BOUWKUNDE

Tabellenboek

BOUWKUNDE
Tabellenboek

Noordhoff Uitgevers

Bouwkunde Tabellenboek

BOUWKUNDE **TABELLENBOEK**

Redactie

A.H.L.G. Bone

Auteurs

A.H.L.G. Bone

T.N.W.G. Kemps

A.W. Peters

H. Post

Derde druk, eerste oplage, 2013

Noordhoff Uitgevers

Ontwerp omslag: 178aardigeontwerpers, Amsterdam
Omslagfoto: Mauricio-José Schwarz/BrunoStock
Tekeningen: Graphix and More, Zoetermeer
Basisontwerp binnenwerk: Marie-Cécile Noordzij, Hurwenen
Opmaak: Grafikon, Oostkamp

© 2012 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Houten, The Netherlands

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voorzover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.cedar.nl/reprorecht). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.cedar.nl/pro).

247097

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without prior written permission of the publisher.

ISBN (ebook) 978-90-01-82661-1
ISBN 978-90-01-82090-9

Woord vooraf

In de wereld van de bouw en infratechniek is te zien dat jaarlijks het aantal producten groeit. Tegelijkertijd neemt de complexiteit van de bouwkundige en bouwfysische berekeningen toe. Zonder keuzes te maken zou dit resulteren in de derde druk van dit Tabellenboek waarbij de omvang boven de 750 bladzijden zou komen. Daarmee zou het Tabellenboek naast zwaar en duur ook onhanteerbaar zijn geworden.

Tegen de achtergrond van het aan informatie zo rijke internet is in collegiaal overleg met de auteurs er voor gekozen om de tabellen over bouwproducten te actualiseren en niet verder te laten toenemen. Ook hebben de auteurs bewust de keuze gemaakt om het Bouwbesluit 2012 mee te nemen in deze druk met daarbij de opmerking dat deze informatie summier is en snel wisselt.

De vernieuwing en uitbreiding spitst zich bij deze nieuwe druk toe op het rekenwerk. Met name de hoofdstukken over betonberekeningen, staalberekeningen en bouwfysische berekeningen zijn grondig herzien. Daarmee is het *Bouwkunde Tabellenboek* een onmisbaar naslagwerk geworden voor allen die bij de voorbereiding van de bouw actief zijn.

De uitgever

Inhoud

1 Wiskunde *7*
2 Natuurkunde *24*
3 Mechanica 29
4 Bouwkundig tekenen algemeen *36*
5 Statische berekeningen algemeen *49*
6 Betonberekeningen en -tekeningen *81*
7 Staalberekeningen en -tekeningen *144*
8 Houtberekening *191*
9 Steenberekeningen *203*
10 Technische installaties *211*
11 Bouwfysica *217*
12 Betonproducten *255*
13 Hout- en plaatmateriaal *264*
14 Steenproducten *285*
15 Keramische producten *293*
16 Natuursteen *313*
17 Mortels *316*
18 Metalen *323*
19 Kunststoffen *333*
20 Bitumen *347*
21 Glas *349*
22 Vloer- en dakelementen *353*

Gevarensymbolen *390*
Register *393*

1 Wiskunde

1.1 Symbolen

symbool	omschrijving
$=$	is gelijk aan
$\neq$	is niet gelijk aan
$\equiv$	is identiek met
$\approx$	is ongeveer gelijk aan
$\stackrel{/}{=}$	komt overeen met
$>$	is groter dan
$\gg$	is veel groter dan
$<$	is kleiner dan
$\ll$	is veel kleiner dan
$\geqq$	is gelijk aan of groter dan
$\leqq$	is gelijk aan of kleiner dan
$+$	plus
$-$	min
$\pm$	plus of min
$\times \cdot *$	maal
$:/-$	gedeeld door of per
$(\ \ )$	ronde haken
$\{\ \ \}$	accolade
$[\ \ ]$	rechte haken
$\bar{p}$	gemiddelde waarde van p
$\lvert x \rvert$	absolute waarde van x
$\rightarrow$	nadert tot
∞	oneindig
$\surd$	wortelteken
Δ	verschil
Σ	algebraïsche som
$\ldots$	tot en met
$\therefore$	hieruit volgt
$/\!/$	is evenwijdig aan
$\#$	is gelijk en evenwijdig aan
$\perp$	staat loodrecht op
$\angle$	hoek
$\llcorner$	rechte hoek
$\triangle$	driehoek
$\cong$	is congruent met
$\sim$	is gelijkvormig met

© Noordhoff Uitgevers bv

1.2 Grieks alfabet

naam	hoofdletter	kleine letter
alfa	A	α
bèta	B	β
gamma	Γ	γ
delta	Δ	δ
epsilon	E	ε
zèta	Z	ζ
èta	H	η
thèta	Θ	ϑ
iota	I	ι
kappa	K	κ
lambda	Λ	λ
mu	M	μ
nu	N	ν
xi	Ξ	ξ
omicron	O	o
pi	Π	π
rho	P	ρ
sigma	Σ	σ
tau	T	τ
upsilon	Υ	υ
fi	Φ	φ
chi	X	χ
psi	Ψ	ψ
omega	Ω	ω

