de verschillende viertallen gebeurt.

Deze aanpak sluit aan bij het principe van geleid heruitvinden: leerlingen bouwen hun inzicht stap voor stap op, met ruimte voor eigen denkwegen, maar wel binnen een door de leerkracht zorgvuldig vormgegeven leeromgeving die stuurt naar het wiskundige idee.

In de les staat duidelijk een wiskundig idee centraal en dat geldt ook voor andere lessen die in *Volgens Bartjens* zijn gepubliceerd (zie de rubriek 'Zo! wil ik leren rekenen'). Ze hebben wat opbouw betreft veel gemeen met de beschreven les van Marieke Bos. De suggesties voor activiteiten en lessen die je in dit boek zult tegenkomen ademen meestal dezelfde sfeer, met kenmerken als een nadruk op probleemoplossen, vrijheid bij leerlingen om zelf een aanpak te kiezen, begeleiden van kinderen in plaats van hun direct de weg te wijzen en het ontwikkelen van wiskundige ideeën. Dit is anders dan directe instructie, waarbij de leerkracht het leerproces veel meer stuurt door expliciete uitleg te geven en stap voor stap instructies te bieden, zonder veel ruimte voor eigen ontdekking.

Bij dit alles moet echter een belangrijke kanttekening worden gemaakt: zo'n les als we net beschreven geef je als leerkracht niet elke dag. Het is een intensieve les, zowel voor de kinderen als voor jou. De leerlingen zullen het erg waarderen als je één keer per week zo'n les geeft – over het algemeen vinden ze lessen waarin ze veel ruimte krijgen om zelf na te denken plezierig – maar de andere dagen geef je waarschijnlijk lessen waarin het meer gaat om oefenen en het maken van kleine nieuwe stapjes. Lessen, kortom, waar het model van Directe Instructie veel beter op past.

1.4.4 Spelvormen in de rekenles

Een didactische werkvorm die in de rekenles veel betekenis kan hebben, is het spel. Spelvormen zorgen voor betrokkenheid en motivatie, maar bieden ook kansen voor rijke interactie, het oefenen van strategieën en het ontwikkelen van rekenbegrip. In een goed gekozen rekenspel denken leerlingen actief na, passen hun kennis toe en worden uitgedaagd om samen te redeneren. Spelvormen kunnen aan het begin van de les worden ingezet om voorkennis te activeren, halverwege om nieuw geleerde strategieën te oefenen of aan het eind om te reflecteren op het geleerde. Een rekenspel vraagt van de leerkracht vaak een observerende rol: wie past welke strategie toe, wie legt iets uit, wie doet iets zonder er woorden aan te geven? Zo kan het spel ook input geven voor vervolgonderwijs. In dit boek vind je dan ook verschillende voorbeelden van rekenspellen die passen bij uiteenlopende leerdoelen.

1.4.5 Uitleggen of ondersteunen?

Als leerkracht moet je dingen helder kunnen uitleggen, maar ook de helderste uitleg zorgt niet automatisch voor begrip bij leerlingen. Je hebt waarschijnlijk vaak genoeg zelf meegemaakt dat iemand je iets uitlegde en dat je dacht dat je het begreep, maar dat je het daarna niet kon naverellen. Voor begrip is nodig dat je zelf de juiste verbindingen legt. Soms is het voldoende om mee te denken met degene die je iets uitlegt, maar als het om ingewikkelder zaken gaat, kost het vaak een hele worsteling om je bepaalde nieuwe ideeën eigen te maken. Dat geldt ook voor leerlingen: hoe helder de uitleg van de leerkracht ook is, uiteindelijk moeten de leerlingen zelf de nieuwe kennis een plek geven.

Je zult een visie moeten ontwikkelen op jouw rol als leerkracht in het rekenonderwijs. Ben jij degene die probeert om alles zo helder uit te leggen dat zoveel mogelijk kinderen het gaan snappen? Of kies je juist meer een rol van iemand die kinderen probeert te ondersteunen, terwijl ze zelf hun ideeën ontwikkelen?

Als het erom gaat dat kinderen iets nieuws moeten leren, kies je dan voor: ‘Dit is een wat lastiger probleem dan jullie hiervoor hebben gehad, ik zal proberen om jullie goed uit te leggen hoe je zo’n probleem aanpakt’, of kies je voor: ‘Dit is een wat lastiger probleem dan jullie al hebben gehad. Met wat je inmiddels weet, hoe zou je dit probleem aanpakken?’

Bedenk hierbij dat het uiteindelijk gaat om het ontwikkelen van inzicht. Kinderen moeten rekenprocedures leren, maar de beheersing van die rekenprocedures moet gebaseerd zijn op inzicht, want anders worden het betekenisloze trucjes. Inzicht staat voorop; het gaat er in de rekenwiskundeles om dat leerlingen zich belangrijke wiskundige ideeën eigen maken.

Rekenen-wiskunde is niet altijd een populair vak op de basisschool. Dat komt waarschijnlijk omdat de nadruk sterk ligt op het leren van procedures en regeltjes. Je kunt als leerkracht van rekenen-wiskunde een veel interessanter vak maken als je de wiskundige ideeën vooropstelt. Dat kan bijvoorbeeld zo:

- Leg de leerlingen regelmatig problemen voor waar ze stevig over moeten nadenken, niet alleen maar opgaven die vragen om toepassen van wat eerder geleerd is.
- Leg de nadruk op wiskundig redeneren en op het beargumenteren van oplossingsmanieren.
- Zorg voor een gevarieerd aanbod: soms fundamentele gesprekken over wiskundige ideeën, maar ook op een gevarieerde manier oefenen van vaardigheden.
- Straal zelf ook uit dat je plezier kunt beleven aan het vak. Laat merken dat je vaak zelf ook niet meteen een antwoord weet, maar dat het leuk is om te puzzelen op een probleem.
- Toon je interesse in het denken van de leerlingen. Laat merken dat het interessant is dat leerlingen soms heel verschillende redeneringen volgen om uiteindelijk tot dezelfde conclusie te komen.
- Leg nadruk op ontwikkeling en groei. Complimenteer leerlingen met wat ze er de afgelopen tijd hebben bijgeleerd.
- Laat zien dat fouten interessant zijn omdat je er veel van kunt leren.

