


P. de Boer / J.C. Meester

Financiële rekenkunde en beslissingscalculaties



Noordhoff Uitgevers

**Financiële rekenkunde
en
beslissingscalculaties**



Financiële rekenkunde en beslissingscalculaties

Drs. P. de Boer

Drs. J.C. Meester

Vierde druk

Noordhoff Uitgevers Groningen / Houten

Ontwerp omslag: G2K designers, Groningen
Omslagillustratie: Photodisc

7 / 12

Copyright © 2001 Noordhoff Uitgevers bv Groningen/Houten, The Netherlands.

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden veelevoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voorzover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j^o het besluit van 20 juni 1974, Stb. 351, zoals gewijzigd bij het besluit van 23 augustus 1985, Stb. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp. Voor het overnemen van een of enkele gedeelten uit deze uitgave in bloemlezingen, readers of andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich tot de uitgever te wenden.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

ISBN (ebook) 978-90-01-84853-8
ISBN 978-90-01-09407-2
NUGI 683

Woord vooraf bij de vierde druk

'Financiële rekenkunde en beslissingscalculaties' beoogt op een systematische wijze de leerstof te presenteren voor het vakgebied dat in het hoger economisch onderwijs vaak met 'bedrijfscalculatie' wordt aangeduid.

In het eerste deel van dit boek wordt de financiële rekenkunde behandeld. Financiële rekenkunde heeft betrekking op de technieken die worden toegepast op calculaties waarbij de intrestfactor een rol speelt. Inzicht in deze financiële rekenkunde is van essentiële betekenis bij een groot aantal dagelijkse praktijksituaties. Het gebruik van deze technieken wordt dan ook aan de hand van vele voorbeelden geïllustreerd.

Vervolgens worden de technieken van financiële rekenkunde in het tweede deel toegepast op diverse beslissingscalculaties. Hierbij gaat het om de cijfermatige onderbouwing van besluitvormingsprocessen, vooral met betrekking tot duurzame productiemiddelen. Teneinde de relatie met de bedrijfseconomie te verduidelijken is getracht de diverse onderwerpen zoveel mogelijk in een bedrijfseconomisch kader te plaatsen. Daarnaast worden in dit tweede deel ook enkele beslissingscalculaties behandeld waarbij de intrestfactor buiten beschouwing wordt gelaten, de zogenaamde beslissingen op korte termijn.

Ten opzichte van de derde druk bevat deze vierde druk een aantal wijzigingen, waarbij de hoofdstukindeling overigens niet is veranderd. Deze wijzigingen hebben bijvoorbeeld betrekking op de overgang naar de euro en de invoering van nieuwe belastingpercentages voor de BTW, de inkomstenbelasting en de vennootschapsbelasting. Daardoor zijn sommige voorbeelden en opgaven getalsmatig aangepast. Ook is er nog meer nadruk gelegd op het gebruik van een financiële calculator, met name in de hoofdstukken 3, 4 en 5. De (internationaal geldende) symbolen 'a' en 's' uit de intresttafels worden gemakshalve alleen nog voor notatie-doeleinden gehanteerd. Bij de uitwerking van voorbeelden wordt dus in principe gebruikgemaakt van een financiële calculator. In hoofdstuk 13 is de appendix over de simplexmethode vervallen. Hoofdstuk 14 is uitgebreid met enkele uitgangspunten voor de bepaling van verkoopprijzen en de methode van 'target costing'. Uiteraard zijn ook de illustraties uit de financiële pers zoveel mogelijk geactualiseerd.

Door de eigen ervaringen als docenten in het hoger economisch onderwijs, is het de stellige overtuiging van de auteurs dat de bestudering van dit vakgebied gepaard dient te gaan met het veelvuldig oefenen in het oplossen van vraagstukken. Per hoofdstuk is dan ook een groot aantal (gedeeltelijk nieuwe of geactualiseerde) opgaven opgenomen.

Tot slot wordt opgemerkt dat wij ons, via de uitgever, uiteraard aanbevelen houden voor opmerkingen en suggesties van gebruikers.