1.3 Grootheden en eenheden

grootheid		SI-eenheid		grootheden-vergelijking
naam	symbool	naam	symbool	
lengte	l	meter	m	
hoogte	h	meter	m	
breedte	b	meter	m	
straal	r	meter	m	
diameter	d, D	meter	m	
afgelegde weg	s	meter	m	$s = v \cdot t$
golflengte	λ	meter	m	
oppervlakte	A	vierkante meter	m^2	$A = h \cdot b$
volume	V	kubieke meter	m^3	$V = l \cdot h \cdot b$
vlakke hoek	α, β, γ, enz.	radiaal	rad	
		hoekgraad	°	
		hoekminuut	′	
		hoekseconde	″	

© Noordhoff Uitgevers bv

grootheid		SI-eenheid		groothedenvergelijking
naam	symbool	naam	symbool	
tijd	t	seconde	s	
		(minuut)*	(min = 60 s)	
		(uur)*	(h = 3600 s)	
		(dag)*	(d = 86400 s)	
snelheid	v	meter per seconde	m/s	$v = s/t = \pi d \cdot n$
versnelling	a	meter per seconde kwadraat	m/s^2	$a = v/t$
zwaartekracht-versnelling	g	meter per seconde kwadraat	m/s^2	$g = 9{,}80665\ m/s^2$
omwentelingssnelheid	n	per seconde	s^{-1}	
hoeksnelheid	ω	radiaal per seconde	rad/s	$\omega = 2\pi\ \mathrm{rad} \cdot n$
massa	m	kilogram	kg	
		(gram)	(g = 0,001 kg)	
		(ton)	(t = 1000 kg)	
soortelijke massa	ρ	kilogram per kubieke meter	kg/m^3	$\rho = m/V$
kracht	F	newton	N	$F = m \cdot a$
gewicht	G	newton	1 N	$G = m \cdot g$
dichtheid	ρ	kilogram per kubieke meter	kg/m^3	
soortelijk gewicht	γ	newton per kubieke meter	N/m^3	G/V
druk	p	newton per vierkante meter	$Pa = 1\ N/m^2$	$p = F/a$
moment	M	newtonmeter	Nm	$M = F \cdot s$
koppel	T	newtonmeter	N·m	$T = F \cdot l$
				$T = P/(2\pi n)$
wrijvingscoëfficiënt	f	(dimensieloos)		
arbeid	W	newtonmeter	N·m = J	$W = F \cdot s$
energie	E	joule = newtonmeter	J = 1 N·m	
vermogen	P	watt	W	$P = W/s$
				$P = 2\pi T \cdot n$
elektrische stroom	I	ampère	A	$I = U/R$
elektrische spanning	U	volt	V	$U = I \cdot R$
elektrische weerstand	R	ohm	Ω	$R = U/I$
soortelijke weerstand	ρ	ohmmeter	Ω·m	$\rho = R \cdot A/l$
geleiding	G	siemens	S	$G = 1/R$
elektrische lading	Q	coulomb	C	$Q = I \cdot t$
elektrische energie	E (W)	joule = wattseconde	J = 1 W·s	
temperatuur	T	kelvin	K	
	t	graad Celsius	°C*	
warmtehoeveelheid	Q	joule	J	
inwendige energie	U	joule	J	
soortelijke warmte	c	joule per kilogram kelvin	J/(kg·K)	$c = \dfrac{Q}{m\,(T_1 - T_2)}$
gasconstante	R	joule per mol kelvin	J/(mol·K)	

 © Noordhoff Uitgevers bv

1.4 Algebra

$n = \{1, 2, 3, \ldots\}$

1.4.1 Machten

$a^1 = a$	(eerste macht)	$a^0 = 1$
$a^2 = a \cdot a$	(tweede macht)	$0^a = 0$
$a^3 = a \cdot a \cdot a$	(derde macht)	0^0 is onbepaald
enz.		$a^\infty = \infty$

$(a \cdot b \cdot c)^p = a^p \cdot b^p \cdot c^p$ $\qquad$ $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$

$a^p \cdot a^q = a^{p+q}$ $\qquad$ $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$

$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$ $\qquad$ $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$

$(-a)^{2n} = a^{2n}$ $\qquad$ $(-a)^{2n-1} = -a^{2n-1}$

1.4.2 Logaritmen

${}^g\lg a = x$ dan $g^x = a$ $\qquad$ g noemt men het grondtal

$\lg a = {}^{10}\lg a$ (logaritme van Briggs)

$${}^g\lg a \cdot b = {}^g\lg a + {}^g\lg b$$

$${}^g\lg \frac{a}{b} = {}^g\lg a - {}^g\lg b$$

$${}^g\lg a^n = n\, {}^g\lg a$$

$${}^g\lg \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n}\, {}^g\lg a$$

$$g^{\,{}^g\lg a} = a$$

$${}^G\lg a = \frac{{}^g\lg a}{{}^g\lg G}$$

${}^g\lg a = 1$

$\ln a = {}^e\lg a$ (natuurlijke logaritme); $e = 2{,}71828$

$$\ln a = {}^e\lg a = \frac{{}^{10}\lg a}{{}^{10}\lg e} = 2{,}303\ {}^{10}\lg a$$