1.4.6 Interactie

Welke didactische werkvorm je ook kiest, reken-wiskundeonderwijs moet interactief onderwijs zijn. Eigenlijk is 'interactie' een te neutrale term, want je kunt zeggen dat er ook interactie is wanneer de leerkracht iets voordoet en de leerlingen het nadoen. Maar zo bedoelen we het niet. Interactie wil zeggen dat je als leerkracht probeert te begrijpen wat er in het hoofd van een kind omgaat en dat je met jouw vragen en suggesties probeert daarop aan te sluiten. Echte interactie houdt in:

- Als je praat met jouw groep of met individuele leerlingen, dan is het verhaal van de leerlingen minstens zo belangrijk als jouw verhaal.
- Kies je vragen zorgvuldig. Beginnen met een algemene vraag als: 'Kun je uitleggen hoe jullie op dat antwoord kwamen?' is beter dan direct op een detail ingaan ('Waarom staat hier een 6?').
- Reageer vooral op wat de leerlingen goed doen. Elk stapje dat leerlingen maken draagt bij aan hun ontwikkeling.
- Laat duidelijk blijken dat het helemaal niet erg is om fouten te maken; nadenken is belangrijk, niet het antwoord. Je kunt veel leren van fouten.
- Geef complimentjes. Wij Nederlanders zijn daar niet zo gul mee, maar een welgemeend compliment werkt altijd motiverend.
- Zorg dat alle leerlingen een klassikale discussie kunnen volgen. Controleer of iedereen de redenering van een leerling begrijpt voordat je inhoudelijke vragen gaat stellen.
- Wees duidelijk in wat je verwacht van de leerlingen: dat ze geïnteresseerd zijn in de redeneringen van andere leerlingen, dat ze op een positieve manier reageren, dat ze niet lachen als iemand een fout maakt, want van fouten maken leer je veel. Maar realiseer je ook dat jouw eigen voorbeeld nog veel belangrijker is.
- Blijf je ervan bewust dat het uiteindelijk nooit gaat om het antwoord op deze ene opgave; het gaat erom dat kinderen zich de onderliggende ideeën eigen maken.
- Het allerbelangrijkste is dat je als leerkracht nieuwsgierig bent naar het denken van je leerlingen. Eigenlijk volgt alles wat hiervoor staat dan vanzelf.



Interactie in
de reken-
wiskundeles

Een stevig probleem biedt veel gespreksstof

Breng de context tot leven

Geef iedereen tijd om na te denken

Laat leerlingen eerst een minuut in stilte nadenken

Laat de leerlingen hun aanpakken vergelijken

Fouten zijn goed!

Daar leert de hele klas wat van

Zorg dat iedereen het gesprek kan volgen

Vertel nog eens wat een leerling inbracht

Stel denkstimulerende vragen

Zet mooie ontdekkingen in het zonnetje

'Weten jullie nog wat Ilma bedacht had?'

Benoem wat goed gaat

Elk stapje is een stap vooruit



Als jij echt
geïnteresseerd bent
in hoe kinderen den-
ken, worden leerlin-
gen dat ook

Het gaat niet om het
goede antwoord, maar
om het ontwikkelen
van wiskundige ideeën

Als leerlingen met el-
kaar in discussie gaan,
dat is pas lesgeven!



Vragen stellen

1

Nu jij!

Zet de getallen in het positieschema.

Vakantie

Vorig jaar gingen
5,3 miljoen mensen
op vakantie naar het
buitenland. 2,7 miljoen
mensen gingen in
eigen land op vakantie.
5,8 miljoen mensen namen
de auto als vervoersmiddel.
Samen reden zij 4,75
miljard kilometer.



M	Hd	Td	D	H	T	E

M	Hd	Td	D	H	T	E

M	Hd	Td	D	H	T	E

MJ	HM	TM	M	HD	TD	D	H	T	E

Uit: *Alles telt Q*, groep 8, blok 1, basiswerkschrift, les 1, opgave 1

Als de kinderen na de zomervakantie weer op school komen, hebben ze van alles beleefd. Ze zitten vast vol met verhalen. De methode *Alles telt Q* speelt hierop in door op de allereerste bladzijde van het rekenboek voor groep 8 een context te gebruiken over de manier waarop mensen op vakantie gaan. Deze context geeft je daarom de kans voor een goed gesprek. Het doel van de opgave is dat de leerlingen gaan nadenken over de betekenis van grote getallen. Je zou direct kunnen beginnen met concrete vragen als:

- Wat betekenen de cijfers 'vijf' en 'drie' in 5,3 miljoen?
- Hoe kun je dit duidelijk maken via het positieschema?
- Wat is het verschil tussen 'miljoen' en 'miljard'?

Als je de les begint met deze vragen, negeer je de context en dat zou jammer zijn, want praten over de context maakt kinderen nieuwsgierig. Begin daarom eerst met vragen waarmee je de context tot leven brengt.

Bijvoorbeeld:

- Wat hebben jullie gedaan in de vakantie? Ben je op reis geweest?
- Waar ging je heen en hoe lang was je onderweg?
- Welk vervoersmiddel gebruikten jullie?

Het voordeel van deze vragen is dat je meteen ook de kinderen uit je groep een beetje kunt leren kennen. Je kunt hierna ook een aantal vragen stellen waarmee je de kinderen laat nadenken over het bericht in het boek. Bijvoorbeeld:

- In het bericht worden vier gegevens besproken. Hoe zouden ze hieraan zijn gekomen? Hoe denk je dat ze deze informatie hebben verzameld?
- Uit het bericht kun je niet opmaken of het bericht gaat over mensen in Utrecht, Nederland, Europa of een ander gebied. Wat denk jij? Over welke groep zou het kunnen gaan?
- Als we een nieuwsbericht zouden willen opstellen over de manier waarop de kinderen hier op school op vakantie zijn gegaan, hoe zouden we dat dan kunnen aanpakken?

