
UITWERKINGEN

Deel A

Wiskunde

voor het hoger onderwijs

Sieb Kemme
Wim Groen
Harmen Timmer
Chris Ultzen
Jan Walter



Noordhoff Uitgevers

Gewijzigde vijfde editie

Wiskunde voor het hoger onderwijs

Deel A Uitwerkingen

Wiskunde voor het hoger onderwijs

Deel A Uitwerkingen

Sieb Kemme
Wim Groen
Caroline Koolen
Theo van Pelt
Harmen Timmer
Chris Ultzen
Jan Walter

Eerste druk

Noordhoff Uitgevers Groningen/Houten

Colophon

Ontwerp omslag: Rocket Industries, Groningen

Omslagbeeld: Getty Images

Opmaak en tekenwerk: Educatieve Adviezen Kemme BV

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen, e-mail: info@noordhoff.nl

Deze uitgave is gedrukt op FSC-papier.

1 / 12

© 2009 Noordhoff Uitgevers bv Groningen/Houten, The Netherlands.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.cedar.nl/reprorecht). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.cedar.nl/pro).

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

ISBN (ebook) 978-90-01-84319-9

ISBN 978-90-01-70249-6

Voorwoord

Dit uitwerkingenboek bevat de uitwerkingen van alle oefeningen en oefentoetsen bij *deel A* van de serie *Wiskunde voor het hoger onderwijs*. Elke serie gelijksoortige oefeningen begint met een stel volledige uitwerkingen. Van de volgende oefeningen wordt dan alleen het antwoord gegeven. Meer complexe opgaven zijn consequent volledig uitgewerkt.

Het hoofdboek

Het hoofdboek van de serie *Wiskunde in het hoger onderwijs, deel A* bevat de theorie en de oefeningen. De linkerpagina's zijn consequent gereserveerd voor de theorie en de rechterpagina's voor de bijbehorende oefeningen.

Theorie en oefeningen staan altijd direct bij elkaar. Dit maakt een zelfstandige en actieve manier van studeren mogelijk.

Sommige hoofdstukken bevatten een afsluitende paragraaf met *Toepassingen*.

Aan het eind van elk hoofdstuk staat een paragraaf *Hoofdzaken*. Daarin staan de onderwerpen die aan het eind van het hoofdstuk paraat moeten zijn.

Met een *Toets* over het hele hoofdstuk kan zelfstandig worden nagegaan in hoeverre de stof daadwerkelijk beheerst wordt.

Ondersteuning met ICT

Een inlogcode geeft toegang tot de website waarop extra oefeningen met antwoorden te vinden zijn. Deze extra stof is bedoeld om nog snel even te oefenen, bijvoorbeeld kort voor een tentamen.

De serie Wiskunde voor het hoger onderwijs

De nieuwe serie *Wiskunde voor het hoger onderwijs* is opgebouwd uit de delen A en B. *Deel A* is bestemd voor de overgang van havo/mbo naar het HBO en bevat de nodige elementaire wiskundige kennis en vaardigheden die nodig zijn om met succes aan een studie op het HBO te beginnen.

Deel B biedt, naast een uitbreiding van het wiskundige arsenaal, een steviger wiskundige basis, uitgewerkt in praktische toepassingen.

Inhoud

Hoofdstuk 1: Algebra

- 1.1 Haakjes wegwerken 6
- 1.2 De vermenigvuldigtabel 7
- 1.3 Merkwaardige producten 9
- 1.4 Eenvoudige vergelijkingen 11
- 1.5 Ontbinden in factoren en vergelijkingen oplossen 14
- 1.6 Breukvormen 15
- 1.7 Rekenregels voor machten 16
- 1.8 Gebroken machten 17
- 1.9 Omwerken van formules 19
- Toets 20

Hoofdstuk 2: Functies

- 2.1 Wat is een functie? 22
- 2.2 Formule, tabel, grafiek 23
- 2.3 Domein en bereik 25
- 2.4 Kenmerken van een grafiek 27
- 2.5 Veranderingen 31
- Toets 32

Hoofdstuk 3: Lineaire functies

- 3.1 $y = ax + b$ 34
- 3.2 $px + qy + r = 0$ 35
- 3.3 Formule opstellen 36
- 3.4 Verschuiven 37
- 3.5 Verticaal vermenigvuldigen 38
- 3.6 Snijpunten berekenen 39
- 3.7 Lineaire ongelijkheden 40
- 3.8 Inverse 41
- 3.9 Toepassen 43
- Toets 45

Hoofdstuk 4: Kwadratische functies

- 4.1 Algemene vorm 46
- 4.2 Kwadraat afsplitsen 49
- 4.3 Uiterste waarden 50
- 4.4 Nulpunten 51
- 4.5 De discriminant 53
- 4.6 Drie formulevormen 54
- 4.7 Verschuiven 55
- 4.8 Vermenigvuldigen 56
- 4.9 Snijpunten berekenen 58
- 4.10 Ongelijkheden 59
- 4.11 Toepassen 61
- Toets 63

Hoofdstuk 5 Gebroken functies

- 5.1 Orthogonale hyperbolen 66
- 5.2 Vermenigvuldigen en schuiven 68
- 5.3 Twee formulevormen 69
- 5.4 Functievoorschrift opstellen 70
- 5.5 Snijpunten van lijn en hyperbool 73
- 5.6 Ongelijkheden 75
- 5.7 Toepassen 78
- Toets 81

Hoofdstuk 6: Machtsfuncties

- 6.1 Machtsfuncties 84
- 6.2 Veeltermfuncties 85
- 6.3 Wortelfuncties 88
- 6.4 Inversen van wortelfuncties 89
- 6.5 Verschuiven 90
- 6.6 Verticaal vermenigvuldigen 92
- 6.7 Functievoorschrift opstellen 93
- 6.8 Vergelijkingen 95
- 6.9 Ongelijkheden 95
- 6.10 Toepassen 96
- Toets 98

Hoofdstuk 7 Differentiëren

- 7.1 Verandering op een interval 99
- 7.2 Lokale verandering 100
- 7.3 Terug naar de grafiek 102
- 7.4 De afgeleide functie 104
- 7.5 Regels voor het differentiëren (1) 105
- 7.6 Regels voor het differentiëren (2) 106
- 7.7 De kettingregel 108
- 7.8 Stijgen, dalen, extreme waarden 109
- 7.9 Toepassen 110
- Toets 112

Hoofdstuk 8: Meetkunde

- 8.1 Hoeken 114
- 8.2 Zijden en hoeken 115
- 8.3 Berekeningen in driehoeken 116
- 8.4 De sinusregel en de cosinusregel 117
- 8.5 Vectoren 119
- 8.6 Berekeningen met vectoren 120
- 8.7 Inwendig product 121
- 8.8 Omtrek en oppervlakte 122
- 8.9 Inhoud 123
Toets 125