$${}^{10}\lg e = 0{,}434\,293$$

$$\ln e = {}^e\lg e = 1$$

$${}^g\lg 1 = 0$$

$${}^g\lg 0 = -\infty$$

 © Noordhoff Uitgevers bv

1.4.3 Kwadratische functies

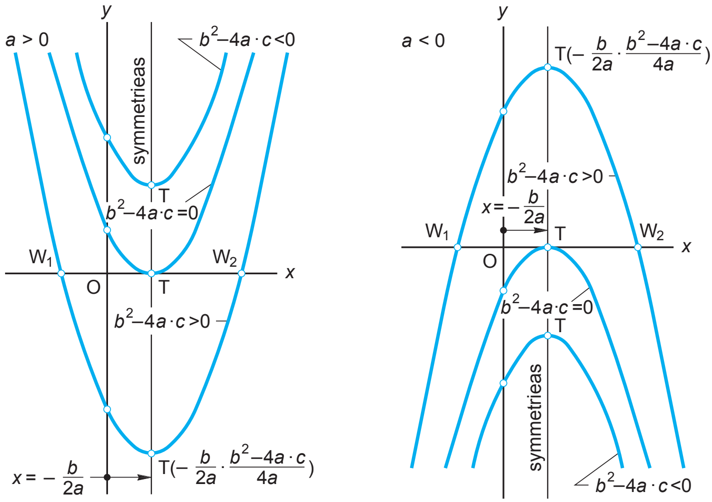
$y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

of anders geschreven:

$$y = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4a \cdot c}{4a}$$

Dalparabool: Is a positief dan bereikt y de minimale waarde als $x + \frac{b}{2a} = 0$

Bergparabool: Is a negatief dan bereikt y de maximale waarde als $x + \frac{b}{2a} = 0$



1.4.4 Vierkantsvergelijking

Dit is een kwadratische functie waarbij $y = 0$ ofwel $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$
Voor deze vierkantsvergelijking, met wortels x_1 en x_2 geldt:
$a \cdot x^2 + b \cdot x + c = a(x - x_1)\,(x - x_2) = 0$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a \cdot c}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

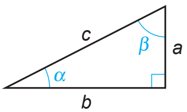
$$x_1 \cdot x_2 = -\frac{c}{a}$$

$b^2 - 4a \cdot c$ noemt men de discriminant
als $b^2 - 4a \cdot c > 0$ zijn x_1 en x_2 reëel
als $b^2 - 4a \cdot c = 0$ is $x_1 = x_2$
als $b^2 - 4a \cdot c < 0$ zijn x_1 en x_2 imaginair

 © Noordhoff Uitgevers bv

1.5 Goniometrie

1.5.1 Goniometrische verhoudingen



$\sin\alpha = \dfrac{a}{c}$ $\cos\alpha = \dfrac{b}{c}$ $\tan\alpha = \dfrac{a}{b}$ $\cot = \dfrac{b}{a}$

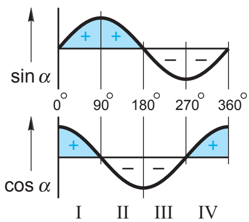
$\sin\beta = \dfrac{b}{c}$ $\cos\beta = \dfrac{a}{c}$ $\tan\beta = \dfrac{b}{a}$ $\cot = \dfrac{a}{b}$

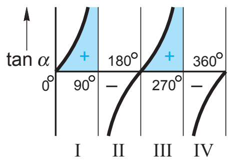
$\tan\alpha = \dfrac{1}{\cot\alpha}$ $\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$ $\dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \cot\alpha$

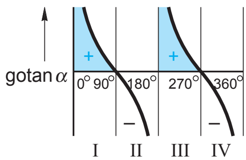
$c = \dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta}$ $b = c\sin\beta = a\tan\beta$ $a = c\sin\alpha = b\tan\alpha$

$c = \dfrac{a}{\cos\beta} = \dfrac{b}{\cos\alpha}$ $b = c\cos\alpha = \dfrac{a}{\tan\alpha}$ $a = c\cos\beta = \dfrac{b}{\tan\beta}$

β	$\sin\beta$	$\cos\beta$	$\tan\beta$	$\cot\beta$
0°	0	1	0	$+\infty$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	1	1
60°	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$
90°	1	0	$+\infty'$	0
$90° - \alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$\cot\alpha$	$\tan\alpha$
$90° + \alpha$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cot\alpha$	$-\tan\alpha$
$180° - \alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\tan\alpha$	$-\cot\alpha$
180°	0	-1	0	$-\infty'$
270°	-1	0	$+\infty$	0
360°	0	1	0	$-\infty'$





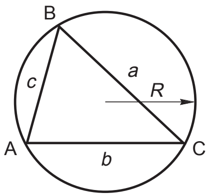


 © Noordhoff Uitgevers bv

1.5.2 Goniometrische formules

Sinusregel

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R$$



Cosinusregel

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \angle A \qquad \cos \angle A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle B \qquad \cos \angle B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

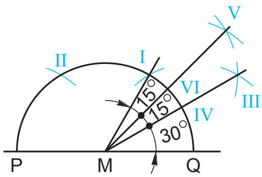
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C \qquad \cos \angle C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Oppervlak willekeurige driehoek

Opp. $\triangle ABC = \frac{1}{2} bc \sin \angle A = \frac{1}{2} ac \sin \angle B = \frac{1}{2} ab \sin \angle C$

1.6 Meetkunde

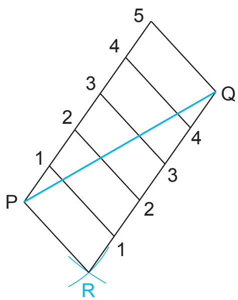
1.6.1 Meetkundige constructies



Construeren van hoeken die een veelvoud zijn van 7° 30′

zoals 15° −22°30′ −30° −37°30′ −45°.