Deze laatste drie vragen zijn echte denkstimulerende vragen, waarbij leerlingen actief aan het denken worden gezet over de betekenis van de getallen. De laatste vraag kan uitmonden in een rijke wiskundige activiteit waarbij de leerlingen op onderzoek gaan in de eigen school.

De wereld waarin kinderen leven, is rijk aan gecijferdheidssituaties. Hun werkelijkheid is één grote context en een onuitputtelijke bron van ervaringen. Het zou zonde zijn om die niet te benutten. De leerlingen moeten begrijpen hoe ze het positieschema kunnen invullen, maar uiteindelijk gaat het om de betekenis van zulke grote getallen.

1.5 Oefenen

In het rekenonderwijs is, net als bij andere vakken, oefenen heel belangrijk. Als leerlingen één keer een goed antwoord hebben gevonden, wil dat niet zeggen dat ze vergelijkbare opgaven ook zonder meer goed zullen doen. Oefenen is daarom een onmisbaar onderdeel van iedere leerlijn. In termen van het eerdergenoemde hoofdfasenmodel gaat het bij oefenen om het vlot leren rekenen en automatiseren (fase 3) en flexibel toepassen (fase 4). Het gaat, met een ander woord, om de consolidatie van de kennis die de leerlingen hebben opgedaan.

1.5.1 Automatiseren en memoriseren

De termen *automatiseren* en *memoriseren* benadrukken verschillende aspecten van oefenen. Er zijn allerlei handelingen die je op een gegeven moment – na veel oefenen – kunt uitvoeren zonder erbij na te hoeven denken. Het strikken van je veters, bijvoorbeeld. Je hebt ongetwijfeld gezien hoeveel moeite het kinderen kost om dat te leren, maar zelf hoeft je er niet meer bij na te denken. Sterker nog, als je iemand uit wilt leggen hoe je het doet – er zijn verschillende manieren – dan moet je als het ware naar je handen kijken om het te kunnen uitleggen. Bij rekenen zijn er allerlei denkstappen die kinderen moeten automatiseren. Sprongen maken over de 10 is zo'n handeling. Bij $7+5$ splits je 5 in 3 plus 2, dus $7+5$ wordt $10+2=12$. Je springt als het ware eerst naar de 10 en dan eroverheen. Op dezelfde manier ga je bij $8+7$, via $8+2$ naar 10, en dan via $10+5$ naar 15. Als leerlingen maar vaak genoeg zulke optellingen oefenen weten ze de uitkomsten op een gegeven moment direct. Het optellen tot 20 is dan *geautomatiseerd*. Ook als de tussenstap via de 10 nog heel snel even door het hoofd gaat, spreken we over *geautomatiseerd*. Iets soortgelijks geldt bij het leren van de tafels van vermenigvuldiging: een kind dat vaak genoeg 6×8 heeft uitgerekend via $5 \times 8 = 40$, weet de uitkomst van 6×8 op een gegeven moment direct. De tussenstap via 5×8 is dan helemaal ingesleten. Overigens is het daarvoor echt nodig dat leerlingen tafelsommen ook op snelheid oefenen – bijvoorbeeld zoveel mogelijk sommen maken binnen 1 minuut – want zonder dat lukt het automatiseren niet.

Oefenen is nooit 'uit je hoofd leren'.

Memoriseren betekent 'in je geheugen prenten'. Wanneer je dat opvat als 'uit je hoofd leren', dan is daar binnen het leren rekenen haast nooit sprake van. De betekenis van woorden in een vreemde taal leer je wel uit het

hoofd, zeker in het begin, omdat je dan nog geen houvast hebt. Maar, zoals je eerder hebt kunnen lezen, zelfs de tafels van vermenigvuldiging leren kinderen niet op zo'n manier. Wel kun je zeggen dat een kind op een gegeven moment de tafels *gememoriseerd* heeft: hij of zij weet de uitkomsten direct. Hoe dan ook, op een gegeven moment moeten leerlingen bepaalde rekenstappen heel vlot kunnen uitvoeren, vooral omdat er in praktische situaties vaak verschillende denkstappen nodig zijn. Neem een probleem als: je hebt 4 plankjes nodig van 58 cm; hoe lang moet de lange plank zijn waar je die kleine plankjes uit kunt zagen? Als je snel ziet dat je met 4×60 in ieder geval goed zit, en je weet meteen dat dat 240 cm is – want $4 \times 6 = 24$ – dan is het een simpele vraag. Als je $4 \times 6 = 24$ niet paraat hebt, verdwaal je ergens onderweg. Meer in het algemeen: rekenen met grotere getallen steunt op het vlot kunnen uitvoeren van allerlei tussenberekeningen. Vlot kunnen rekenen vraagt om oefening.

1.5.2 Gevarieerd oefenen

Voor het opdoen van vaardigheden, kennis, inzicht en het kunnen oplossen van problemen, is oefening nodig. In de reken-wiskundelessen wordt daar dan ook veel tijd voor ingeruimd. Oefenen is effectiever wanneer dat op allerlei verschillende manieren gebeurt. In deze paragraaf bespreken we een aantal verschillende oefenvormen.

Oefenen op de computer

Meer en meer worden tablets ingezet bij het oefenen van rekenvaardigheden. Daar zijn verschillende argumenten voor:

- Oefeningen kunnen op snelheid worden gedaan. Een zekere tijdsdruk stimuleert het automatiseren en is dus handig bij bijvoorbeeld het leren van de optellingen en aftrekkingen tot 20, of bij het leren van de tafels van vermenigvuldiging.
- Leerlingen krijgen bij een fout ogenblikkelijk feedback. Ze zien op hun scherm dat hun antwoord fout is en krijgen soms een hint waarmee ze hun antwoord kunnen verbeteren.
- De leerkracht hoeft het werk van de leerlingen niet na te kijken en kan via de computer overzicht houden over de prestaties van de leerlingen.
- De leerkracht kan voor ieder kind oefenwerk klaarzetten dat past bij de persoonlijke behoeften. Via de computer is een gedifferentieerd oefenaanbod gemakkelijk te realiseren.

