

# Praktische Levensverzekerings- wiskunde

Met Excel

Herman Couperus  
Hans Oomis

Eerste druk



Noordhoff Uitgevers



# Praktische levensverze- keringswiskunde

met Excel

**Herman Couperus**  
**Hans Oomis**

---

Eerste druk

Noordhoff Uitgevers Groningen/Houten

*Ontwerp omslag:* G2K Designers Groningen/Amsterdam

*Omslagillustratie:* Hank Grebe, Cortis

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan:  
Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13,  
9700 VB Groningen, e-mail: [info@noordhoff.nl](mailto:info@noordhoff.nl)

0 / 13

**Deze uitgave is gedrukt op FSC-papier.**

© 2013 Noordhoff Uitgevers bv Groningen/Houten, The Netherlands.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, [www.reprorecht.nl](http://www.reprorecht.nl)). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, [www.stichting-pro.nl](http://www.stichting-pro.nl)).

*All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.*

ISBN (ebook) 978-90-01-85250-4

ISBN 978-90-01-82066-2

NUR 160

# Inhoud

Woord vooraf 6

## 1 Inleiding 9

## 2 Financieel rekenen 13

- 2.1 Inleiding 14
  - 2.2 Hoofdsom, nominale en effectieve interest 14
  - 2.3 Sparen op basis van samengestelde variabele interest 17
  - 2.4 Slotwaarde en contante waarde 19
  - 2.5 Meetkundige reeksen en annuïteiten 20
- Samenvatting 28  
Opgaven 29

## 3 Kansrekenen 33

- 3.1 Inleiding 34
  - 3.2 De overlevingstafel 34
  - 3.3 De eenjarige overlevingskans en eenjarige sterftkans 35
  - 3.4 De meerjarige overlevingskans en meerjarige sterftkans 37
  - 3.5 De kans dat een persoon na  $k$  jaar overlijdt 39
  - 3.6 Kansen op twee levens 39
  - 3.7 Meerjarige kansen op twee levens 42
  - 3.8 Toepassing: de resterende levensverwachting 43
  - 3.9 Formules in Excel 45
- Samenvatting 51  
Opgaven 52

## 4 Verzekeringen op één leven 55

- 4.1 Inleiding 56
- 4.2 De levenslange begrafenisverzekering 56
- 4.3 De tijdelijke overlijdensrisicoverzekering 60
- 4.4 De kapitaalverzekering bij in leven zijn van de verzekerde 62
- 4.5 De gemengde verzekering 63
- 4.6 Lijfrenten 64
- 4.7 De erfrente 71

- 4.8 Correctie op het te lopen risico 72
- 4.9 Per jaar variabele interest 74
- Samenvatting 77
- Opgaven 79

## **5 Netto- en brutopremies, de voorziening 83**

- 5.1 Inleiding 84
- 5.2 Koopsommen en premie 84
- 5.3 De technische voorziening 90
- 5.4 De brutovoorziening 102
- 5.5 Afkoop en premievrijmaken 107
- Samenvatting 110
- Opgaven 111

## **6 Verzekeringen op twee levens 115**

- 6.1 Inleiding 116
- 6.2 De kapitaalverzekering bij in leven zijn van de verzekerden 116
- 6.3 Het ouderdomspensioen met partner 118
- 6.4 Overlevingsrenten 121
- 6.5 Het uitgestelde ouderdomspensioen met partner 125
- 6.6 De voorziening 126
- 6.7 Netto- en brutopremies 131
- Samenvatting 134
- Opgaven 135

## **7 Pensioenen 139**

- 7.1 Inleiding 140
- 7.2 Verschillende soorten pensioenen 140
- 7.3 De drie pensioenpijlers 143
- 7.4 De hoogte van de pensioenen 145
- 7.5 Soorten pensioenregelingen 146
- 7.6 Het financieren van pensioenregelingen 152
- 7.7 Waardering van het pensioen van de DGA 155
- 7.8 De projected unit credit methode 156
- Samenvatting 160
- Opgaven 161