Lochem/Drachten, zomer 2001

P. de Boer
J.C. Meester

Inhoud

Deel 1

Financiële rekenkunde

- 1 Enkelvoudige intrest en disconto 13**
 - 1.1 Enkelvoudige en samengestelde intrest 14
 - 1.2 Gemiddelden 16
 - 1.3 Gemiddelde vervaldag of uniformdatum 18
 - 1.4 Intrest en disconto 19
 - 1.5 Equivalente intrest- en discontopercentages 20
 - 1.6 De enkelvoudige intrestmethode 20
 - 1.7 De enkelvoudige discontomethode 21

- 2 Toepassingen enkelvoudige intrest en disconto 23**
 - 2.1 Intrestberekening bij een rekening-courantkrediet 24
 - 2.2 Intrestberekening bij aan- en verkoop van obligaties 25
 - 2.3 Huurkoop en koop op afbetaling 27
 - 2.4 Berekening van de kredietprijs bij huurkoop 27
 - 2.5 Berekening van de termijnen 30
 - 2.6 Persoonlijke leningen 31
 - 2.7 Leasing 32
 - 2.8 Certificate of Deposit, Commercial Paper en Future Rate Agreement 34

- 3 Samengestelde intrest 39**
 - 3.1 Eindwaarde en contante waarde 40
 - 3.2 Gebroken tijdsduren en gelijkwaardige percentages 44
 - 3.3 Enkele rekenvoorbeelden 46

- 4 Renten 51**
 - 4.1 Postnumerando en prenumerando renten 52
 - 4.2 Uitgestelde renten 60
 - 4.3 Eeuwigdurende renten 62
 - 4.4 Renten met veranderlijke termijnen 63
 - 4.5 Bijzondere situaties: enkele rekenvoorbeelden 65
 - 4.6 Samengestelde intrest bij consumptief krediet en leasing 70

- 5 Annuïteiten 77**
- 5.1 Lineaire lening en annuïteitenlening 78
- 5.2 Berekening van de annuïteit 79
- 5.3 Verband tussen de aflossingen; schuldrestbepaling 81
- 5.4 Veranderlijke annuïteiten 85
- 5.5 Afronding van annuïteit en aflossing 90
- 5.6 Annuïteitenleningen met kwartaal- of maandtermijnen 92
- 5.7 De spaarhypotheek 95

- 6 Rentabiliteitswaarden van leningen 99**
- 6.1 Rentabiliteitswaarde, symbolen en algemene formule 100
- 6.2 Rentabiliteitswaarde bij diverse aflossingsvormen 103
- 6.3 Berekening van de koers en het effectief rendement 107
- 6.4 Aflossingspremie, halfjaarcoupons, berekening van opvolgende koersen en de 0%-obligatie 114

Deel 2

Beslissingscalculaties

- 7 De economische gebruiksduur van duurzame productiemiddelen 125**
- 7.1 De kenmerken van duurzame productiemiddelen 126
- 7.2 De productiecapaciteit 126
- 7.3 De gebruiksduur 127
- 7.4 Enige veronderstellingen bij de berekening van de economische gebruiksduur 129
- 7.5 Berekeningen van de economische gebruiksduur 131
- 7.6 Geldigheid van de criteria 136
- 7.7 Bepaling economische gebruiksduur bij verschillende criteria: een voorbeeld 138
- 7.8 Economische gebruiksduur bij eenmalige investeringen 140
- 7.9 Het waardeverloop van de verbruikte prestaties 142

- 8 De kosten van duurzame productiemiddelen 145**
- 8.1 Afschrijvingsystemen 146
- 8.2 Afschrijving van sloopkosten en het periodiek vervangen van onderdelen 152
- 8.3 Fiscaal vrije afschrijving 154

- 9 Vervanging van duurzame productiemiddelen 159**
- 9.1 Relevante kosten 160
- 9.2 De invloed van de technologische ontwikkeling op de economische gebruiksduur 161
- 9.3 De invloed van de afzetmarkt op de economische gebruiksduur 171