Schriftelijk oefenen

In de rekenboeken staan sommenrijtjes. Deze zijn altijd gericht op een specifieke vaardigheid zoals het kolomsgewijs optellen of het delen via splitsen. Sommenrijtjes worden meestal individueel gemaakt, maar ook hier is interactie met andere leerlingen en de leerkracht belangrijk. Door de opgaven samen te bespreken krijgen de leerlingen direct feedback op hun werk. Dit versterkt de effectiviteit van de oefening. Met name als de feedback is gericht op de oplossingsstrategie: wat gaat goed en wat kan beter? Feedback die louter is gericht op het beoordelen in termen van goed en fout is weinig zinvol en kan leiden tot demotivatie.

Gedachtenvol oefenen

Wanneer kinderen aan het oefenen zijn met sommenrijtjes, hebben ze vaak de neiging om gewoon klakkeloos met de eerste som te beginnen en daarna het rijtje af te werken volgens de gegeven volgorde. Bij gedachtenvol oefenen gaat het juist om een andere aanpak: leerlingen worden

uitgedaagd om eerst na te denken over een slimme volgorde of strategie, voordat ze beginnen met uitrekenen. Zo leren ze verbanden te leggen tussen sommen en hun eigen aanpak te kiezen. In sommenrijtjes komen soms opgaven voor die niet helemaal los van elkaar staan: het antwoord van de ene som kan worden gebruikt om het antwoord van een andere som gemakkelijk te vinden. Kijk bijvoorbeeld eens naar het volgende rijtje. Met welke som zou je beginnen? En welke zou je daarna uitrekenen?

$$\begin{array}{l} 45 \times 9 \\ 50 \times 9 \\ 9 \times 5 \\ 405 : 9 \end{array}$$

In dit rijtje is 9×5 een handige startsom. Wanneer je dit antwoord weet, is 50×9 ook niet moeilijk meer. Daarna kan 45×9 handig worden uitgerekend, want dat is $450 - 45 = 405$. Daarmee ligt ook het antwoord van $405 : 9$ voor het oprapen.

Bij gedachtenvol oefenen gaat het er dus om dat leerlingen gaan nadenken over relaties tussen sommen, en over de vraag welke som gemakkelijk is of juist moeilijk. Dit vraagt om een andere houding tijdens het oefenen: eerst nadenken en dan doen. Als leerkracht kun je dit begeleiden door in gesprek te gaan over de keuzes die tijdens het oefenen worden gemaakt.

PRAKTIJKOPDRACHT

Ontwerp een gedachtenvolle oefening

Ontwerp zelf een gedachtenvolle oefening en bedenk een sommenrijtje passend bij de oefenstof uit de methode van jouw (stage)groep.

- Wat wil je bereiken met deze oefenactiviteit?
- Welke verwachtingen heb je ten aanzien van het reken- en denkwerk van de leerlingen?
- Welke vragen stel je in de nabespreking van de oefenactiviteit?

Leg hierna de oefening voor aan een groepje leerlingen uit je (stage)klas. Observeer hoe ze te werk gaan. Maken ze spontaan gebruik van de handige relaties die jij hebt bedacht of hebben ze hierbij stimulans van jou nodig?

Oefenen met wisbordjes

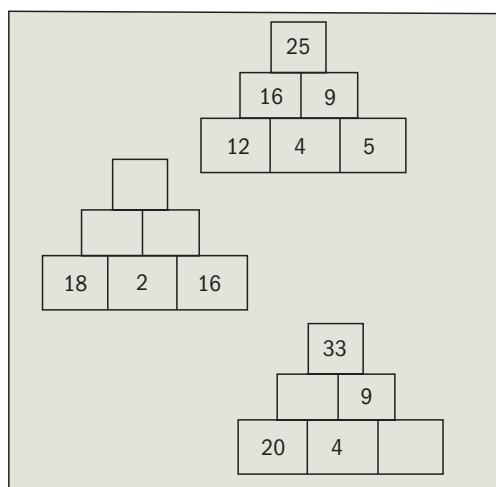
Een wisbordje is een soort mini-whiteboard waarop leerlingen met een uitwisbare stift kunnen schrijven. De leerkracht geeft een opdracht en elke leerling noteert zijn uitwerking op zijn eigen wisbordje. Daarna steekt iedereen op een teken van de leerkracht zijn bordje omhoog. Het grote voordeel van deze aanpak is dat leerlingen aan elkaar laten zien wat ze gedaan hebben en aan elkaar uitleggen waarom ze voor deze aanpak hebben gekozen. Ze kunnen direct feedback geven en ontvangen op het

gemaakte rekenwerk. Fouten kunnen direct worden gecorrigeerd. Deze aanpak is ook prettig voor de leerkracht, want deze krijgt in één oogopslag zicht op de aanpakken van de kinderen.

Productief oefenen

De vorm van oefenen waarbij leerlingen zelf opgaven bedenken, wordt productief oefenen genoemd. De meeste leerlingen vinden dit leuk om te doen, omdat het initiatief bij henzelf ligt. Het geeft ook veel inzicht in wat leerlingen kunnen. Voorbeelden van productief oefenen:

- Bedenk een rij sommen waar steeds 10 uit komt. In plaats van 10 kan een willekeurig ander getal worden gekozen.
- In een getallenmuurtje wordt de som van twee naast elkaar liggende getallen in de steen er midden boven gezet. Het is een oefenvorm waarbij leerlingen kunnen oefenen met optellen en aftrekken (zie afbeelding). Als leerlingen vertrouwd zijn met deze oefenvorm, kun je ze vragen om zelf zo'n muurtje te bedenken voor een klasgenootje. De oefening wordt dan een productieve oefening.