Hoofdstuk 9: Goniometrische functies

- 9.1 De eenheidscirkel 127
- 9.2 Radialen en booglengten 129
- 9.3 Omrekenen 130
- 9.4 Sinusfuncties 131
- 9.5 Cosinusfuncties 133
- 9.6 Periode, amplitude, evenwicht 135
- 9.7 Verschuiven 136
- 9.8 Vermenigvuldigen 137
- 9.9 Tangensfuncties 139
- 9.10 De afgeleide 141
Toets 142

Hoofdstuk 10: Goniometrische formules

- 10.1 Formules 145
- 10.2 Somformules en verschilformules 146
- 10.3 Sinusvergelijkingen 149
- 10.4 Cosinus- en tangensvergelijkingen 153
- 10.5 Ongelijkheden(1) 155
- 10.6 Ongelijkheden(2) 157
- 10.7 Toepassen 160
Toets 162

Hoofdstuk 11: Exponentiële functies

- 11.1 Exponentiële functies 164
- 11.2 De groeifactor 166
- 11.3 Bewerkingen met grafieken 167
- 11.4 Functievoorschrift opstellen 169
- 11.5 Vergelijken 171
- 11.6 Ongelijkheden 172
- 11.7 Toepassen 173
Toets 175

Hoofdstuk 12: Logaritmische functies

- 12.1 De logaritme 177
- 12.2 Logaritmische functies 178
- 12.3 Formules 180
- 12.4 Transformaties 182
- 12.5 Functievoorschrift opstellen 183
- 12.6 Vergelijkingen 185
- 12.7 Ongelijkheden 188
- 12.8 Toepassen 191
Toets 193

Hoofdstuk 13: Integreren

- 13.1 Oppervlakte 196
- 13.2 De hoofdstelling van de integraalrekening 197
- 13.3 De oppervlakte tussen twee grafieken 198
- 13.4 Onbepaalde integralen 201
- 13.5 Toepassen 203
Toets 204

1 Algebra

- | | |
|--|------------------------------|
| 1.1 Haakjes wegwerken | 1.6 Breukvormen |
| 1.2 De vermenigvuldigtabel | 1.7 Rekenregels voor machten |
| 1.3 Merkwaardige producten | 1.8 Gebroken machten |
| 1.4 Eenvoudige vergelijkingen | 1.9 Omwerken van formules |
| 1.5 Ontbinden in factoren en vergelijkingen oplossen | Toets |

1.1

Haakjes wegwerken

$$1a \quad 2 + 3 \times 6 = 2 + 18 = 20$$

$$b \quad (2 + 3) \times 6 = 5 \times 6 = 30$$

$$c \quad 1 + 2 - 3 + 4 - 5 = \\ = 3 - 3 + 4 - 5 = \\ = 0 + 4 - 5 = \\ = 4 - 5 = -1$$

$$d \quad 6^2 + 3 \times 6^2 = \\ = 36 + 3 \times 36 = \\ = 36 + 108 = 144$$

$$e \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = \\ = 1 + 4 + 9 + 16 = \\ = 5 + 9 + 16 = \\ = 14 + 16 = 30$$

$$f \quad 5 + 12 : 3 = 5 + 4 = 9$$

$$g \quad (6 + 12) : (6 - 12) = \\ = 18 : (-6) = -3$$

$$h \quad 2 - 3 \times 4 : 5 = 2 - 12 : 5 = \\ = 2 - 2,4 = -0,4$$

$$i \quad 3(4(5 + 7) - (6 \times 4)) = \\ 3(4(12) - (6 \times 4)) = \\ 3(4(12) - 24) =$$

$$3(48 - 24) =$$

$$3(24) = 72$$

$$j \quad 5^2 - 4^2 - 3^2 = \\ 25 - 16 - 9 = \\ 9 - 9 = 0$$

$$2a \quad 2 \cdot (-3)^2 + (-3) + 1 = 2 \cdot 9 - 3 + 1 = 18 - 3 + 1 = 15 + 1 = 16$$

$$b \quad 3 \cdot (-2)^2 + (-3) \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 + (-3) \cdot 4 = 12 - 12 = 0$$

$$c \quad 3 \cdot (1 - 2 \cdot (-3))^2 = 3 \cdot (1 - (-6))^2 = 3 \cdot (1 + 6)^2 = 3 \cdot (7)^2 = 3 \cdot 49 = 147$$

$$d \quad 3 \cdot (2 - 0,5)^2 = 3 \cdot (1,5)^2 = 3 \cdot 2,25 = 6,75$$

$$e \quad \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$f \quad \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7$$

$$g \quad \left(\sqrt{\sqrt{3+4}}\right)^2 = \left(\sqrt{\sqrt{7}}\right)^2 = \sqrt{7}$$

$$h \quad \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$$

$$i \quad \sqrt{9-4} = \sqrt{5}$$

$$3a \quad \frac{2 \cdot 0,5 - 3}{1 - 3 \cdot 0,5} = \frac{1 - 3}{1 - 1,5} = \frac{-2}{-0,5} = \frac{2}{0,5} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 2 = 4$$

$$b \quad \frac{0,3 \cdot 3^2 - 3}{0,3} = \frac{0,3 \cdot 9 - 3}{0,3} = \frac{2,7 - 3}{0,3} = \frac{-0,3}{0,3} = -1$$

$$c \quad \frac{1 - 4 \cdot 0,25}{1 + 4 \cdot 0,25} = \frac{1 - 1}{1 + 1} = \frac{0}{2} = 0$$

d $\frac{4^2}{0,4^2} = \frac{16}{0,16} = 100$

e $\left(\frac{4}{0,4}\right)^2 = (10)^2 = 100$

f $\frac{2+5^2}{2 \cdot 3^2} = \frac{2+25}{2 \cdot 9} = \frac{27}{18} = 1,5$

4a $3(p+6) = 3p+18$

f $3e(4-e) = 12e-3e^2$

b $4(3a-2) = 12a-8$

g $-(x-5) = -x+5$

c $b(b-4) = b^2-4b$

h $-5(3c+4) = -15c-20$

d $6(4+7x) = 24+42x$

i $-s(-s-5) = s^2+5s$

e $16(-2h-4) = -32h-64$

j $-(8-4m) = -8+4m$

5a $8(a+b)ab = (8a+8b)ab = 8a^2b+8ab^2$

b $-(3+p)(-p) = (-3-p)(-p) = 3p+p^2$

c $-((3+p)(-p)) = -(-3p-p^2) = 3p+p^2$

d $12pq(r-s-t) = 12pqr-12pqs-12pqt$

e $3(x+y)+3(y+7z) = 3x+3y+3y+21z = 3x+6y+21z$

f $3(x+2y+7z) = 3x+6y+21z$

g $(u(w-(1-v))) = (u(w-1+v)) = uw-u+uv$

h $x(1-y(1-z)) = x(1-y+yz) = x-xy+xyz$

6a $1-2(1-2) = 1-2(-1) = 1+2 = 3$

b Gebruik het antwoord bij **a**: $1-2(1-2(1-2)) = 1-2 \cdot 3 = -5$

c Gebruik het antwoord bij **b**: $1-2(1-2(1-2(1-2))) = 1-2(-5) = 11$

d Gebruik het antwoord bij **c**:
 $1-2(1-2(1-2(1-2(1-2)))) = 1-2 \cdot 11 = -21$

e Gebruik het antwoord bij **d**:
 $1-2(1-2(1-2(1-2(1-2(1-2)))))) = 1-2(-21) = 43$