10	De selectie van investeringsprojecten	175
10.1	Vermogenskosten	176
10.2	Berekening van de kasstroom	178
10.3	De methode van de terugverdiëntijd	180
10.4	De gemiddelde boekhoudkundige rentabiliteit	183
10.5	De methode van de netto contante waarde als beoordelingscriterium	185
10.6	De methode van de interne rentevoet als beoordelingscriterium	186
10.7	De netto contante waarde en de interne rentevoet als selectiecriteria	187
11	Beslissingscalculaties en inflatie	195
11.1	Nominale en reële intrest	196
11.2	De invloed van de inflatie op langetermijnbeslissingen	197
11.3	Inflatie en de kosten van productiemiddelen	200
11.4	Inflatie en investeringsselectie	203
12	Risico en onzekerheid bij beslissingscalculaties	207
12.1	Besluitvorming op basis van een waarschijnlijkheidsverdeling	208
12.2	Beslissingscalculaties zonder waarschijnlijkheidsverdeling	211
13	Lineaire programmering	213
13.1	Eenvoudige knelpuntscalculaties	214
13.2	Twee producten en twee knelpunten	216
13.3	Gevoeligheidsanalyse	221
13.4	Schaduw prijzen	223
13.5	De toepassing van schaduw prijzen	225
13.6	Twee producten en drie knelpunten	228
13.7	De voorselectie bij een lineair programmeringsprobleem	232
14	Enkele andere beslissingscalculaties	235
14.1	Uitgangspunten bij bepaling verkoopprijs	236
14.2	Target costing en verkoopprijs	237
14.3	Kostengeoriënteerde verkoopprijzen	238
14.4	Het afstoten van een product uit het assortiment	239
14.5	Zelf produceren of uitbesteden?	241
14.6	Incidentele orders	246
	Opgaven	249
	Opgaven per hoofdstuk	250
	Geïntegreerde vraagstukken	355
	Register	371



Financiële rekenkunde

1

- 1 Enkelvoudige intrest en disconto 13**
- 2 Toepassingen enkelvoudige intrest en disconto 23**
- 3 Samengestelde intrest 39**
- 4 Renten 51**
- 5 Annuïteiten 77**
- 6 Rentabiliteitswaarden van leningen 99**



Dit leerboek is met name gericht op het opstellen van calculaties als ondersteuning voor het nemen van beslissingen. In veel situaties betreft dit beslissingen op lange termijn, die dus gevolgen hebben voor de kosten en opbrengsten gedurende een

reeks van jaren. Daarbij speelt de factor intrest dus een belangrijke rol. Vandaar dat in dit eerste deel primair aandacht wordt besteed aan de financiële rekenkunde. Financiële rekenkunde heeft betrekking op de technieken van berekeningen met intrest, waardoor de factor tijd op de juiste wijze in de calculaties tot uitdrukking kan worden gebracht.

In dit eerste deel wordt in hoofdstuk 1 eerst aandacht besteed aan berekeningen met enkelvoudige intrest en disconto, waarna deze in hoofdstuk 2 worden geïllustreerd aan de hand van diverse toepassingen. Vervolgens wordt in hoofdstuk 3 samengestelde intrest behandeld, waarbij de eindwaarde en contante waarde van bedragen worden berekend. In hoofdstuk 4 wordt samengestelde intrest toegepast op berekeningen met renten, series periodiek vervallende bedragen. Specifieke onderwerpen zijn daarna de annuïteiten (hoofdstuk 5) en de rentabiliteitswaarde van leningen (hoofdstuk 6).

Enkelvoudige intrest en disconto

1



- 1.1 Enkelvoudige en samengestelde intrest
- 1.2 Gemiddelden
- 1.3 Gemiddelde vervaldag of uniformdatum
- 1.4 Intrest en disconto
- 1.5 Equivalente intrest- en discontopercentages
- 1.6 De enkelvoudige intrestmethode
- 1.7 De enkelvoudige discontomethode

De financiële rekenkunde houdt zich bezig met berekeningen, waarbij de intrest een belangrijke rol speelt. Intrest is een vergoeding voor het lenen van geld. Indien iemand gedurende een periode een bedrag leent, wordt na afloop van de periode een groter bedrag terugbetaald dan het geleende bedrag. Het verschil is de intrest. Deze prijs voor het lenen van geld gedurende een periode wordt uitgedrukt in een intrestpercentage of intrestvoet. Dit intrestpercentage bestaat uit een (reële) vergoeding voor het geleende kapitaal, vermeerderd met een compensatie voor de verwachte inflatie en een eventuele risicopremie.