Een productieve oefening is voor leerlingen een interessante manier van oefenen en tegelijk een goede manier om te differentiëren, want de leerlingen maken opgaven op hun eigen niveau. Zo'n oefening geeft de leerkracht bovendien goed zicht op wat leerlingen kunnen. Op de groene pagina staat een voorbeeld.

PRAKTIJKOPDRACHT

Productief oefenen in de (stage)klas

Geef de leerlingen uit jouw (stage)groep een oefenopdracht met eigen producties.

Bekijk de eigen producties van jouw leerlingen. Wat valt je op? Wat leren de leerlingen hiervan? Welke informatie over het rekenniveau haal je eruit? Welke vragen stel je de leerlingen tijdens de nabespreking?

Productief oefenen: Maak 10

Aan het eind van groep 3 kregen leerlingen de opdracht om zelf zoveel mogelijk sommen te bedenken waarvan de uitkomst 10 is. Nadat de leerlingen hun sommen hadden bedacht, bespraken ze met de leerkracht een aantal voorbeelden.

Je ziet hier drie verschillende uitwerkingen van de opdracht. Bekijk het werk voordat je verder leest. Wat valt je op?

Handwritten list of arithmetic problems with result 10:

$$\begin{array}{l} 5 + 5 = 10 \quad 9 + 1 = 10 \quad 10 + 0 = 10 \\ 6 + 4 = 10 \quad 1 + 9 = 10 \quad 8 + 2 = 10 \\ 4 + 6 = 10 \quad 3 + 7 = 10 \quad 2 + 8 = 10 \\ 11 - 1 = 10 \quad 7 + 3 = 10 \\ 12 - 2 = 10 \\ 13 - 3 = 10 \\ 14 - 4 = 10 \\ 15 - 5 = 10 \\ 16 - 6 = 10 \\ 17 - 7 = 10 \\ 18 - 8 = 10 \\ 19 - 9 = 10 \\ 20 - 10 = 10 \end{array}$$

Handwritten list of arithmetic problems with result 10:

$$\begin{array}{l} 10 - 0 = 10 \\ 20 - 10 = 10 \\ 30 - 20 = 10 \\ 40 - 30 = 10 \\ 50 - 40 = 10 \\ 60 - 50 = 10 \\ 70 - 60 = 10 \\ 80 - 70 = 10 \\ 90 - 80 = 10 \\ 100 - 90 = 10 \end{array}$$

Handwritten list of arithmetic problems with result 10:

$11 - 1 = 10$	$10 - 0 = 10$
$12 - 2 = 10$	$20 - 10 = 10$
$13 - 3 = 10$	$30 - 20 = 10$
$14 - 4 = 10$	$40 - 30 = 10$
$15 - 5 = 10$	$50 - 40 = 10$
$16 - 6 = 10$	$60 - 50 = 10$
$17 - 7 = 10$	$70 - 60 = 10$
$18 - 8 = 10$	$80 - 70 = 10$
$19 - 9 = 10$	$90 - 80 = 10$
$20 - 10 = 10$	$100 - 90 = 10$
$21 - 11 = 10$	$120 - 110 = 10$
$22 - 12 = 10$	$130 - 120 = 10$
$23 - 13 = 10$	$140 - 130 = 10$
$24 - 14 = 10$	$150 - 140 = 10$
$25 - 15 = 10$	$160 - 150 = 10$
$26 - 16 = 10$	$170 - 160 = 10$
$27 - 17 = 10$	$180 - 170 = 10$
$28 - 18 = 10$	$190 - 180 = 10$
$29 - 19 = 10$	$200 - 190 = 10$
$30 - 20 = 10$	

De andere leerlingen in deze groep kwamen met vergelijkbare rijtjes. Wat in het leerlingenwerk opvalt:

- Sommige leerlingen kiezen in eerste instantie voor eenvoudige sommen ($5+5$, $10+0$, $9+1$) maar al werkend ontdekken ze ook dat je bij optelsommen de getallen kunt omkeren ($7+3$ en $3+7$).
- Ze gaan ook inzien dat je niet alleen optelsommen, maar ook aftreksommen kunt maken.
- Dat je 10 niet alleen kunt maken door het gebruik van mooie ronde getallen, maar ook door $11-1$ en vervolgens $12-2$ uit te rekenen. In feite

ontdekken ze dat je de getallen aan beide zijden van het minteken steeds met één kunt ophogen, want dan blijft het verschil hetzelfde.

- Voor sommige leerlingen is het een ontdekking dat het maken van sommen niet ophoudt bij 20 of 100 – er zijn altijd meer mogelijkheden om te verkennen.

Het gekozen leerlingenwerk illustreert hoe ze dit soort opdrachten op een verschillend niveau kunnen maken. De eerste leerling maakt alleen sommen tot 20, maar vindt wel op een systematische manier alle optellingen waar 10 uit komt. De tweede en derde leerling maken systematische rijtjes van aftrekkingen, waarbij de derde leerling laat zien dat ze ook al met getallen boven de 100 vertrouwd is.

Toervierkant

BLOK 1 LES 20 **WEEK 4**

KUN JE HET TOERVIERKANT VINDEN?

1 Vul in.
Vul de getallen in het vierkant in.

	9	

→ 15
→ 15
→ 15
→ 15
→ 15
→ 15
→ 15
→ 15

Is het gelukt om een toervierkant te maken met het getal 9 in het midden?
☐ ja ☐ nee

2 Vul in.
Vul de getallen in het vierkant in.

	1	

→ 15
→ 15
→ 15
→ 15
→ 15
→ 15
→ 15
→ 15

Is het gelukt om een toervierkant te maken met het getal 1 in het midden?
☐ ja ☐ nee

EUREKA!