1.2

De vermenigvuldigtabel

1a $(-u+v)(2a-3b)$

b

×	$2a$	$-3b$	+
$-u$	$-2au$	$3bu$	$-2au+3bu$
v	$2av$	$-3bv$	$2av-3bv$
			$-2au+3bu+2av-3bv$

2a $(2x - y)(-x + 3y - z)$

b

\times	$-x$	$3y$	$-z$	$+$
$2x$	$-2x^2$	$6xy$	$-2xz$	$-2x^2 + 6xy - 2xz$
$-y$	xy	$-3y^2$	yz	$xy - 3y^2 + yz$
				$-2x^2 - 3y^2 + 7xy - 2xz + yz$

3a $(n - 7)(n + 3) =$
 $= n^2 + 3n - 7n - 21 =$
 $= n^2 - 4n - 21$

b $(p + 2)(2 - q) =$
 $= 2p - pq + 4 - 2q$

c $(x - \frac{1}{2})(x + 5) =$
 $= x^2 + 5x - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} =$
 $= x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{5}{2}$

d $(7 - s)(s + 5) =$
 $= 7s + 35 - s^2 - 5s =$
 $= -s^2 + 2s + 35$

e $(h - 7)(h + 7) =$
 $= h^2 + 7h - 7h - 49 =$
 $= h^2 - 49$

f $(v - 7)(3 + 4) =$
 $= (v - 7)(7) = 7v - 49$

g $(b + 8)(b + 11) =$
 $= b^2 + 11b + 8b + 88 =$
 $= b^2 + 19b + 88$

h $(3 + 4a)(a + 2) =$
 $= 3a + 6 + 4a^2 + 8a =$
 $= 4a^2 + 11a + 6$

i $(x + 9)^2 =$
 $= (x + 9)(x + 9) =$
 $= x^2 + 9x + 9x + 81 =$
 $= x^2 + 18x + 81$

j $(t - 4)^2 =$
 $= (t - 4)(t - 4) =$
 $= t^2 - 4t - 4t + 16 =$
 $= t^2 - 8t + 16$

4a $(x + 4)(x - 6) =$
 $= x^2 - 6x + 4x - 24 =$
 $= x^2 - 2x - 24$

b $(2x - y)(2x + y) =$
 $= 4x^2 + 2xy - 2xy - y^2 =$
 $= 4x^2 - y^2$

c $(2x + 3y)^2 =$
 $= (2x + 3y)(2x + 3y) =$
 $= 4x^2 + 6xy + 6xy + 9y^2 =$
 $= 4x^2 + 12xy + 9y^2$

d $(2x - 3y)^2 =$
 $= (2x - 3y)(2x - 3y) =$
 $= 4x^2 - 6xy - 6xy + 9y^2 =$
 $= 4x^2 - 12xy + 9y^2$

e $(3a - 2b)(2b + 3a) =$
 $= 6ab + 9a^2 - 4b^2 - 6ab =$
 $= 9a^2 - 4b^2$

f $2p^2(3p + 4) =$
 $= 6p^3 + 8p^2$

g $(2t - 3)(2t + 5) =$
 $= 4t^2 + 10t - 6t - 15 =$
 $= 4t^2 + 4t - 15$

h $(3q^2 + 2p)(q - p) =$
 $= 3q^3 - 3pq^2 + 2pq - 2p^2$

i $(2p + 5q)(-5q + 2p) =$
 $= -10pq + 4p^2 - 25q^2 + 10pq =$
 $= -25q^2 + 4p^2$

j $-h(2h - 6)(2 + h) =$
 $= (-2h^2 + 6h)(2 + h) =$
 $= -4h^2 - 2h^3 + 12h + 6h^2 =$
 $= -2h^3 + 2h^2 + 12h$

- 5a** $(1+x+y)(2+x) = 2+x+2x+x^2+2y+xy =$
 $= 2+3x+2y+x^2+xy$
- b** $-2p(1-p+q) = -2p+2p^2-2pq$
- c** $(1-h)(1+h+h^2) = 1+h+h^2-h-h^2-h^3 = 1-h^3$
- d** $(1+t)(1-t-t^2) = 1-t-t^2+t-t^2-t^3 = 1-2t^2-t^3$
- e** $(3x-y-2)(x+3y) = 3x^2+9xy-xy-3y^2-2x-6y =$
 $= 3x^2+8xy-2x-3y^2-6y$
- f** $(2pq-1)(1-p+q) = 2pq-2p^2q+2pq^2-1+p-q$
- g** $(1+s+t)(1-s-t) = 1-s-t+s-s^2-st+t-st-t^2 =$
 $= 1-s^2-2st-t^2$
- h** $(2m-3n+q)(-m+n-2q) =$
 $= -2m^2+2mn-4mq+3mn-3n^2+6nq-mq+nq-2q^2 =$
 $= -2m^2+5mn-5mq-3n^2+7nq-2q^2$
- i** $(x+y+z)^2 = (x+y+z)(x+y+z) =$
 $= x^2+xy+xz+xy+y^2+yz+xz+yz+z^2 =$
 $= x^2+2xy+2xz+y^2+2yz+z^2$
- j** $(a-b+c-d)^2 =$
 $= (a-b+c-d)(a-b+c-d) =$
 $a^2-ab+ac-ad-ab+b^2-bc+bd+ac-bc+c^2-cd-ad+bd-cd+d^2 =$
 $= a^2-2ab+2ac-2ad+b^2-2bc+2bd+c^2-2cd+d^2$
- 6a** $(1-x)(1+x) = 1+x-x-x^2 = 1-x^2$
- b** $(1-x)(1+x+x^2) = 1+x+x^2-x-x^2-x^3 = 1-x^3$
- c** $(1-x)(1+x+x^2+x^3) = 1+x+x^2+x^3-x-x^2-x^3-x^4 = 1-x^4$
- d** $(1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{99}) =$
 $= 1+x+x^2+\dots+x^{99}-x-x^2-x^3-\dots-x^{99}-x^{100} = 1-x^{100}$