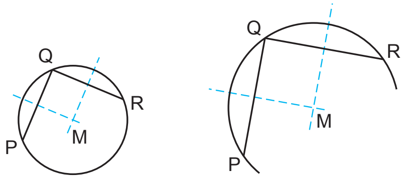
1. Teken een halve cirkel PQ met M als middelpunt.
2. Pas de straal MQ vanuit Q en P af op de boog PQ, dit geeft de snijpunten I en II. ∠Q-M-I = 60°; ∠Q-M-II = 120°.
3. Uit Q en I worden gelijke bogen omgecirkeld, deze snijden elkaar in III.
4. Trek M-III. Snijpunt IV is het midden van boog Q-I. ∠Q-M-IV = ∠IV-M-I = 30°.
5. Uit IV en I worden gelijke bogen omgecirkeld, deze snijden elkaar in V.
6. Trek M-V. Snijpunt VI is het midden van boog IV-I. ∠Q-M-VI = 45°.
7. Op dezelfde wijze doorgaan met de bogen middendoor te delen om de gevraagde hoek te vinden.



Lijnstuk PQ verdelen in een aantal gelijke delen

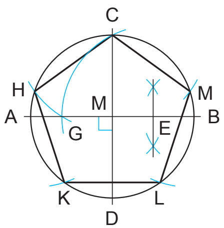
1. Teken door P willekeurig een rechte lijn en zet hierop zoveel gelijke stukken af als het gevraagde aantal delen (hier 5).
2. Cirkel vanuit P het lijnstuk Q-5 om.
3. Cirkel vanuit Q het lijnstuk P-5 om. Het snijpunt van beide bogen is R.
4. Trek QR en pas de gelijke stukken van P-5 erop af.
5. Verbind de overeenkomstige punten 1-1, 2-2, enz. Deze verbindingslijnen snijden van PQ gelijke stukken af.

 © Noordhoff Uitgevers bv



Middelpunt bepalen van een gegeven cirkel of een gegeven cirkelboog

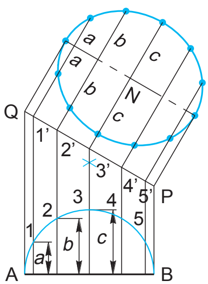
1 Neem drie punten P, Q en R willekeurig op de omtrek van de cirkel of op de omtrek van de cirkelboog.
2 Construeer de as van PQ.
3 Construeer de as van QR. Het snijpunt van deze 2 assen is het middelpunt M van de gegeven cirkel of van de gegeven cirkelboog.



Regelmatige vijfhoek en tienhoek

1 Construeer in een cirkel met middelpunt M de middellijnen AB en CD loodrecht op elkaar.
2 Deel de straal MB middendoor (punt E).
3 Beschrijf met E als middelpunt en CE als straal een cirkelboog. Deze snijdt AM in G.
4 De afstand CG is de lengte van de regelmatige vijfhoek. Pas deze vijfmaal als koorde op de cirkelomtrek af.
5 Trek de koorden CHKLN is de regelmatige vijfhoek.
6 De afstand GM is de lengte van de regelmatige tienhoek. Pas deze tienmaal als koorde op de cirkelomtrek af en trek de koorden. Zo ontstaat de regelmatige tienhoek.
De regelmatige tienhoek kan ook geconstrueerd worden door de zijden van de regelmatige vijfhoek middendoor te delen.

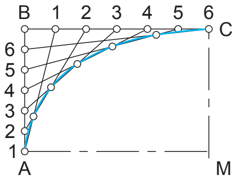
Ellips



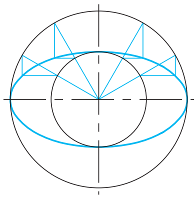
Eerste constructie

1 Teken op middellijn AB = lengte *kleine* as een halve cirkel.
2 Construeer loodlijnen in A en B.
3 Beschrijf vanuit punt P op loodlijn in B een cirkelboog met straal = lengte *grote* as. Deze snijdt de andere loodlijn in Q.
4 Trek PQ.
5 Verdeel de cirkel in 6 gelijke delen (punten 1…5).
6 Construeer loodlijnen op AB door de punten 1…5. Ze snijden PQ in de punten 1′…5′.
7 Construeer loodlijnen op PQ door de punten P, Q en 1′…5′.
8 Construeer in punt N loodlijn RS op lijn 3′-N.
9 Zet aan weerszijden van RS de afstanden *a*, *b* en *c* uit.
10 Teken de ellips.

 © Noordhoff Uitgevers bv



Tweede constructie
(voor een kwart van de ellips)
Teken een rechthoek met lengte = $\frac{1}{2}$ lange as ellips en breedte = $\frac{1}{2}$ korte as ellips. Verdeel lengte en breedte in gelijke stukken, b.v. 6. Verbind de punten 1–1, 2–2, 3–3, enz. met elkaar.



Benaderingsconstructie

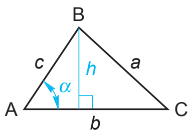
1 Teken 2 concentrische cirkels met resp. als diameter de *grote* en *kleine* as van de ellips.
2 Zie de hulplijnen voor de verdere constructie.