## **8 Voorzieningen, embedded value en ALM 165**

- 8.1 Inleiding 166
  - 8.2 Zijn de basisgegevens correct? 166
  - 8.3 Zijn de grondslagen adequaat? 167
  - 8.4 Embedded value 169
  - 8.5 Asset liability management 178
- Samenvatting 179  
Opgaven 180

Antwoorden opgaven 184  
Bijlage Overlevingstafel 192  
Register 194  
Over de auteurs 195

# Woord vooraf

---

Voor je ligt een boek waarmee studenten wegwijs gemaakt kunnen worden in het vak levensverzekeringswiskunde.

Didactisch is de aanpak volledig vernieuwd. Waar in andere boeken gebruik wordt gemaakt van de zogeheten commutatietekens, wordt er in dit boek gebruikgemaakt van de kanstechnische definities van de diverse vormen van levensverzekeringen. Met behulp van voorgedefinieerde visual basic formules in een van de website downloadbaar Excelbestand kan vervolgens het rekenwerk bij berekeningen met actuariële functies sterk vereenvoudigd worden. De benodigde tijd voor het directe rekenwerk wordt hierdoor sterk verminderd. Dit sluit meer aan bij de dagelijkse werkzaamheden van de hedendaagse actuaris en accountant. In hun dagelijkse praktijk speelt het opzoeken in tabellen immers ook geen rol meer. Zij beoefenen hun vak met behulp van (op maat gemaakte) professionele software.

Het genoemde Excelbestand wordt gebruikt om deze beroepssituatie op een vereenvoudigde manier te simuleren. Deze overgang is vergelijkbaar met een overgang die we ook in het vak wiskunde bij goniometrie gezien hebben: vroeger werd er gerekend met behulp van goniotabellen, nu wordt dit gedaan met een (grafische) rekenmachine.

Behalve dat het vak levensverzekeringswiskunde op deze manier met beide benen in de 21<sup>ste</sup> eeuw komt te staan zijn er ook duidelijke didactische voordelen. Waar de student voorheen vooral druk was met opzoeken in tabellen en met de hand uitrekenen, kan deze tijd nu besteed worden aan andere zaken. Er kan gerekend worden met andere percentages interest dan de aloude 4% en 3%. Met simpele aanpassingen in de bij een berekening gebruikte Excelformules kan er gekeken worden wat voor impact het heeft als leeftijd, geslacht, enzovoort veranderen. Het maken van brutoberekeningen kan nu ook in veel kortere tijd gedaan worden.

De levensverzekeringswiskunde biedt een instrumentarium om soms ingewikkelde waarderingen van voorzieningen voor levensverzekeringshouders en pensioenfondsen te kunnen maken. De waarderingen van de pensioenverplichtingen onder IAS 19 en RJ 271 en fiscale wetgeving zijn aan nogal wat regels onderhevig die ook nog eens van jaar tot jaar veranderen. In dit boek worden alle rekentechnieken behandeld die hieraan ten grondslag liggen zonder dat de betreffende specifieke, ingewikkelde en omvangrijke wetgeving behandeld wordt.

Ten behoeve van de waarderingen onder IAS 19 en RJ 271 is de Projected Unit Credit Methode (PUCM) uitgewerkt.