1.3

Merkwaardige producten

- 1a** $(x+y)^2 = x^2+x\cdot y+y\cdot x+y^2 = x^2+2x\cdot y+y^2$
- b** $(x-y)^2 = x^2-x\cdot y-y\cdot x+y^2 = x^2-2x\cdot y+y^2$
- c** $(x-y)(x+y) = x^2+x\cdot y-y\cdot x+y^2 = x^2-y^2$
- d** $(x+p)(x+q) = x^2+p\cdot x+x\cdot q+p\cdot q = x^2+(p+q)\cdot x+p\cdot q$

$$2a \quad (x+4)(x-6) = x^2 - 2x - 24$$

$$b \quad (2x-y)(2x+y) = 4x^2 - y^2$$

$$c \quad (2x+3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$$

$$d \quad (2x-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$$

$$e \quad (3x-2y)(2y+3x) = 9x^2 - 4y^2$$

$$f \quad (2t-3)(2t-5) = 4t^2 - 16t + 15$$

$$g \quad (3q^2+2p)(3q^2-2p) = 9q^4 - 4p^2$$

$$h \quad (s^2+5t)^2 = s^4 + 10s^2t + 25t^2$$

$$i \quad (2p+5q)(-5q+2p) = 4p^2 - 25q^2$$

$$j \quad (u+w+1)^2 = u^2 + 2uw + w^2 + 2u + 2w + 1$$

$$3a \quad a^2 + 4a + 4 = (a+2)^2$$

$$b \quad 25 + 10t + t^2 = (5+t)^2$$

$$c \quad 9x^2 - 6x + 1 = (3x-1)^2$$

$$d \quad 2st - s^2 - t^2 = -(s-t)^2$$

$$e \quad 4w^2 + 16vw + 4v^2 = 4(w+v)^2$$

$$f \quad 9x^2 - 30xy + 25y^2 = (3x-5y)^2$$

$$g \quad q^4 + q^2 + \frac{1}{4} = (q^2 + \frac{1}{2})^2$$

$$h \quad a^8 - 6a^4b^2 + 9b^4 = (a^4 - 3b^2)^2$$

$$i \quad p^2 - 2\sqrt{2}p + 2 = (p - \sqrt{2})^2$$

$$4a \quad x^4 - 4a^2 = (x^2 - 2a)(x^2 + 2a)$$

$$b \quad a^8 - b^8 = (a^4 - b^4)(a^4 + b^4) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) = \\ = (a-b)(a+b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)$$

$$c \quad w^5 - w^3 = w^3(w-1)(w+1)$$

$$d \quad (n+1)^2 - n^2 = 2n+1$$

$$e \quad (2x+1)^2 - (x+2)^2 = (2x+1+x+2)(2x+1-x-2) = 3(x+1)(x-1)$$

$$f \quad 16t^2 - (4t+1)^2 = (4t+4t+1)(4t-4t-1) = -(8t+1)$$

$$5a \quad x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$$

$$b \quad s^2 + 13st + 42t^2 = (s+7t)(s+6t)$$

$$c \quad p^2 - p - 42 = (p-7)(p+6)$$

$$d \quad q^2 + q - 42 = (q+7)(q-6)$$

$$e \quad 35 - 2r - r^2 = (r+7)(5-r)$$

$$f \quad 4a^2 + 2a - 12 = 2(a+2)(2a-3)$$

- 6a** $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4) = 0$
- b** $y^2 + y - 12 = (y + 4)(y - 3) = 0$
- c** $t^2 + 2t = 3$; $t^2 + 2t - 3 = (t + 3)(t - 1) = 0$
- d** $a^2 - 2a - 15 = (a - 5)(a + 3) = 0$
- e** $p^2 + 3p - 40 = (p + 8)(p - 5) = 0$
- f** $y^2 - 8y + 16 = 2y - 9$; $y^2 - 10y + 25 = (y - 5)^2 = 0$
- g** $2b^2 - 12b = 8b - 42$; $2b^2 - 20b + 42 = 2(b^2 - 10b + 21) =$
 $= 2(b - 7)(b - 3) = 0$
- h** $q^2 + 3q - 51 = 8q + 33$; $q^2 - 5q - 84 = (q - 12)(q + 7) = 0$
- i** $2x^2 - 5x - 12 = x + 8$; $2x^2 - 6x - 20 = 2(x^2 - 3x - 10) =$
 $= 2(x - 5)(x + 2) = 0$
- j** $y^2 - y + 7 = -2y^2 + 5y + 4$; $3y^2 - 6y + 3 = 3(y^2 - 2y + 1) =$
 $= 3(y - 1)^2$

1.4 Eenvoudige vergelijkingen

- 1a** $x - 3 = 12 - x$
 $2x = 15$
 $x = 7\frac{1}{2}$
- b** $\frac{1}{2} - y = 3y + \frac{1}{3}$
 $4y = \frac{1}{6}$
 $y = \frac{1}{24}$
- c** $(7s - 2) + 7 = 12$
 $7s = 7$
 $s = 1$
- d** $n + (n + 1) = n + 2$
 $n + 1 = 2$
 $n = 1$
- e** $\frac{1}{12}(t + 1) = \frac{1}{9}(t + 2)$
 $t + 1 = \frac{12}{9}(t + 2)$
 $9(t + 1) = 12(t + 2)$
 $9t + 9 = 12t + 24$
 $3t = -15$
 $t = -5$
- f** $-(-4 - 3p) + 11 = (6p - 6) - 10$
 $4 + 3p + 11 = 6p - 16$
 $3p = 31$
 $p = \frac{31}{3} = 10\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} 2a \quad \frac{3}{x} &= \frac{2}{x-2} \\ 3(x-2) &= 2x \\ 3x-6 &= 2x \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b \quad \frac{x}{3} &= \frac{x-2}{2} \\ 2x &= 3(x-2) \\ 2x &= 3x-6 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3a \quad (p-1)(2+p) &= 0 \\ p=1, p &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b \quad (3p-1)(2+4p) &= 0 \\ p = \frac{1}{3}, p &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4a \quad \frac{x}{x-1} &= \frac{x-1}{x} \\ x^2 &= (x-1)^2 \\ x^2 &= x^2 - 2x + 1 \\ 2x &= 1 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} &= \frac{1}{6} \\ 1 + \frac{1}{2} &= \frac{x}{6} \\ x &= 6 \cdot 1\frac{1}{2} = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d \quad (x-2)^2 &= (3-2x)^2 \\ \text{Los apart op: } (x-2) &= (3-2x) \text{ en } (x-2) = -(3-2x) \\ x-2 &= 3-2x \rightarrow 3x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{3} \\ x-2 &= -3+2x \rightarrow x = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c \quad x - \frac{1}{x} &= 0 \\ x^2 - 1 &= 0 \\ x &= 1; x = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d \quad x + \frac{1}{x} &= 2 \\ x^2 + 1 &= 2x \\ x^2 - 2x + 1 &= 0 \\ (x-1)^2 &= 0 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c \quad \left(\frac{3}{p}-1\right)\left(2+\frac{4}{p}\right) &= 0 \\ p=3, p &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d \quad \left(\frac{3}{p-3}-1\right)\left(2+\frac{4}{p-2}\right) &= 0 \\ p-3=3, p-2 &= -2 \\ p &= 6, p = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b \quad \frac{3x-3}{x-2} &= x(x-1) \\ 3(x-1) &= x(x-1)(x-2) \\ x=1; 3 &= x(x-2) \\ x=1; 3 &= x^2 - 2x \\ x=1; x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ x=1; (x+1)(x-3) &= 0 \\ x=1, x &= -1, x = 3 \end{aligned}$$