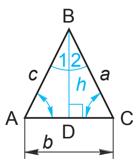
1.6.2 Vlakke meetkundige figuren

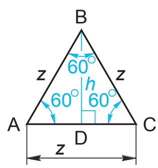
Som van de hoeken van een driehoek = 180°
Som van de hoeken van een vierhoek = 360°
Som van de hoeken van een n-hoek = $(n - 2)$ 180°

Neem in formules:

$\sqrt{2} = 1{,}414$	$\sqrt{3} = 1{,}732$	$\frac{1}{2}\sqrt{3} = 0{,}866$
$\frac{1}{2}\sqrt{2} = 0{,}707$	$\frac{2}{3}\sqrt{3} = 1{,}155$	$\frac{1}{4}\sqrt{3} = 0{,}433$
	$\frac{1}{3}\sqrt{3} = 0{,}577$	$\pi = 3{,}1416$ (4 dec.)
		$\pi = 3{,}14$ (2 dec.)
		$\frac{1}{4}\pi = 0{,}785$





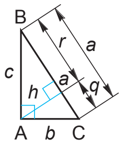


Driehoek
Omtrek = $a + b + c = 2s$
s = halve omtrek
Oppervlakte = $\frac{1}{2} b \cdot h$
Oppervlakte = $\frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha$
Oppervlakte
$= \sqrt{s(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$

Gelijkbenige driehoek
$a = c$
$\angle A = \angle C$
$AD = DC = \frac{1}{2} b$
$\angle B_1 = \angle B_2$
$AB^2 = AD^2 + BD^2$
Omtrek = $a + b + c$
$= b + 2a$
Oppervlakte = $\frac{1}{2} b \cdot h$

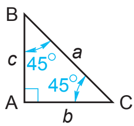
Gelijkzijdige driehoek
$AB = BC = AC = z$
$\angle A = \angle B = \angle C = 60°$
$AD = DC = \frac{1}{2} z$
Hoogte $h = \frac{1}{2} z \sqrt{3}$
Omtrek = $3z$
Oppervlakte = $\frac{1}{4} z^3 \sqrt{3}$

© Noordhoff Uitgevers bv



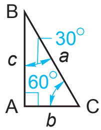
Rechthoekige driehoek

$a^2 = b^2 + c^2$ (Pythagoras)
$h^2 = p^2 + q^2$
Omtrek $= a + b + c$
Oppervlakte $= \frac{1}{2} b \cdot c$



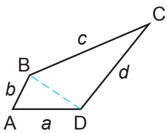
Gelijkbenige rechthoekige driehoek

$b = c = \frac{1}{2} a \sqrt{2}$
$a = b\sqrt{2} = c\sqrt{2}$
Omtrek $= a + b + c$
Oppervlakte $= \frac{1}{2} b \cdot c$



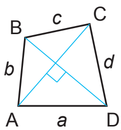
Bijzondere rechthoekige driehoek

$a = 2b = \frac{2}{3} c\sqrt{3}$
$b = \frac{1}{2} a = \frac{1}{2} c\sqrt{3}$
$a = \frac{1}{2} a\sqrt{3} = b\sqrt{3}$
Omtrek $= a + b + c$
Oppervlakte $= \frac{1}{2} b \cdot c$



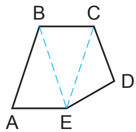
Vierhoek

Omtrek $= a + b + c + d$
Oppervlakte ABCD =
oppervlakte △ABD
+ oppervlakte △BCD



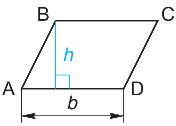
Vierhoek (diag. ⊥)

AC ⊥ BD
Omtrek $= a + b + c + d$
Oppervlakte ABCD $= \frac{1}{2}$AC · BD



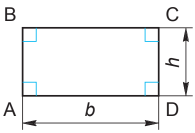
Veelhoek

Omtrek = som van de zijden
Oppervlakte = som van de oppervlakten van de driehoeken



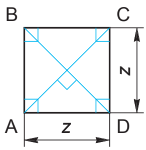
Parallellogram

AB // BC en AB // CD
∠A = ∠C
∠B = ∠D
AD = BC
AB = CD
Omtrek = AB + BC + CD + AD
Oppervlakte $= b \cdot h$



Rechthoek

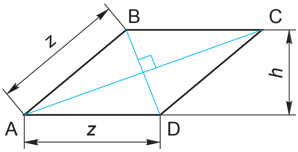
AD // BC en AB // CD
∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°
AD = BC = b
AB = CD = h
Omtrek $= 2b + 2h$
Oppervlakte $= b \cdot h$



Vierkant

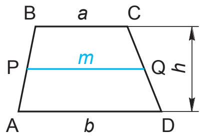
AB // BC en AB // CD
∠A = ∠B = ∠C = ∠D = 90°
AD = BC = AB = CD = z
Diagonaal $AC = BD = z\sqrt{2}$
Omtrek $= 4z$
Oppervlakte $= z^2 = \frac{1}{2}$AC^2

© Noordhoff Uitgevers bv



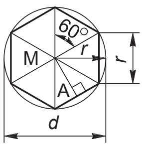
Ruit

AD // BC en AB // DC
AB = BC = CD = AD = z
∠BAD = ∠BCD
∠ABC = ∠ADC
Omtrek = $4z$
Oppervlakte = $z \cdot h = \frac{1}{2}$AC·BD



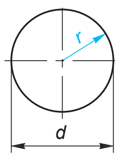
Trapezium

AD // BC // PQ
m = middenparallel
AP = PB en CQ = QD
Omtrek = AB + BC + CD + AD
Oppervlakte = $\frac{1}{2}(a + b)h = m \cdot h$



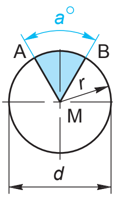
Regelmatige zeshoek

Straal cirkel = r
Middellijn cirkel = d
Zijde zeshoek = $r = \frac{1}{2}d$
MA = $\frac{1}{2}r\sqrt{3} = \frac{1}{4}d\sqrt{3}$
Omtrek = $6r = 3d$
Oppervlakte = $1\frac{1}{2}r^2\sqrt{3} = \frac{3}{8}d^2\sqrt{3}$