■ ■ ■ 1.1 Enkelvoudige en samengestelde intrest

Een geldgever zal eerst dan bereid zijn om enige tijd afstand te doen van financiële middelen, indien er een vergoeding aan intrest tegenover staat. Men spreekt in dit verband over het afstand doen van de tijdvoorkeur van het geld. Hoe langer de geldgever afstand doet van het geld, des te groter is het bedrag aan intrest dat hij als vergoeding wil ontvangen.

De som van de lening en de intrest aan het einde van de periode is voor hem gelijkwaardig aan het bedrag van de lening aan het begin van de periode.

■ Voorbeeld 1.1

Iemand is in het bezit van € 10.000. Hij is bereid om dit bedrag gedurende één jaar uit te lenen tegen 10% intrest.

Lening	€ 10.000
Intrest	- 1.000
	<hr/>
Ontvangst na één jaar	€ 11.000
€ 10.000	€ 11.000
<hr/>	

1 jaar	

Na één jaar krijgt hij € 11.000 terug. In dit voorbeeld is € 10.000 aan het begin van het jaar gelijkwaardig aan € 11.000 aan het einde van het jaar. Het totaal van de lening en de intrest ad € 11.000 duidt men aan als de eindwaarde van € 10.000 na één jaar.

Er is sprake van enkelvoudige intrest indien de intrest steeds wordt berekend over het oorspronkelijke bedrag van de lening. De in rekening gebrachte intrest is zelf niet intrestdragend.

■ Voorbeeld 1.2

Een bedrag van € 10.000 wordt gedurende drie jaar uitgeleend tegen 10% enkelvoudige intrest per jaar. Hoe verloopt de eindwaarde in deze drie jaar?

De intrest bedraagt in dit voorbeeld € 1.000 per jaar. De eindwaarde van € 10.000 stijgt hierdoor jaarlijks met € 1.000.

<i>Jaar</i>	<i>Intrest</i>	<i>Eindwaarde</i>
1	€ 1.000	€ 11.000
2	- 1.000	€ 12.000
3	- 1.000	€ 13.000
	<hr/>	
	€ 3.000	

Bij enkelvoudige intrestberekeningen kan het intrestpercentage evenredig over delen van het jaar worden verdeeld. In voorbeeld 1.2 is 10% per jaar gelijk aan $2\frac{1}{2}\%$ per kwartaal. Bij een intrestpercentage van $2\frac{1}{2}\%$ per kwartaal zal over de gehele periode eveneens € 3.000 intrest worden berekend. Het intrestbedrag van € 3.000 kan eveneens worden berekend met de formule:

$$I = \frac{K \times p \times t}{c}$$

K = kapitaal of het bedrag van de lening

p = intrestpercentage per jaar

t = het aantal perioden

c = 100 indien t is uitgedrukt in jaren

= 1 200 indien t is uitgedrukt in maanden

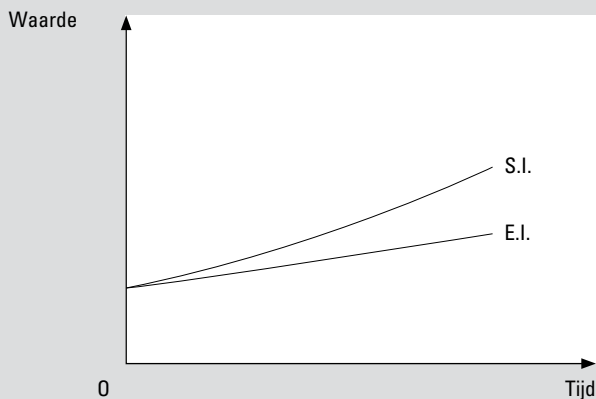
= 36 000 of 36 500 indien t is uitgedrukt in dagen

Bij samengestelde intrest wordt intrest berekend over het totaal van de oorspronkelijke lening plus de reeds vervallen intrest. In voorbeeld 1.2 zullen intrestbedrag en eindwaarde zich als volgt ontwikkelen indien per jaar 10% samengestelde intrest wordt berekend.