5a $r^2 - 1 = 0 \rightarrow r = \pm 1$

b $r^2 - 4 = 0 \rightarrow r = \pm 2$

c $(r-1)^2 - 4 = 0 \rightarrow r-1 = \pm 2 \rightarrow r = 3$ of $r = -1$

d $(r^2 - 1)^2 - 4 = 0 \rightarrow r^2 - 1 = \pm 2 \rightarrow r^2 = 3$ of $r^2 = -1 \rightarrow r = \pm\sqrt{3}$

6a $(s+1)^2 = 2s+5$

$$s^2 + 2s + 1 = 2s + 5$$

$$s^2 = 4$$

$$s = \pm 2$$

b $3t^2 = 6t - 12$

$$3t^2 - 6t + 12 = 0$$

$$t^2 - 2t + 4 = 0$$

$$D = 4 - 16 < 0$$

Geen oplossing

d $(\frac{1}{2}v - \frac{1}{4})^2 = \frac{1}{8}v$

Vermenigvuldig eerst links en rechts met 16.

$$(2v-1)^2 = 2v$$

$$4v^2 - 4v + 1 = 2v$$

$$4v^2 - 6v + 1 = 0$$

$$v_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1}}{2 \cdot 4} = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{8} = \frac{3}{4} \pm \frac{1}{4}\sqrt{5}$$

c $\frac{1}{6}(u+3)^2 = \frac{1}{4}u - \frac{1}{3}$

$$2(u+3)^2 = 3u - 4$$

$$2(u^2 + 6u + 9) = 3u - 4$$

$$2u^2 + 12u + 18 = 3u - 4$$

$$2u^2 + 9u + 22 = 0$$

$$D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 22 < 0$$

Geen oplossing

7a $\frac{x}{1+x} = 2\frac{1}{2}$

$$x = 2\frac{1}{2}(1+x) = 2\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}x$$

$$1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2} = 0 \rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

b $\frac{x}{1+x} = 10\frac{1}{10}$

$$x = 10\frac{1}{10}(1+x) = 10\frac{1}{10} + 10\frac{1}{10}x$$

$$9\frac{1}{10}x + 10\frac{1}{10} = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow 91x + 101 = 0 \rightarrow x = -\frac{101}{91}$$

c $x + \frac{1}{x} = 2\frac{1}{2}$

$$x^2 + 1 = 2\frac{1}{2}x$$

$$x^2 - 2\frac{1}{2}x + 1 = 0$$

$$(x-2)(x-\frac{1}{2}) = 0$$

$$x = 2$$
 of $x = \frac{1}{2}$

d $x + \frac{1}{x} = 10\frac{1}{10}$

$$x = 10$$
 of $x = \frac{1}{10}$

Zie oefening c

1.5 Ontbinden in factoren en vergelijkingen oplossen

- 1a** $a^2 + 8a = a(a + 8)$ **f** $28x^2 + 35x = 7x(4x + 5)$
b $15t^2 - 75t = 15t(t - 5)$ **g** $8q + 32 = 8(q + 4)$
c $12b + 48b^2 = 12b(1 + 4b)$ **h** $6x^2 + 24x = 6x(x + 4)$
d $h^2 - 13h = h(h - 13)$ **i** $-8s - 6 = -(4s + 3)$
e $9p^2 - 72p = 9p(p - 8)$ **j** $10e + 60e^2 = 10e(1 + 6e)$
- 2a** $a^2 - 12a = a(a - 12)$ **f** $32x^3 + 8x = 8x(4x^2 + 1)$
b $18t^2 - 16t = 2t(9t - 8)$ **g** $-8q + 56 = 8(7 - q)$
c $11b + 66b^2 = 11b(1 + 6b)$ **h** $5xy^2 - 45x^2y = 5xy(y - 9x)$
d $h^2 - 14h = h(h - 14)$ **i** $12rs^2t + 9r^2st + 15rst^2 =$
e $8p^2 + 72p = 8p(p + 9)$ $= 3rst(4s + 3r + 5t)$
j $x(x - y) + y(x - y) = (x - y)(x + y)$
- 3a** $40mn - 16n^2 = 8n(5m - 2n)$
b $2xy(5 - z) + (5 - z)^2 = (5 - z)(2xy + 5 - z)$
c $x^4 - x^3 + x - 1 = x^3(x - 1) + x - 1 = (x^3 + 1)(x - 1)$
d $pqr + qrs + rst = r(pq + qs + st)$
e $(1 + h)^2 - 1 - h = (1 + h)^2 - (1 + h) = (1 + h)(1 + h - 1) = h(1 + h)$
f $(w + 3)^3 - (w + 3)^2 = (w + 3)^2(w + 3 - 1) = (w + 3)^2(w + 2)$
g $2a + 3 - (2a + 3)^3 = (2a + 3)(1 - (2a + 3)^2) =$
 $= (2a + 3)(1 - 2a - 3)(1 + 2a + 3) =$
 $= (2a + 3)(-2a - 2)(2a + 4) = -4(2a + 3)(a + 1)(a + 2)$
h $a^5b^2c^3 + a^2b^3c^5 + a^3b^5c^2 = a^2b^2c^2(a^3c + bc^3 + ab^3)$
i $x^2 + (pq)x + pq + x = x(x + pq) + pq + x = (x + 1)(pq + x)$
j $25r^2 + 10r + 1 = (5r + 1)^2$
- 4a** $x^2 + 6x = x(x + 6) = 0; x = 0, x = -6$
b $6g - 10g^2 = 2g(3 - 5g) = 0; g = 0, g = \frac{3}{5}$
c $3n^2 + 27n = 3n(n + 9) = 0; n = 0, n = -9$
d $-t^2 - 8t = -t(t + 8) = 0; t = 0, t = -8$
e $5x^2 - 20x = 5x(x - 4) = 0; x = 0, x = 4$
f $4h^2 - 22h = 2h(2h - 11) = 0; h = 0, h = \frac{11}{2}$
g $3r - 9r^2 = 3r(1 - 3r) = 0; r = 0, r = \frac{1}{3}$
h $-5y^2 + 45y = 5y(9 - y) = 0; y = 0, y = 9$
i $r^3 + 3r^2 = r^2(r + 3) = 0; r = 0, r = -3$