Cirkel

Omtrek = $2\pi r = \pi d$
Oppervlakte = $\pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$
= $0{,}785\ d^2$



Cirkelsector

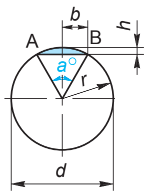
Lengte boog AB = $\dfrac{a°}{360°}2\pi r$

Lengte boog AB = $\dfrac{a°}{360°}\pi d$

Omtrek = lengte boog + $2r$

Oppervlakte = $\dfrac{a°}{360°}\pi r^2 = \dfrac{a°}{360°}\dfrac{\pi}{4}d^2$

Oppervlakte = boog AB × $\frac{1}{2}$ straal
De middelpuntshoek
(van sec AMB) = $a°$



Cirkelsegment

Boog AB = $\dfrac{a°}{360°}2\pi r$

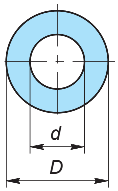
Boog AB = $\dfrac{a°}{360°}\pi d$

Koorde AB = $2b$
Pijl = h

$r = \dfrac{b^2 + h^2}{2h}$

Omtrek = lengte boog + koorde
Oppervlakte = sector − driehoek
Opp. = $\dfrac{a°}{360°}\pi r^2 - r \cdot b$
Oppervlakte = koorde × $\frac{2}{3}$ pijl
Oppervlakte = $2b \cdot \frac{2}{3}h = 1\frac{1}{3}b \cdot h$

 © Noordhoff Uitgevers bv



Cirkelring

$D = 2R;\ d = 2r$

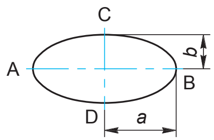
Oppervlakte cirkelring

$= \frac{1}{4}\pi D^2 - \frac{1}{4}\pi d^2$

$= \frac{1}{4}\pi(D^2 - d^2)$

$= \frac{1}{4}\pi(D + d)\,(D - d)$

$= \pi(R + r)\,(R - r)$



Ellips

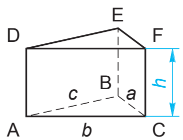
AB = lange as = $2a$

CD = korte as = $2b$

Omtrek = $\pi(a + b)$ neem *hier* $\pi = 3{,}18$ (benaderd)

Oppervlakte = πab ($\pi = 3{,}14$)

1.6.3 Meetkundige lichamen



Recht prisma

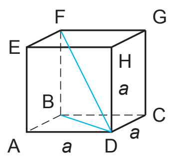
Zijdelings oppervlakte

= omtrek grondvlakte

× hoogte = $(a + b + c)h$

Inhoud = oppervlakte grondvlak

× hoogte



Kubus

Vlakdiagonaal

BD = $a\sqrt{2}$

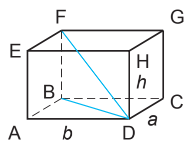
Lichaamsdiagonaal

DF = $a\sqrt{3}$

Oppervlakte grondvlak = a^2

Totale oppervlakte = $6a^2$

Inhoud = a^3



Recht parallellepipedum

Vlakdiagonaal

BD = $\sqrt{(a^2 + b^2)}$

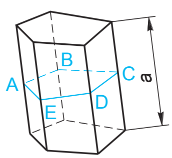
Lichaamsdiagonaal

DF = $\sqrt{(a^2 + b^2 + h^2)}$

Totale oppervlakte

$= 2(a \cdot b + b \cdot h + a \cdot h)$

Inhoud = $a \cdot b \cdot h$



Scheef prisma

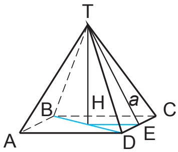
ABCD is een vlak loodrecht op de ribben

Zijdelings oppervlakte = omtrek loodrechte doorsnede ABCDE

× opstaande ribbe a

Inhoud = oppervlakte loodrechte doorsnede ABCDE × opstaande ribbe a

 © Noordhoff Uitgevers bv



Piramide

TH = hoogte

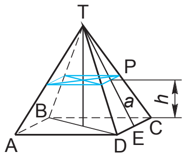
TE = apothema a = schuine hoogte

Zijdelingse oppervlakte

= omtrek grondvlak × $\frac{1}{2}$ apothema

Inhoud

= $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte



Afgeknotte piramide

PE = apothema a

Zijdelingse oppervlakte

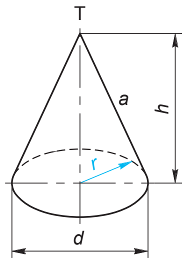
= (omtrek grondvlak + omtrek bovenvlak)

× $\frac{1}{2}$ apothema a

Oppervlakte grondvlak = G

Oppervlakte bovenvlak = B

Inhoud = $\frac{1}{2}h(G + B + \sqrt{B \cdot G})$



Kegel

PQ = apothema $a = \sqrt{r^2 + h^2}$

Oppervlakte kegelmantel

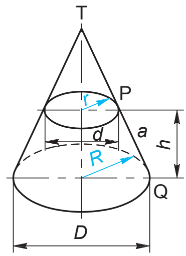
$= \pi r \cdot a = \frac{1}{2}\pi d \cdot a$