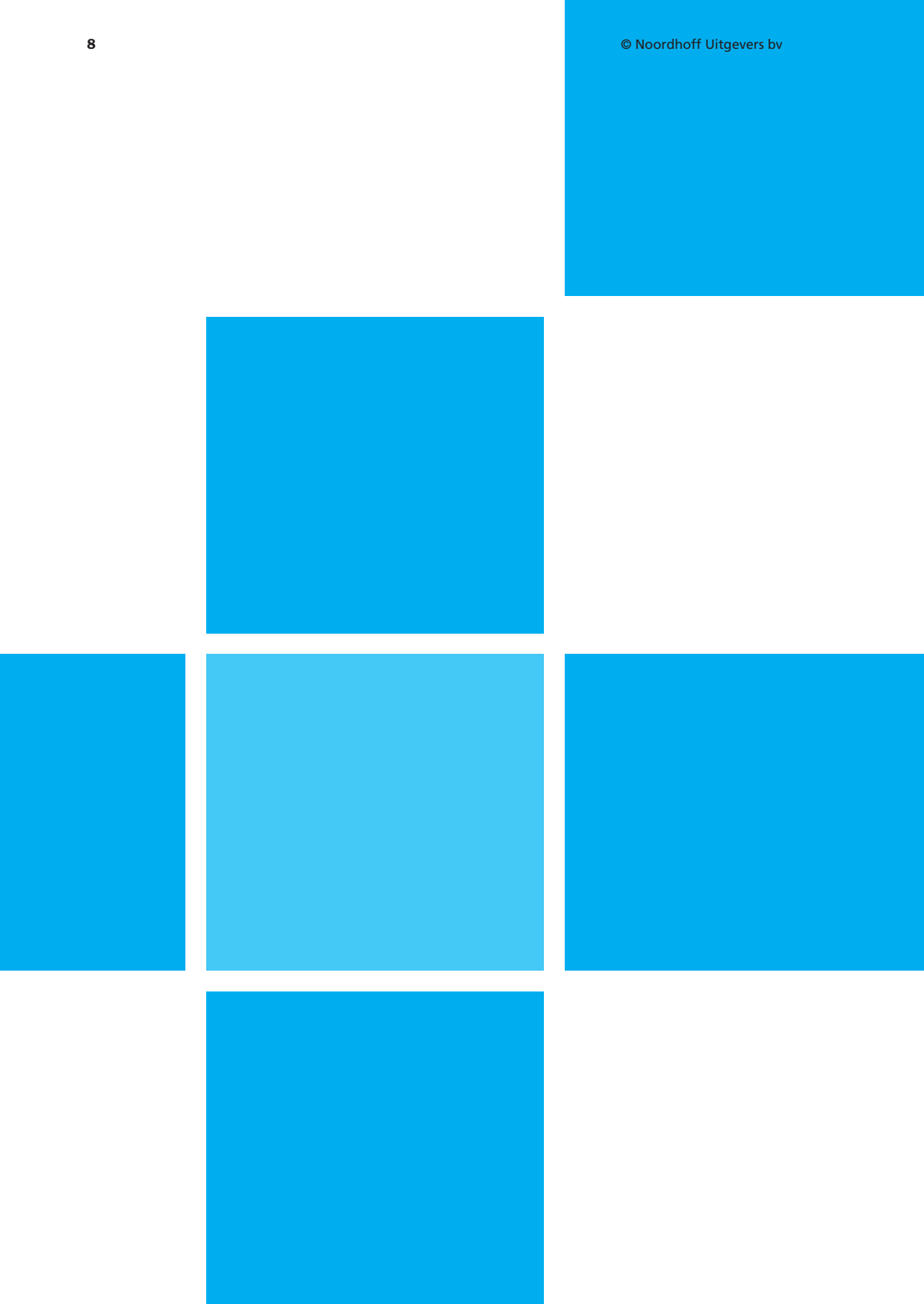
Ook het Nederlandse pensioenstelsel komt aan bod met waarderingen en berekeningen ten aanzien van ouderdomspensioen en nabestaandenpensioen.

De belangrijkste unieke punten zijn:

- Het gebruik van eenvoudige en handige visual basic formules om actuariële berekeningen op een simpele en snelle wijze te kunnen maken.
- Inbedding in het moderne actuariaat met kanssystemen, yieldcurven en overlevingstafels.
- De leerstof voldoet aan de eindtermen opgesteld door de Commissie Eindtermen Accountantsopleiding 2008 met update 2011.
- Er wordt waar mogelijk verbinding met de praktijk gelegd.
- In de theorie is veel aandacht besteed aan duidelijk uitgewerkte voorbeelden waarmee in de opgaven zelf geoefend kan worden. Hierdoor sluiten de theorie en de opgaven goed op elkaar aan.
- De opgaven hebben in de loop van het boek een stijgende moeilijkheidsgraad. Het begint relatief eenvoudig, en de laatste opgaven raken al aardig aan de echte praktijk.