MIJN EUREKA!
Dit heb ik ontdekt over het maken van een toervierkant:

Uit: *De wereld in getallen*, groep 4 blok 1, les 20

In deze les onderzoeken de leerlingen of ze een toervierkant kunnen maken. Bij een toervierkant van 3 bij 3 hebben de rijen, de kolommen en de twee diagonalen allemaal als som 15. Bij deze zoektocht wordt er volop geoefend met het maken van optelsommen tot 20 en wiskundig probleemoplossen. Als leerlingen weten welk getal er in het midden moet staan, dan kunnen ze ook de getallen op de andere plaatsen snel vinden. Maar als je dat verklapt, missen de leerlingen het onderzoeken waarbij ze zelf tot een oplossing kunnen komen.

Je vraagt je wellicht af of jij het toervierkant van 3 bij 3 kunt vinden. Misschien wil je het zelf ook graag uitzoeken. Deze nieuwsgierige houding van jou als leerkracht kun je benutten. Als je het probleem zelf interessant vindt, dan straalt dat ook uit. Je neemt dan als het ware de leerlingen mee in het onderzoek.

Om de leerlingen in groep 4 te ondersteunen bij het zoeken naar het tovervierkant krijgt elk kind een blad met daarop een leeg tovervierkant en kaartjes met daarop de getallen 1 tot en met 9. Zij mogen met hun groepje eerst zelf de getalkaartjes op het vierkant leggen en berekenen wat de som is van elke rij, kolom en diagonaal. Productief oefenen en wiskundig probleemoplossen zijn verstrengeld in deze opdracht. Door proberen en berekenen, ontdekken ze dat een ingevuld vierkant niet meteen een tovervierkant is. Al schuivend met de getalkaartjes onderzoeken de kinderen of de 9 of 1 in het midden van het tovervierkant kunnen staan. Vervolgens zoeken ze welk getal wél in het midden van het tovervierkant past. Dat kan een eureka-moment opleveren en daarom heet deze les uit *De wereld in getallen* een eureka-les. In de docentenhandleiding staat hoe je de leerlingen hierbij kunt begeleiden.

Misschien ben je door deze les nieuwsgierig geworden naar andere tovervierkanten en wat daarbij allemaal te ontdekken valt. Op de afbeelding van het leerlingenwerkboek zie je ook een schilderij van Dürer uit 1514 waarop een tovervierkant staat van 4 bij 4 waarbij de som van elke rij, kolom en diagonaal steeds 34 is. Of misschien ben je een keer in Barcelona geweest bij de Sagrada Família waar op de gevel ook een tovervierkant staat waarbij de som steeds 33 is. Er bestaan zelfs nog meer tovervierkanten, bijvoorbeeld het HSA-magisch vierkant van 12 bij 12 dat herontdekt werd door drie Nederlandse scholieren. Google het maar eens!

Bewegend oefenen

Veel kinderen hebben een natuurlijke behoefte om te bewegen. Lang stilzitten kost ze soms moeite. Als leerkracht kun je hierop inspelen door oefeningen te combineren met fysieke activiteiten. Vanuit onderzoek weten we dat dit de effectiviteit van de oefening kan vergroten. We geven drie voorbeelden:

- De leerkracht zegt een som, bijvoorbeeld $50+40$ of $20+30$ of $60+60$ en gooit vervolgens de bal naar een kind dat het antwoord moet geven. Alle kinderen zijn actief, want als de leerkracht de vraag stelt, weten de kinderen nog niet wie de bal toegeworpen krijgt.
- Leerlingen hebben ieder een getalkaartje, lopen door de klas en op een teken van de leerkracht vormen ze met een andere leerling samen 10. Deze oefening is gericht op het oefenen van de 'vriendjes van tien'.
- Er liggen hoepels met getallen (bijvoorbeeld 5 tot en met 10) en splitsingskaartjes (bijvoorbeeld 4 en 1) verspreid op de grond in de ruimte. Eén voor één kiest een leerling een splitskaartje, bedenkt het bijbehorende getal en rent naar de juiste hoepel. Het doel hierbij is om alle splitsingen correct bij de juiste getallen in de hoepels te leggen.

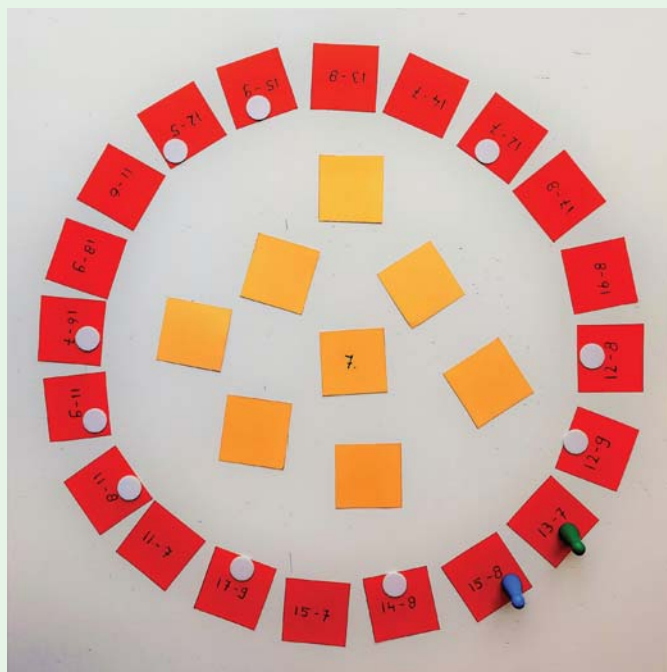
Oefenspellen

Het samen spelen van een rekenspel is voor kinderen een stimulerende manier van oefenen. Meestal heeft zo'n spel ook bepaalde strategie-aspecten, wat het spelen uitdagend maakt. Veel spellen kunnen bovendien goed in teams worden gespeeld, bijvoorbeeld twee leerlingen tegen twee andere leerlingen. Dat lokt overleg uit, wat betekent dat leerlingen meer bewust hun keuzes maken.