- 5a** $x^2 = 9x$; $x^2 - 9x = 0$; $x(x-9) = 0$; $x = 0, x = 9$
- b** $8g = 20g^2$; $20g^2 - 8g = 0$; $4g(5g-2) = 0$; $g = 0, g = \frac{2}{5}$
- c** $5n^2 = -35n$; $5n^2 + 35n = 0$; $5n(n+7) = 0$; $n = 0, n = -7$
- d** $11t = -t^2$; $t^2 + 11t = 0$; $t(t+11) = 0$; $t = 0, t = -11$
- e** $-7y^3 - 56y = 0$; $-7y(y^2 + 8) = 0$; $y = 0$
- f** $(x+3)^2 = x+3$; $(x+3)^2 - (x+3) = 0$; $(x+3)(x+2) = 0$;
 $x = -3, x = -2$
- g** $(1-w)^2 + w = 1$; $1 - 2w + w^2 + w - 1 = 0$; $w^2 - w = 0$;
 $w(w-1) = 0$; $w = 0, w = 1$
- h** $3p = (1-3p)^2 - 1$; $-(3p-1) - (1-3p)^2 = 0$;
 $(1-3p)(-1-1+3p) = 0$; $(1-3p)(-2+3p) = 0$;
 $p = \frac{1}{3}, p = \frac{2}{3}$
- i** $r^3 - r = r^2 - 1$; $r(r^2 - 1) - (r^2 - 1) = 0$; $(r^2 - 1)(r - 1) = 0$;
 $(r-1)(r+1)(r-1) = 0$; $r = 1, r = -1$
- j** $t^3 - t^2 - t + 1 = 0$; $t = 1, t = -1$

1.6

Breukvormen

- 1a** $\frac{50}{\frac{1}{4}} = 200$
- b** $\frac{3}{\frac{6}{16}} = 8$
- c** $\frac{10}{-\frac{1}{3}} = -30$
- d** $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{8}{5}} = \frac{15}{32}$
- 2a** $\frac{b}{\frac{1}{a}} = ab$
- b** $\frac{abc}{\frac{bc}{a}} = a^2$
- c** $\frac{abc}{\frac{bc}{a}} = 1$
- d** $\frac{\frac{xy}{z}}{\frac{yz}{x}} = \frac{x^2 y}{yz^2} = \frac{x^2}{z^2}$
- e** $\frac{1\frac{10}{13}}{2\frac{2}{3}} = \frac{\frac{23}{13}}{\frac{8}{3}} = \frac{69}{104}$
- f** $\frac{1}{0,3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$
- g** $\frac{0,6}{0,4} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$
- h** $\frac{1,2}{0,02} = \frac{120}{2} = 60$
- e** $\frac{ab+bc}{b} = a+c$
- f** $\frac{a^2(a-b)}{a(a-b)} = a$
- g** $\frac{(x-y)-(x-3y)}{2y} = \frac{2y}{2y} = 1$
- h** $\frac{5x^4 y^5 z^2}{10x^3 y^4 z^4} = \frac{xy}{2z^2}$

$$3a \quad \frac{a^2 + ab + a}{a} = a + b + 1$$

$$b \quad \frac{a^2 \cdot ab \cdot a}{a} = a^3 b$$

$$c \quad \frac{p + pq}{q} = \frac{p(1+q)}{q} = \frac{p}{q} + p$$

$$d \quad \frac{ax \cdot ay}{az} = \frac{axy}{z}$$

$$e \quad \frac{a^3 - a}{a^2 - 1} = \frac{a(a^2 - 1)}{a^2 - 1} = a$$

$$f \quad \frac{3p^2 - 5p}{\frac{5-3p}{p}} = \frac{p(3p^2 - 5p)}{5-3p} = \frac{p^2(3p-5)}{5-3p} = -p^2$$

$$4a \quad \frac{1}{ac} + \frac{2}{a} = \frac{1}{ac} + \frac{2c}{ac} = \frac{1+2c}{ac}$$

$$b \quad a + \frac{1}{a} = \frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{a^2 + 1}{a}$$

$$c \quad \frac{2}{a} - \frac{1}{x} = \frac{2x - a}{ax}$$

$$d \quad \frac{1}{3a^2b} + \frac{1}{4ab^2} + \frac{1}{5b^3} = \frac{20b^2 + 15ab + 12a^2}{60a^2b^3}$$

$$e \quad \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{y}\sqrt{x}} + \frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{x}\sqrt{y}} = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{y}\sqrt{x}}$$

$$f \quad \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x^2-1} = \frac{x+1}{x(x^2-1)} - \frac{x}{x(x^2-1)} = \frac{1}{x(x^2-1)}$$

$$g \quad \frac{a}{a-b} + \frac{ab}{(b-a)^2} = \frac{a(a-b)}{(a-b)^2} + \frac{ab}{(a-b)^2} = \frac{a^2}{(a-b)^2}$$

$$h \quad 5 - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{1-x} = \frac{5x^2(1-x)}{x^2(1-x)} - \frac{1-x}{x^2(1-x)} - \frac{x^2}{x^2(1-x)} = \frac{-5x^3 + 4x^2 + x - 1}{x^2(1-x)}$$

1.7 Rekenregels voor machten

$$1a \quad 3^7 \cdot 3^4 = 3^{11}$$

$$b \quad 5^2 \cdot 7^3 \cdot 5^4 \cdot 5^3 \cdot 7^4 = 5^9 \cdot 7^7$$

$$c \quad (3^7)^4 = 3^{28}$$

$$d \quad (7 \cdot 11)^8 = 7^8 \cdot 11^8$$

$$e \quad (4^6 \cdot 6^4)^{-1} = 4^{-6} \cdot 6^{-4}$$

$$f \quad \left(\frac{5}{7}\right)^{11} = 5^{11} \cdot 7^{-11}$$

$$g \quad \frac{2^{11}}{2^3} = 2^8$$

$$h \quad \frac{3^4 \cdot 3^{-2}}{3^7 \cdot 3^{-1}} = 3^{-4}$$

$$2a \quad -a^3 \cdot b^5 \cdot a^2 \cdot -a^7 \cdot -b^6 = -a^{12} \cdot b^{11}$$

$$b \quad (-x^4 y^2 z^5)^7 = -x^{28} y^{14} z^{35}$$

$$c \quad (-p^2 q^5)^3 \cdot (p^5 q^3)^6 = -p^{36} q^{33}$$

$$d \quad -\left(-\frac{a^2 b^5 c^3}{d^4 e^3}\right)^5 = \frac{a^{10} b^{25} c^{15}}{d^{20} e^{15}}$$