Inhoud

= $\frac{1}{3}$ grondvlak = hoogte

$= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}\pi d^2 \cdot h$

$= \frac{1}{12}\pi d^2 h$



Afgeknotte kegel

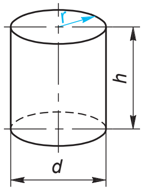
PC = apothema a

Oppervlakte kegelmantel = $\pi(R + r)a$

Oppervlakte grondvlak $= \pi R^2 = \frac{1}{4}\pi D^2$

Oppervlakte bovenvlak $= \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$

Inhoud $= \frac{1}{3}\pi h(R^2 + r^2 + R \cdot r)$



Cilinder

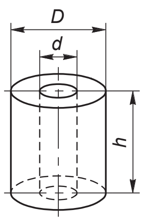
Oppervlakte cilindermantel

$= \pi d \cdot h$

Inhoud

= grondvlak × hoogte

$= \frac{1}{4}\pi d^2 \cdot h$



Holle cilinder

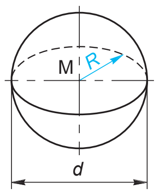
Inhoud

$= \frac{1}{4}\pi(D^2 - d^2)h$

$= \pi(R^2 - r^2)h$

$= \frac{1}{4}\pi(D + d)(D - d)h$

$= \pi(R + r)(R - r)$

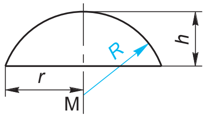


Bol

Oppervlakte $= 4\pi R^3 = \pi d^2$

Inhoud $= \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$

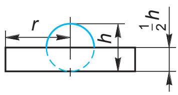
 © Noordhoff Uitgevers bv

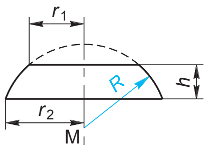


Bolsegment

Oppervlakte bolle deel
$= 2\pi R \cdot h$

Inhoud $= \frac{1}{2}\pi r^2 h + \frac{1}{6}\pi h^3$
= inhoud van een cilinder
+ een bol

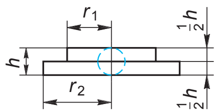


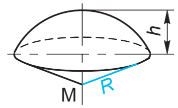


Bolschijf

Oppervlakte bolle deel $= 2\pi R \cdot h$

Inhoud
$= \frac{1}{2}\pi r_1^2 h + \frac{1}{2}\pi r_2^2 \cdot h + \frac{1}{6}\pi h^3$
= inhoud van twee cilinders
+ een bol



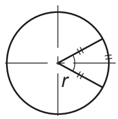


Bolsector

Oppervlakte bolle deel $= 2\pi R \cdot h$

Inhoud $= 2\pi R \cdot h \times \frac{1}{3}R = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

1.6.4 De radiaal



Een hoek van 1 rad is de middelpuntshoek van een cirkel, die op de omtrek een boog afsnijdt die in lengte gelijk is aan de straal.

Dus: $360° = 2\pi$ rad
$180° = \pi$ rad

$$1 \text{ rad} = \frac{180°}{\pi} = 57°17'45.8'$$

1.7 Verzamelingen

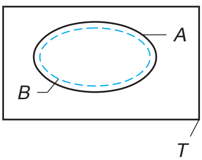
1.7.1 Symbolen

symbool	omschrijving
$\{\ldots\}$	verzameling
$\varnothing$	lege verzameling
$\{\ \ \}$	lege verzameling
$a \in V$	a is een element van V
$b \notin V$	b is geen elelment van V
$V \ni a$	V bevat het element a
$V \not\ni b$	V bevat het element b niet
$A \subset B$	A is een deelverzameling van B
$B \not\subset C$	B is geen deelverzameling van C
$B \supset A$	B bevat de verzameling A
$C \not\supset B$	C omvat de verzameling B niet
$A \cap B$	doorsnede van A en B

 © Noordhoff Uitgevers bv

symbool	omschrijving
$A \cup B$	vereniging van A en B
$A \backslash B$	het verschil van A en B (d.w.z. A min B)
$B \backslash A$	het verschil van B en A (d.w.z. B min A)
$A \triangle B$	symmetrisch verschil van A en B
$\Rightarrow$	als …, dan … (implicatie)
$\Leftarrow$	…, als … (omgekeerde implicatie)
$\Leftrightarrow$	…, dan en slechts dan, als … (bi-implicatie; equivalentie)
$\wedge$	en tevens (conjunctie)
$\vee$	of, d.w.z. en/of (disjunctie)
$\exists$	er bestaat één
$\forall$	voor alle
$\mid$	waarvoor geldt
$\mathbb{N}$	verzameling natuurlijke getallen
$\mathbb{Z}$	verzameling gehele getallen
$\mathbb{Z}^+$	verzameling positieve gehele getallen
$\mathbb{Z}^-$	verzameling negatieve gehele getallen
$\mathbb{Q}$	verzameling rationale getallen
$\mathbb{R}$	verzameling reële getallen
$\mathbb{C}$	verzameling complexe getallen
$\#$	kardinaalgetal
$\mathcal{P}$	partitie
T	totaalverzameling
$\bar{A}$	complement van A
$\bar{a}$	inverse van a
$[a, b]$	gesloten interval $\{x \in \mathbb{R} \mid a \leqq x \leqq b\}$
$\langle a, b\rangle$	open interval $x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$
$[a, b\rangle$	half open interval $\{x \ni \mathbb{R} \mid a \leqq x < b\}$

1.7.2 Bewerkingen met twee of meer verzamelingen



A*=*B

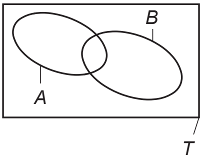
$A = B$ als aangetoond kan worden dat alle elementen van A ook tot B behoren en omgekeerd.