Leerlingen verantwoordelijkheid geven

Door de leerlingen zelf een keuze te laten maken uit de sommen die geautomatiseerd moeten worden, maak je ze eigenaar van hun leerproces en geef je hun verantwoordelijkheid. Je kunt ze eventueel onder jouw begeleiding een plan van aanpak laten maken, waarin ze schrijven wat ze wanneer en met wie gaan oefenen. Bepaal ook samen met de leerlingen concrete succescriteria, zodat ze weten wat het doel is van het oefenen. Geef ze vertrouwen en ruimte om hier zelf mee aan de slag te gaan. Om uit te zoeken hoe je dit het best kunt begeleiden, kun je eerst starten met het begeleiden van een klein groepje leerlingen.

Drempelspel: Haasje over



Drempelspellen zijn speciaal ontwikkeld om leerlingen precies dat te laten oefenen wat voor hen op dat moment van belang is. Leerlingen kunnen er zelfstandig mee aan de slag en vergroten zo niet alleen hun basiskennis, maar ook hun verantwoordelijkheid voor het eigen leren, hun motivatie en hun zelfvertrouwen. Het woord drempel verwijst naar essentiële basisvaardigheden die kinderen moeten beheersen om goed te kunnen rekenen. Op de website Rondjerekenspel.nl kun je een beschrijving vinden van alle rekendrempels en de bijbehorende spellen.

Het spel *Haasje over* is een voorbeeld van een drempelspel. We beschrijven hier een variant voor het aftrekken tot 20, maar het spel is ook geschikt voor andere sommen die geautomatiseerd moeten worden. Je kunt het spel *Haasje over* zelf maken.

Maak kaartjes met de antwoorden: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9 op gekleurd stevig papier.

Maak daarnaast kaartjes met de sommen op een andere kleur stevig papier:

11–2, 11–3, 11–4, 11–5, 11–6, 11–7, 11–8, 11–9
12–3, 12–4, 12–5, 12–6, 12–7, 12–8, 12–9
13–4, 13–5, 13–6, 13–7, 13–8, 13–9
14–5, 14–6, 14–7, 14–8, 14–9
15–6, 15–7, 15–8, 15–9
16–7, 16–8, 16–9
17–8, 17–9
18–9

Verder heb je 10 tot 15 fiches nodig en voor elke speler een pion (de haas).

De leerlingen kiezen een selectie van de sommen die ze gaan oefenen. Deze somkaartjes leggen ze zichtbaar in een cirkel op tafel. Dit is het hazenpad. De antwoordkaartjes liggen omgekeerd binnen het hazenpad, met de getallen dus niet zichtbaar. De leerlingen leggen de fiches op verschillende somkaartjes, verdeeld over het hazenpad. De leerlingen bepalen een startpunt en zetten daar alle drie hun haas (pion) op. De spelers berekenen om de beurt het antwoord op het eerstvolgende somkaartje en draaien een antwoordkaartje om. Staat op dat kaartje het juiste getal dan mag de speler doorgaan naar het volgende somkaartje en meteen nog een keer. Als het antwoordkaartje bij de som past en er een fiche op een kaartje ligt, dan mag de speler dat fiche hebben.

In eerste instantie weten de leerlingen nog niet waar de verschillende antwoordkaartjes liggen, maar gaandeweg het spel wordt dat gemakkelijker, omdat ze meerdere antwoordkaartjes al gezien hebben.

De haasje-over-regel: staat er een andere haas op een somkaartje, dan ga je naar het volgende somkaartje. Geef je het juiste antwoord, dan heb je 'haasje over' gedaan en krijg je een fiche van de speler waar je overheen sprong. Het spel is afgelopen als alle fiches van het hazenpad weggespeeld zijn. De winnaar is de speler met de meeste fiches.

Samenvatting: kennis van leerlijnen

1

Een leerlijn is een beschrijving van hoe leerlingen bepaalde leerstof gaan leren. Zo'n leerlijn geeft je een kader voor het nemen van didactische beslissingen over de inrichting van je onderwijs. Je kunt hierbij denken aan keuzes voor bepaalde contexten, materialen, modellen en werkvormen. De reken-wiskundemethoden spelen een grote rol bij het onderwijzen van de leerstof, maar leerlingen ontwikkelen zich vaak niet precies volgens het boekje. Ze doorlopen allemaal hun eigen leerproces. Je zult daarom altijd je onderwijsaanbod moeten aanpassen en daarbij is kennis van leerlijnen onmisbaar.

Om beter grip te krijgen op de leerlijnen van je (stage)groep volgen hier een aantal tips:

- Blader door het rekenboek en onderzoek hoe de vier fasen van het hoofdfasenmodel zijn vertaald naar concrete activiteiten en opgaven.
- Analyseer schriftelijk rekenwerk van leerlingen en probeer te achterhalen op welk niveau van oplossen ze redeneren.
- Voer rekengesprekjes met leerlingen en verdiep je in de denkstappen die ze maken. Kruip als het ware in hun hoofd en probeer te achterhalen wat ze nodig hebben om weer een stapje verder te komen in hun ontwikkeling.
- Voer regelmatig reflectiemomenten in voor jezelf en voor je leerlingen. Bespreek samen met de leerlingen waar ze zich bevinden ten opzichte van de leerlijnen en welke stappen ze moeten nemen om verder te ontwikkelen.
- Diverse websites, bijvoorbeeld die van TULE (SLO), geven een uitgebreid overzicht van de tussendoelen en leerlijnen. Maak er gebruik van.
- Realiseer je dat leerlijnen binnen rekenen vaak verstrengeld zijn. Kijk dus niet alleen naar één leerlijn, maar begrijp hoe een onderwerp binnen verschillende leerlijnen aan bod kan komen en hoe dit elkaar kan versterken en aanvullen.
- Verdiep je in de kerndoelen voor rekenen-wiskunde en de referentieniveaus 1F en 1S.
- Denk na over de vraag: wat betekent wiskunde voor mij? Wees je ervan bewust dat het beeld dat jij hebt van wiskunde, invloed heeft op je lesgeven en de rol die je voor de groep aanneemt.
- Pas je instructie aan op het niveau van de leerling in de leerlijn. Dit kan variëren van het geven van expliciete uitleg tot het bieden van ruimte voor eigen denkwegen. Het is belangrijk om bewust te kunnen schakelen tussen het sturen van de leerling en het coachen van hun leerproces.
- Zorg in elke rekenles voor interactie. Door leerlingen te laten verwoorden wat ze denken, redeneren of doen, krijgen ze grip op hun eigen leerproces – en jij op hun begrip.