Jaar	Intrest	Eindwaarde
1	10% van € 10.000 = € 1.000	€ 11.000
2	10% van € 11.000 = € 1.100	€ 12.100
3	10% van € 12.100 = € 1.210	€ 13.310
		€ 3.310

In geval van samengestelde intrest nemen intrestbedrag en eindwaarde sneller toe dan bij enkelvoudige intrest. De oorzaak hiervan is dat in dit geval over de vervallen intrest eveneens intrest wordt berekend. De berekende intrest wordt aan de schuld toegevoegd. Bij een periode korter dan een jaar wordt veelal enkelvoudige intrest berekend. Is de periode langer dan een jaar, dan is samengestelde intrest meer gebruikelijk. In figuur 1.1 is het verloop van de eindwaarde in de tijd op basis van enkelvoudige (*E.I.*) en samengestelde intrest (*S.I.*) grafisch weergegeven.

Figuur 1.1 Verloop eindwaarden bij enkelvoudige en samengestelde intrest



■ ■ ■ 1.2 Gemiddelden

Bij enkelvoudige intrestberekeningen wordt regelmatig gebruikgemaakt van gemiddelden. Een gemiddelde vervangt een aantal grootte-eenheden en leidt bij berekeningen tot dezelfde uitkomst als bij gebruik van de oorspronkelijke waarden. In deze paragraaf zullen worden behandeld:

- 1 het gemiddelde intrestpercentage (\bar{p});
- 2 het gemiddeld uitstaande kapitaal (\bar{K});
- 3 de gemiddelde looptijd (\bar{t}).

Ad 1 Het gemiddelde intrestpercentage

Het gemiddelde intrestpercentage kan bijvoorbeeld van belang zijn indien men het totale rendement op een aantal leningen wil beoordelen. Een vergelijking met het gemiddelde intrestpercentage van vorige periodes kan eveneens bij de beoordeling worden betrokken.

■ Voorbeeld 1.3

GEDURENDE EEN JAAR HEFT IEMAND ZIJN GELD OP DE VOLGENDE WIJZE BELEGD:

Kapitaal	Intrestpercentage	Aantal maanden
€ 10.000	6	4
€ 20.000	8	6
€ 40.000	9	8

Hij is geïnteresseerd in het gemiddeld rendement dat hij op het belegde vermogen heeft behaald.

Het gemiddelde intrestpercentage wordt berekend met de formule:

$$\bar{p} = \frac{\sum K \times p \times t}{\sum K \times t}$$

Deze formule kan op de volgende wijze worden afgeleid:

$$\begin{aligned} \text{Intrest} &= \frac{K \times p \times t}{1\ 200} = \frac{10.000 \times 6 \times 4}{1\ 200} = \frac{240.000}{1\ 200} \\ &= \frac{20.000 \times 8 \times 6}{1\ 200} = \frac{960.000}{1\ 200} \\ &= \frac{40.000 \times 9 \times 8}{1\ 200} = \frac{2.880.000}{1\ 200} + \\ &\quad \frac{\sum K \times p \times t}{1\ 200} = \frac{4.080.000}{1\ 200} = \text{€ } 3.400 \end{aligned}$$

Het gaat er bij deze berekening om welk intrestpercentage gemiddeld op de beleggingen is behaald. De voorgaande berekening wordt nogmaals uitgevoerd, waarbij de werkelijke intrestpercentages vervangen worden door \bar{p} .

$$\begin{aligned} \text{Intrest} &= \frac{K \times \bar{p} \times t}{1\ 200} = \frac{10.000 \times \bar{p} \times 4}{1\ 200} = \frac{40.000 \bar{p}}{1\ 200} \\ &= \frac{20.000 \times \bar{p} \times 6}{1\ 200} = \frac{120.000 \bar{p}}{1\ 200} \\ &= \frac{40.000 \times \bar{p} \times 8}{1\ 200} = \frac{320.000 \bar{p}}{1\ 200} + \\ &\quad \frac{\sum K \times \bar{p} \times t}{1\ 200} = \frac{480.000 \bar{p}}{1\ 200} = \text{€ } 3.400 \end{aligned}$$