Notatie

$A = B$ als $\forall a \in A \;\Rightarrow\; a \in B \wedge \forall b \in B \;\Rightarrow\; b \in A$

Lees: verzameling A is gelijk aan verzameling B als voor alle ($\forall$) elementen a van verzameling A geldt ($\Rightarrow$) dat ze ook elementen van verzameling B zijn en tevens ($\wedge$) dat voor alle ($\forall$) elementen b van verzameling B geldt dat zij ook elementen van verzameling A zijn.

 © Noordhoff Uitgevers bv



A≠B

$A \neq B$ als aangetoond kan worden dat één element van A niet tot B behoort of als één element van B niet tot A behoort.
Notatie
$A \neq B$ als $\exists a \in A \;\Rightarrow\; a \notin B \vee \exists b \in B \;\Rightarrow\; b \in A$

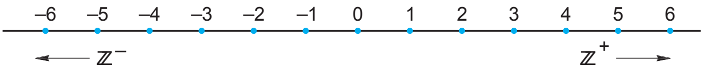
1.7.3 Getalverzamelingen

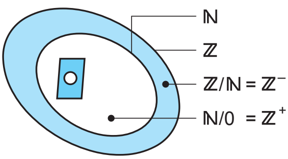
Natuurlijke getallen

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$
$\mathbb{N}$ is de verzameling van natuurlijke getallen: alle positieve gehele getallen inclusief 0. Onder een natuurlijk getal verstaan we het kardinaal getal van een eindige verzameling (0 is het kardinaalgetal van de lege verzameling).

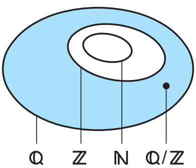
Gehele getallen

$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$
$\mathbb{Z}$ is de verzameling van gehele getallen: alle positieve en negatieve getallen. Onder een negatief geheel getal verstaan we de *inverse* van een positief geheel getal. Op de getallenlijn ligt de inverse van een positief geheel getal aan de andere zijde van 0. Is a een positief geheel getal en $\mathbb{Z}$ zijn inverse dan geldt:
$a + \mathbb{Z} = 0$ of $\mathbb{Z} = -a$





$\mathbb{Z}^- = \mathbb{Z} \backslash \mathbb{N} =$ de verzameling negatieve gehele getallen
$\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N} \backslash 0 =$ de verzameling positieve gehele getallen
$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ + 0 + \mathbb{Z}^-$



Rationale getallen

$\mathbb{Q} = \{\ldots, -2, -1\tfrac{1}{5}, \tfrac{1}{3}, 0, 1, 2, 2\tfrac{1}{2}, \ldots\}$

$\mathbb{Q}$ is de verzameling van rationale getallen.
Elk rationaal getal is voor te stellen als een deling van twee gehele getallen.

$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$, immers $3 = \dfrac{3}{1}$, $0 = \dfrac{0}{1}$, $-1 = \dfrac{-1}{1}$, enz.

$\mathbb{Q} \backslash \mathbb{Z}$ is de verzameling van echte breuken.Elk rationaal getal heeft een *multiplicatieve inverse* (multipliceren = vermenigvuldigen). Is het rationale getal $\dfrac{a}{b}$ dan is de multiplicatieve inverse $\dfrac{b}{a}$. Voor elk rationaal getal en zijn multiplicatieve inverse geldt:

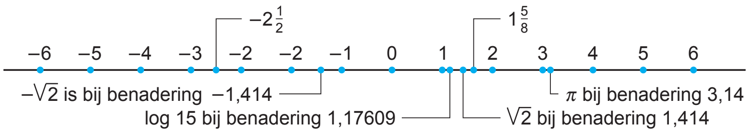
$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

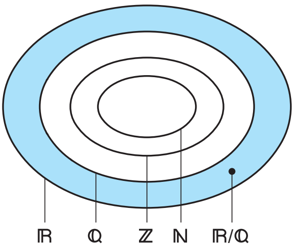
 © Noordhoff Uitgevers bv

Uitzondering: alle rationale getallen met 0 in de teller hebben geen multiplicatieve inverse.

Immers van $\frac{0}{-2}$, $\frac{0}{1}$, $\frac{0}{3}$, zijn de multiplicatieve inversen achtereenvolgens $\frac{-2}{0}$, $\frac{1}{0}$, $\frac{3}{0}$, hetgeen irreële getallen zijn. Ook $\frac{0}{0}$ is een irreëel getal (irreëel is 'onbestaanbaar').

Reële getallen
$\mathbb{R} = \{\ldots, -5, -3, -2\frac{1}{4}, 2, 0, 1, \log 15, 1\frac{5}{8}, \pi, 6, \ldots\}$
$\mathbb{R}$ is de verzameling van reële getallen, d.w.z. van rationale getallen en irrationale getallen. *Irrationale getallen* zijn getallen die *bij benadering* rationaal zijn; zij bevinden zich ook op de getallenlijn en vullen a.h.w. de 'gaatjes' tussen de rationale getallen op.





$\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ = de verzameling irrationale getallen

1.7.4 Voor meer informatie

NEN	omschrijving
NEN 999	Het internationale stelsel van eenheden (SI).
NEN 1000	Regels voor het hanteren van het internationale stelsel van eenheden (SI).
NEN 3049	Herleiden van eenheden tot SI-eenheden.

 © Noordhoff Uitgevers bv