- Kies je oefenvormen bewust: wat je laat oefenen én hoe, hangt af van de leerstof én van het kind. Sommige leerdoelen vragen om herhaling, andere om variatie of samenwerking.
- Kijk verder dan het leerstofaanbod in de methode en voeg zo nu en dan eigen activiteiten toe, passend bij het punt in de leerlijn waarop de kinderen zich op dat moment bevinden. Neem de ruimte om zelf keuzes te maken. Zorg dat je onderwijs avontuurlijk blijft.

Vaktaal

Algoritme
Automatiseren
Begripsvorming
Benoemde getallen
Context
Contextopgave
Differentiëren
Directe instructie
Factchecking
Flexibel rekenen
Gecijferdheid
Gedachtenvol oefenen
Geleid heruitvinden
Getallenlijn
Herhaald optellen
Heuristiek
Hoofdfasenmodel
Interactie
Kerndoelen
Kralensnoer
Leerlandschap

Leerlijn
Leeromgeving
Lesdoel
Mathematiseren
Memoriseren
Model
Niveau van oplossen
Non-routineprobleem
Oefenen
Productief oefenen
Referentieniveau
Reflectie
Rekenen
Rekentaal
Representeren
Tussendoelen
Wiskunde
Wiskundige attitude
Wiskundig modelleren
Wiskundig probleemoplossen

Zelftoets

1

Met deze toets kun je nagaan in hoeverre dit hoofdstuk heeft bijgedragen aan je professionele ontwikkeling ten aanzien van leerlijnen. In deze toets worden de volgende onderdelen gepeild:

- inzicht in de vier fasen van het hoofdfasenmodel;
- het kunnen ontwerpen van een oefenactiviteit;
- het kunnen verplaatsen in het denkwerk van kinderen;
- inzicht in het gebruik van contexten;
- het kunnen toepassen van je didactische kennis rond leerlijnen.

OPDRACHT 1.1

Concretiseer een leerlijn

Kies een duidelijk afgebakend leerstofdoel rondom het aanleren van de basisbewerkingen. Bijvoorbeeld het leren splitsen in groep 3, het leren optellen en aftrekken tot 100 in groep 4 of het leren delen als inverse bewerking van het vermenigvuldigen in groep 5.

Beschrijf in eigen woorden, op basis van de vier fasen uit het hoofdfasenmodel, welke activiteiten of opgaven jij denkt dat leerlingen nodig hebben om dit leerstofdoel te behalen. Probeer je heel concreet voor te stellen wat kinderen gaan *doen*. Bekijk daarna een reken-wiskundemethode en vergelijk het aanbod dat jij voor ogen had met het aanbod vanuit de methode.

OPDRACHT 1.2

Ontwerp een kris-krasblad

In paragraaf 1.1 *Hoe rijk is jouw rekenkennis?* heb je geoefend met een kris-krasblad. Ontwerp nu zelf zo'n blad voor leerlingen in groep 4 waarbij het de bedoeling is om kinderen actief te laten nadenken over de strategie 'aanvullen of leegmaken tot 10'.

Welke opgaven zet je op het blad?

Welke verbanden moeten de kinderen gaan leggen?

Welke redeneringen hoop je dat de kinderen zullen gaan maken?

Bedenk ook een aantal denkstimulerende vragen die je aan de kinderen zou kunnen stellen tijdens de nabespreking.

OPDRACHT 1.3**Welke voorkennis?**

6

Reken uit.

Gebruik deze cijfers, maak 2 getallen van 3 cijfers en tel op. Gebruik ieder cijfer maar 1 keer per som.

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Maak het grootste antwoord:

..... + =

Maak het kleinste antwoord:

..... + =

Uit: *Alles telt Q*, groep 6, blok 2, les 6

In de opgave die je hier ziet, oefenen de kinderen uit groep 6 met het optellen van grote getallen. Ga na welke denkstappen de kinderen moeten maken om deze opgave goed op te lossen. Over welke voorkennis moeten de kinderen beschikken om deze stappen te kunnen maken? Aan welke doelen hebben de kinderen waarschijnlijk gewerkt in de weken voorafgaand aan deze opgave?

OPDRACHT 1.4**Maak een poster**

Maak een poster waarmee je aan medestudenten duidelijk kunt maken wat het belang is van contexten binnen het reken-wiskundeonderwijs. Maak hierbij een koppeling met het hoofdfasenmodel. Welke rol kunnen contexten spelen in de begripsvormende fase? En hoe zit dat bij de andere drie fasen van dit model?

OPDRACHT 1.5**Kennisvragen**

- 1 Waarom heb je als leerkracht kennis nodig van een leerlijn?
- 2 Leg uit waarom het belangrijk is om contextopgaven in de reken-wiskundeles aan te bieden. Onderbouw je antwoord met een concreet voorbeeld.
- 3 Waarom is een nieuwsgierige en positieve houding van de leerkracht belangrijk bij het begeleiden van kinderen tot gecijferde burgers?
- 4 Wat zijn de belangrijkste verschillen in de manier van lesgeven tussen het begeleiden van leerlingen bij het oplossen van een probleem en het expliciet aanleren van een rekenstrategie?
- 5 Wat is het belang van het stellen van denkstimulerende vragen? Geef een voorbeeld.