$$e \quad \left(-\frac{p^3 q^7 r^2}{pr^5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{p^2 qr^4}{q^6 r}\right)^3 = \frac{p^{12} q^{17} r^{16}}{p^2 q^{18} r^{13}} = \frac{p^{10} r^3}{q}$$

$$3a \quad (a-b)^0 = 1$$

$$b \quad \frac{z^8}{z^4} \cdot \frac{z^4}{8} = \frac{z^8}{8}$$

$$c \quad \left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

$$d \quad \frac{x^2 y^3}{xy^5} = xy^{-2}$$

$$e \quad a-b^0 = a-1$$

$$f \quad \frac{(x^2 y^3)^2}{(-x)^3} = -xy^6$$

$$g \quad \left(\frac{a^p b^2}{c^5}\right)^m = a^{pm} b^{2m} c^{-5m}$$

$$h \quad \frac{a^{p+1} b^{q+1}}{a^{p-1} b^{q-1}} = a^2 b^2$$

$$i \quad \frac{a^{p+3} b^{p+4}}{a^3 b^p} = a^p b^4$$

$$j \quad \left(\frac{a^{2p+3}}{a^p}\right)^3 = (a^{p+3})^3 = a^{3p+9}$$

$$k \quad \left(\frac{a^4 b^{3p}}{a^4}\right)^{-2} = (b^{3p})^{-2} = b^{-6p}$$

$$4a \quad \text{De snelheid van het licht is } 300\,000\,000 \text{ m/sec: } 3 \cdot 10^8$$

$$b \quad \text{De massa van een stofdeeltje is } 0,000\,000\,000\,753 \text{ kg: } 7,53 \cdot 10^{-10}$$

$$c \quad (5 \cdot 10^4) \cdot (6 \cdot 10^5) = 3 \cdot 10^{10}$$

$$d \quad (7 \cdot 10^4) \cdot (5 \cdot 10^6) \cdot (3 \cdot 10^2) = 1,05 \cdot 10^{14}$$

$$e \quad (6,1 \cdot 10^{-2}) \cdot (3,42 \cdot 10^{-8}) \cdot (8,125 \cdot 10^{-1}) = 1,695 \cdot 10^{-9}$$

$$5 \quad 1,96 \cdot 10^{30} : 5,976 \cdot 10^{24} = 3,28 \cdot 10^5 \text{ keer zwaarder.}$$

1.8

Gebroken machten

$$1a \quad \sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{2^{10}} = 2^2 = 4$$

$$b \quad \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$c \quad \sqrt[3]{243} \times 729^{-\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{3^5} \times (3^6)^{-\frac{1}{9}} = 3^{\frac{5}{3}} \times 3^{-\frac{2}{3}} = 3$$

$$d \quad \sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[3]{625} = 5^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{4}{3}} = 5^{\frac{25}{12}} = 25^{\frac{5}{12}} \sqrt[12]{5}$$

$$2a \quad \sqrt{a^2 b^2} = ab$$

b Kan niet verder herleid worden

$$c \quad \sqrt[9]{a^2} = a^{\frac{2}{9}} = a^{\frac{1}{6}}$$

$$d \quad \sqrt{pq} \cdot \sqrt{pq^3} = pq^2$$

$$e \quad \sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = \sqrt{(a+b)^2} = a+b$$

$$f \quad \sqrt[3]{\frac{8ab^2}{27(a^{-3}b^2)^{-4}}} = \frac{2}{3} \sqrt[3]{a^{-11} \cdot b^{10}} = \frac{2}{3} a^{-\frac{11}{3}} \cdot b^{\frac{10}{3}}$$

$$3a \quad \sqrt{\frac{a^2}{b^3 c^5}} = a \cdot b^{-\frac{3}{2}} \cdot c^{-\frac{5}{2}}$$

$$d \quad \frac{s}{\sqrt{s^3}} = s \cdot s^{-\frac{3}{2}} = s^{-\frac{1}{2}}$$

$$b \quad \sqrt[3]{\frac{p^3 q^4}{r^7}} = p \cdot q^{\frac{4}{3}} \cdot r^{-\frac{7}{3}}$$

$$e \quad \frac{\sqrt{p} \sqrt[3]{pq}}{q^2} = p^{\frac{1}{2}} \cdot p^{\frac{1}{3}} \cdot q^{-2} \cdot q^{\frac{1}{3}} =$$

$$c \quad \frac{1}{\sqrt{x^2 y z^4}} = x^{-1} \cdot y^{-\frac{1}{2}} \cdot z^{-2}$$

$$= p^{\frac{5}{6}} \cdot q^{-\frac{5}{3}}$$

$$f \quad \frac{1}{\sqrt[3]{p^{-2} q^5 r^{-1}}} = p^{\frac{2}{3}} q^{-\frac{5}{3}} r^{\frac{1}{3}}$$

$$4 \quad \sqrt{\frac{0,16 \cdot a^7 b^4}{(a^{-1} c^2)^3}} = 0,4 \cdot a^5 b^2 c^{-3}$$

$$5a \quad \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2} \sqrt{5}$$

$$b \quad \frac{7}{3\sqrt{14}} = \frac{7 \cdot \sqrt{14}}{3 \cdot 14} = \frac{1}{6} \sqrt{14}$$

$$c \quad \frac{36}{4\sqrt{6} \cdot 5\sqrt{3}} = \frac{36 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{1}{10} \sqrt{18} = \frac{3}{10} \sqrt{2}$$

$$d \quad \frac{5}{\sqrt[3]{3}} = \frac{5}{3} \sqrt[3]{9}$$

$$e \quad \frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{36}} = 6^{\frac{1}{2}} \cdot 6^{-\frac{2}{3}} = 6^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{6} \sqrt[6]{6^5}$$

$$f \quad \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[6]{5}} = 5^{\frac{2}{3}} \cdot 5^{-\frac{1}{6}} = \sqrt{5}$$

$$g \quad \frac{28}{\sqrt{15}} \cdot \frac{75}{\sqrt{7}} = \frac{28 \cdot \sqrt{7}}{15} \cdot \frac{75 \cdot \sqrt{15}}{7} = 20\sqrt{105}$$

$$h \quad \frac{8}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{30}{\sqrt[4]{5}} = 2^3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{3+1}{3}} \cdot 3 \cdot 5^{\frac{3}{4}} = 24 \cdot \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[4]{5^3}$$