Beide uitkomsten moeten leiden tot hetzelfde intrestbedrag, zodat geldt:

$$\begin{aligned} \frac{4.080.000}{1\ 200} &= \frac{480.000 \bar{p}}{1\ 200} \\ \bar{p} &= \frac{4.080.000}{480.000} = 8,5 = \frac{\sum K \times p \times t}{\sum K \times t} \end{aligned}$$

Ad 2 Het gemiddeld uitstaande kapitaal

Op overeenkomstige wijze kan de formule voor het gemiddeld kapitaal worden afgeleid:

$$\bar{K} = \frac{\sum K \times p \times t}{\sum p \times t}$$

Het gemiddeld uitstaande kapitaal in voorbeeld 1.3 is:

$$\begin{aligned} \bar{K} &= \frac{10.000 \times 6 \times 4 + 20.000 \times 8 \times 6 + 40.000 \times 9 \times 8}{6 \times 4 + 8 \times 6 + 9 \times 8} = \\ &= \frac{4.080.000}{144} = \text{€ } 28.333,33. \end{aligned}$$

Ad 3 De gemiddelde looptijd

De gemiddelde looptijd is de periode gedurende welke de verschillende kapitalen gemiddeld uitstaan. De formule voor de gemiddelde looptijd is:

$$\bar{t} = \frac{\sum K \times t \times p}{\sum K \times p}$$

$$\bar{t} = \frac{10.000 \times 6 \times 4 + 20.000 \times 8 \times 6 + 40.000 \times 9 \times 8}{10.000 \times 6 + 20.000 \times 8 + 40.000 \times 9} =$$

$$= \frac{4.080.000}{580.000} = 7,03 \text{ maanden.}$$

De hiervoor besproken gemiddelden zijn voorbeelden van een gewogen gemiddelde. Bij de berekening van bijvoorbeeld de gemiddelde looptijd is rekening gehouden met de grootte van de kapitalen en de hoogte van de intrestvoet. Indien er sprake is van gelijke kapitalen en één intrestvoet, kan voor de berekening van de gemiddelde looptijd worden volstaan met een ongewogen gemiddelde.

De formule $\frac{\sum K \times p \times t}{\sum K \times p}$ wordt dan $\frac{\sum t}{n} = \frac{4 + 6 + 8}{3} = 6$ maanden.

■ ■ ■ 1.3 Gemiddelde vervaldag of uniformdatum

Aan het einde van de gemiddelde looptijd bevindt zich de gemiddelde vervaldag, ook wel uniformdatum genoemd. Op dit tijdstip kunnen bedragen worden verrekend, zonder dat intrest in rekening hoeft te worden gebracht.

De bepaling van deze uniformdatum kan van belang zijn als men wederzijdse vorderingen en schulden met elkaar wil verrekenen. Uiteraard dienen de partijen dan wel eenzelfde intrestvoet te hanteren.

■ Voorbeeld 1.4

A heeft te vorderen van B: € 10.000 per 29 januari
 € 5.000 per 16 februari
 A is verschuldigd aan B: € 20.000 per 10 februari
 € 3.000 per 18 maart

Bereken de gemiddelde looptijd van de vier kapitalen, waarbij een maand gemakshalve op 30 dagen wordt gesteld.

Oplossing

Aangenomen wordt dat A de berekening uitvoert. De vorderingen van A op B worden dan beschouwd als positieve bedragen, de schulden van A aan B worden als negatieve bedragen in de berekening opgenomen. Als volstrekt willekeurige uitgangsdatum wordt voorts 1 januari gekozen.

$$+ \text{ € } 10.000 \text{ staat uit van } 1/1 \text{ tot } 29/1 = 28 \text{ dagen}$$

$$+ \text{ € } 5.000 \text{ staat uit van } 1/1 \text{ tot } 16/2 = 45 \text{ dagen}$$

$$- \text{ € } 20.000 \text{ staat uit van } 1/1 \text{ tot } 10/2 = 39 \text{ dagen}$$

$$- \text{ € } 3.000 \text{ staat uit van } 1/1 \text{ tot } 18/3 = 77 \text{ dagen}$$

$$\bar{t} = \frac{10.000 \times 28 + 5.000 \times 45 - 20.000 \times 39 - 3.000 \times 77}{10.000 + 5.000 - 20.000 - 3.000}$$

$$\bar{t} = \frac{-506.000}{-8.000} = + 63,25 \text{ dagen.}$$

De uniformdatum ligt nu 63,25 dagen na 1 januari. Indien A deze datum vaststelt (hij heeft per saldo een schuld) zal er op hele dagen naar boven worden afgerond. De uniformdatum wordt in dit geval 1 januari + 64 dagen = 5 maart. Dit betekent, dat bij betaling van het saldo van A (een schuld van € 8.000) precies op de hiervoor berekende datum, geen intrest behoeft te worden gecalculeerd.

Stel echter, dat A op 17 maart afrekenet, dan dient hij aan B te betalen op basis van bijvoorbeeld 7%:

$$€ 8.000 + \frac{12}{360} \times 0,07 \times € 8.000 = € 8.018,67.$$

■ ■ ■ 1.4 Intrest en disconto

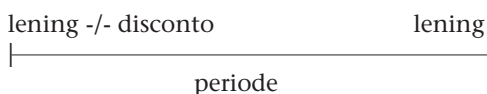
Intrest is omschreven als de vergoeding voor het lenen van geld. De verrekening van de intrest kan op verschillende tijdstippen gebeuren.

- a Aan het einde van de periode. In dit geval spreekt men van intrest. De intrest wordt uitgedrukt in een percentage van het beginbedrag.
- b Aan het begin van de periode. Gaat men ervan uit dat de vergoeding voor het gebruik van geld aan het begin van de periode wordt verrekend, dan is er sprake van disconto. Dit disconto wordt uitgedrukt in een percentage van het eindbedrag.

Indien enkelvoudige intrest in rekening wordt gebracht, vindt na afloop van de periode terugbetaling van de lening en de intrest plaats.



Indien disconto wordt berekend, ontvangt de geldlener het bedrag van de lening verminderd met het discontobedrag. Aan het einde van de periode wordt het bedrag van de lening terugbetaald.



■ Voorbeeld 1.5

Een bedrag van € 100 wordt gedurende één jaar uitgeleend tegen:

- a 6% intrest
- b 6% disconto.

In beide gevallen wordt € 6 vergoeding in rekening gebracht.



■ ■ ■ 1.5 Equivalente intrest- en discontopercentages

Zowel voor het intrestpercentage als het discontopercentage wordt in de financiële rekenkunde het symbool p gebruikt. Indien 6% intrest of disconto in rekening wordt gebracht, dan geldt: $p = 6$. Dit is de intrest- of discontovergoeding per € 100 kapitaal. Nu is $p\%$ intrest niet gelijk aan $p\%$ disconto. Met behulp van de volgende voorbeelden zal dit worden toegelicht.

■ Voorbeeld 1.6

Een bedrag van € 100 wordt gedurende één jaar uitgeleend tegen 6% intrest. Hoeveel procent disconto wordt in rekening gebracht?

$$\begin{array}{ccc} \text{€ 100} & \text{intrest € 6} & \text{€ 106} \\ | \text{-----} | & & \end{array}$$

In geval van disconto bedraagt de lening € 106. Het disconto is € 6. Het discontopercentage is $\frac{6}{106} \times 100 = 5,66$. Het equivalent van 6% intrest is 5,66% disconto.

$$\begin{array}{ccc} & \text{intrest} & \text{disconto} \\ \text{In algemene termen:} & p & \frac{p}{100 + p} \times 100 \end{array}$$

■ Voorbeeld 1.7

Een bedrag van € 100 wordt gedurende één jaar uitgeleend tegen 6% disconto. Hoeveel procent intrest wordt in rekening gebracht?