1.9 Omwerken van formules

$$1 \quad V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

$$r^3 = \frac{3V}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

$$2 \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{v} = \frac{v-f}{f \cdot v}$$

$$b = \frac{f \cdot v}{v-f}$$

$$3 \quad \frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_v = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$4a \quad c = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$$

$$m + \sqrt{R} = \frac{100\sqrt{R}}{c}$$

$$m = \frac{100\sqrt{R}}{c} - \sqrt{R} = \sqrt{R} \left(\frac{100-c}{c} \right)$$

$$4b \quad c = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$$

$$c(m + \sqrt{R}) = 100\sqrt{R}$$

$$cm + c\sqrt{R} = 100\sqrt{R}$$

$$(c-100)\sqrt{R} = cm$$

$$\sqrt{R} = \frac{cm}{c-100}$$

$$R = \left(\frac{cm}{c-100} \right)^2$$

$$5 \quad \frac{c}{a-b} = \frac{d}{a-f}$$

$$c(a-f) = d(a-b)$$

$$a-b = \frac{c(a-f)}{d}$$

$$b = a - \frac{c(a-f)}{d}$$

$$6 \quad P = \frac{M^2 \cdot H}{v(M+m) \cdot h}$$

$$P \cdot v(M+m) \cdot h = M^2 \cdot H$$

$$P \cdot vM \cdot h + P \cdot vm \cdot h = M^2 \cdot H$$

$$Pvh \cdot m = M^2 \cdot H - Pvh \cdot M$$

$$m = \frac{M^2 \cdot H - Pvh \cdot M}{Pvh} =$$

$$= \frac{M^2 \cdot H}{Pvh} - M$$

$$7 \quad P = U \cdot I \text{ en } U = I \cdot R$$

$$P = I \cdot R \cdot I = I^2 \cdot R$$

$$I^2 = \frac{R}{P}; I = \sqrt{\frac{R}{P}}$$

$$8a \quad E_z = E_k$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$v^2 = 2g \cdot h$$

$$v = \sqrt{2g \cdot h}$$

b Omdat de massa m uit de vergelijking is verdwenen.

Toets

$$1a \quad (4x + 7y)^2 = 16y^2 + 56xy + 49y^2$$

$$b \quad (r - 3)(r + 3)(r^2 + 9) = (r^2 - 9)(r^2 + 9) = r^4 - 81$$

$$c \quad (5 + 2p)(5 - 2p)(25 - 4p^2) = (25 - 4p^2)(25 - 4p^2) = \\ = 625 - 200p^2 + 16p^4$$

$$d \quad (x + 3)(x - 5) = x^2 - 2x - 15$$

$$e \quad (t^3 - 6)^2 = t^6 - 12t^3 + 36$$

$$f \quad (a + 2b - 3c)^2 = (a + 2b)^2 - 6(a + 2b)c + 9c^2 = \\ = a^2 + 4ab + 4b^2 - 6ac - 12bc + 9c^2$$

$$2a \quad x^2 - 15x + 26 = (x - 2)(x - 13)$$

$$b \quad y^4 - 64y^2 = y^2(y^2 + 64)$$

$$c \quad 1 - 14t + 49t^2 = (1 - 7t)^2$$

$$d \quad 9a^7b + 12a^6b^2 + 4a^5b^3 = a^5b(9a^2 + 12ab + 4b^2) = a^5b(3a + 2b)^2$$

$$e \quad s^2 - 4s - 21 = (s - 7)(s + 3)$$

$$f \quad t^2 - 9t^4 + 8t^3 = t^2(1 + 8t - 9t^2) = t^2(9t + 1)(1 - t)$$

$$g \quad p^4 - 25q^2 = (p^2 - 5q)(p^2 + 5q) = (p - \sqrt{5q})(p + \sqrt{5q})(p^2 + 5q)$$

$$h \quad -2ac - bc + 2ad + bd = 2a(d - c) + b(d - c) = (2a + b)(d - c)$$

$$3a \quad \frac{x^2 - xy}{y^2 - xy} = \frac{x(x - y)}{y(y - x)} = -\frac{x}{y}$$

$$b \quad \frac{y^2 - xy}{y^2 + xy} = \frac{y(y - x)}{y(y + x)} = \frac{y - x}{y + x}$$

$$c \quad \frac{(x - y)^2 - x^2 + y}{xy} = \frac{x^2 - 2xy + y^2 - x^2 + y}{xy} = \frac{y^2 - 2xy + y}{xy} = \\ = \frac{y - 2x + 1}{x}$$

$$d \quad \frac{4y^4 - 9x^2}{2y^2 + 3x} = \frac{(2y^2 - 3x)(2y^2 + 3x)}{2y^2 + 3x} = 2y^2 - 3x$$

$$4 \quad \frac{3 \cdot 10^{-8} \cdot 4 \cdot (10^{-2})^2}{6 \cdot (10^{-4} \cdot 10^2)^{-3}} = 2 \frac{10^{-8} \cdot 10^{-1}}{10^6} = 2 \cdot 10^{-15}$$

$$5a \quad (a^3b^{-1}c^2)^{-1} \cdot (a^{-2}b^2c)^3 = a^{-9} \cdot b^7 \cdot c$$

$$b \quad \frac{(2a^{-3}b^{-2}) \cdot (a^{-2}b)^{-1}}{(a^{-1}b)^{-2}} = \frac{2a^{-1}b^{-3}}{a^2b^{-2}} = 2a^{-3}b^{-1}$$

$$6a \quad \frac{b^2 \cdot \sqrt[5]{b^4}}{b^3 \sqrt[5]{b^3}} = \frac{\sqrt[5]{b}}{b} = b^{-\frac{4}{5}}$$

$$b \quad \sqrt[3]{\frac{64a^{-18}b^2}{27(a^{-3}b^2)^{-8}}} = \frac{4}{3} \frac{a^{-6}b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{16}{3}}b^{\frac{2}{3}}} = \frac{4}{3} a^{-14}b^6$$

$$7a \quad x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow (x-1)(x+6) = 0 \rightarrow x = 1, x = -6$$

$$b \quad 3w + 20 = 100 - 6w \rightarrow 9w = 80 \rightarrow w = \frac{80}{9}$$

$$c \quad p^2 - 30p + 125 = 0 \rightarrow (p-25)(p-5) = 0 \rightarrow p = 5, p = 25$$

$$d \quad 3r^2 + 2r - 1 = 5 - 3r + 2r^2 \rightarrow r^2 + 5r - 6 = 0 \rightarrow \\ \rightarrow (r+6)(r-1) = 0 \rightarrow r = 1, r = -6$$

$$8a \quad \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = 0 \rightarrow \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{x^2-1} = 0 \rightarrow \\ \rightarrow \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1}{x^2-1} = 0 \rightarrow \frac{4x}{x^2-1} = 0 \rightarrow x = 0$$

$$b \quad \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x + 3} = 1 \rightarrow \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x-4)} = 1 \rightarrow \frac{(x-1)}{(x-4)} = 1 \rightarrow x-1 = x-4, \\ \text{er is geen oplossing.}$$

$$9 \quad \frac{c}{a-b} = \frac{d}{a-f} \rightarrow c(a-f) = d(a-b) \rightarrow ac - cf = ad - bd \rightarrow \\ \rightarrow ac - ad = cf - bd \rightarrow a(c-d) = cf - bd \rightarrow a = \frac{cf - bd}{c-d}$$