$$\begin{array}{ccc} \text{€ 94} & \text{disconto € 6} & \text{€ 100} \\ | \text{-----} | & & \end{array}$$

Voor de intrestberekening is de lening € 94, waarover € 6 intrest wordt berekend. Het intrestpercentage is $\frac{6}{94} \times 100 = 6,38$. Het equivalent van 6% disconto is 6,38% intrest.

$$\begin{array}{ccc} & \text{disconto} & \text{intrest} \\ \text{In algemene termen:} & p & \frac{p}{100 - p} \times 100 \end{array}$$

■ ■ ■ 1.6 De enkelvoudige intrestmethode

Het intrestpercentage (p) geeft de vergoeding aan intrest weer per € 100 van een geldlening. In de financiële rekenkunde is het gebruikelijk om te werken met het intrestpercentage; dit is de vergoeding aan intrest per € 1 van een geldlening. Het symbool voor het intrestpercentage is i . In geval van 6% intrest geldt:

Intrestpercentage = $p = 6$. Dit is € 6 intrest per € 100.

Intrestpercentage = $\frac{p}{100} = i = 0,06$. Dit is € 0,06 intrest per € 1.

Met behulp van het intrestpercentage kan de eindwaarde van een bedrag worden berekend.

■ Voorbeeld 1.8

Een bedrag van € 5.000 staat gedurende drie maanden uit tegen 2% enkelvoudige intrest per maand. Bij een intrestpercentage van 2% geldt $i = \frac{2}{100} = 0,02$. In het volgende overzicht is aangegeven hoe de eindwaarde wordt berekend.

<i>Periode</i>	<i>Berekening eindwaarde</i>
1 maand	€ 5.000 (1 + 0,02) = € 5.000 × 1,02 = € 5.100
2 maanden	€ 5.000 (1 + 2 × 0,02) = € 5.000 × 1,04 = € 5.200
3 maanden	€ 5.000 (1 + 3 × 0,02) = € 5.000 × 1,06 = € 5.300

De eindwaarde (E) na één maand wordt dus gevonden door het beginkapitaal (C) te vermenigvuldigen met $(1 + i)$, na twee maanden met $(1 + 2i)$ enzovoort.

Algemeen: $E_n = C \times (1 + ni)$, waarbij $(1 + ni)$ de eindwaarde is van € 1 na n perioden tegen $p\%$ intrest per periode.

Omgekeerd is het beginbedrag te bepalen door de uitkomst te berekenen

$$\text{van } C = \frac{E_n}{1 + ni}$$

■ ■ ■ 1.7 De enkelvoudige discountmethode

Het discountpercentage geeft de vergoeding aan disconto per € 1 van een lening aan. Het symbool voor het discountpercentage is d . Bij disconto wordt de vergoeding voor het gebruik van geld aan het begin van de periode verrekend.

Hoe langer men een bedrag leent, des te minder men netto ontvangt. Het bedrag dat men op deze wijze netto ontvangt kan met behulp van het discountpercentage worden berekend.

■ Voorbeeld 1.9

Iemand leent € 10.000 gedurende één maand, twee maanden, drie maanden tegen 1% disconto per maand. Hoeveel ontvangt hij in elk van de gevallen netto?

Bij een discountpercentage van 1% is $d = 0,01$. De relatie tussen de lening en het netto bedrag dat wordt ontvangen is in het volgende overzicht weergegeven.

<i>Periode</i>	<i>Berekening beginbedrag</i>
1 maand	€ 10.000 (1 - 0,01) = € 10.000 × 0,99 = € 9.900
2 maanden	€ 10.000 (1 - 2 × 0,01) = € 10.000 × 0,98 = € 9.800
3 maanden	€ 10.000 (1 - 3 × 0,01) = € 10.000 × 0,97 = € 9.700

Bij één maand wordt het netto bedrag (C) dus gevonden door het eindbedrag (E) te vermenigvuldigen met $(1 - d)$, bij twee maanden met $(1 - 2d)$ enzovoort.

Algemeen: $C = E_n \times (1 - nd)$, waarbij $(1 - nd)$ het netto bedrag is indien € 1 wordt geleend gedurende n perioden tegen $d\%$ disconto per periode.