Wij wensen je veel succes om je de beginselen van de levensverzekeringswiskunde eigen te maken!

Hans Oomis  
Herman Couperus  
Cuijk/Ermelo, september 2012



## 1

# Inleiding

Levensverzekeraars en pensioenfondsen zijn niet meer weg te denken uit de Nederlandse samenleving. Niet alleen pretenderen politici dat Nederland *het beste pensioensysteem ter wereld* heeft maar ook zijn ‘onze’ pensioenen ons zeer dierbaar. Het korten op pensioenuitkeringen, wat vele pensioenge-rechtigden in 2013 en 2014 boven het hoofd hangt, is een gruwel voor menig-een. Vooral omdat iedereen altijd dacht dat de pensioenen vast en zeker waren.

Voor de accountant, de intermediair, de pensioenadviseur, de pensioen-fondsbesturen en zelfs de aankomende actuaris is dit boek bedoeld. Accountants krijgen niet alleen te maken met jaarrekeningen van levensver-zekeraars en pensioenfondsen, maar vrijwel ieder bedrijf heeft met pen-sioen te maken. Vele bedrijven kennen pensioenregelingen die gewaardeerd moeten worden onder IFRS (via IAS 19), Dutch GAAP (via RJ 271) of US GAAP (via FAS 87). Ook zogenoemde directeur-groootaandeelhouders (DGA's) mogen reserveren voor pensioen en alle aan te houden voorzienin-gen moeten kloppen. Dit betekent werk voor actuarissen en accountants.

Andere professionals als de professionele intermediair of de pensioenadvi-seur adviseren juist de bedrijven over de hoogte van de premie en de constructie van het pensioenreglement. Ook voor medewerkers, managers en bestuurders van kleinere levensverzekeraars en pensioenfondsen is het van groot belang dat zij de technieken die ten grondslag liggen aan het vaststellen van premie en voorzieningen, beheersen.

Voor al deze functionarissen, en voor eenieder die een opleiding voor een dergelijk beroep volgt, is dit boek bedoeld. Het biedt tevens een praktische invulling in de levensverzekeringswiskunde zodat je zelf aan de slag kunt.

Het doel van dit boek is om je als lezer en student vertrouwd te maken met de begrippen, rekentechnieken en symbolen binnen het huidige actuariaat.

De leerdoelen zijn:

- kennis hebben van de kanssystemen die ten grondslag liggen aan de levensverzekeringswiskunde;
- kennismaken van verschillende soorten levensverzekeringen, met in het bijzonder pensioenverzekeringen;
- kennismaken met allerlei aspecten van levensverzekeringen zoals interest, leeftijdterugstelling, overlevingstabellen, backservice en kostenaspecten;
- het kunnen uitvoeren van actuariële berekeningen voor zowel premies als voorzieningen;
- het na kunnen rekenen van (gedeelten van) het werk van een (certifice-rend) actuaaris;
- een basis leggen voor het testen van actuariële software met behulp van Excel;
- globale effecten van wijzigingen door kunnen rekenen; dit kunnen allerlei soorten wijzigingen zijn: economische, juridische of kwantitatieve;
- een basis leggen voor het kunnen beoordelen van rapporten van pensioenspecialisten of actuarissen;
- de achtergrond kennen van aspecten als premiestelling, voorzieningen opstellen en technieken als de Projected Unit Credit Methode, embedded value, controle van basisgegevens, ALM en het opstellen van een berekening onder IAS 19 of RJ 271.

Alle hoofdstukken starten met een inleiding waarna de theorie van het hoofdstuk behandeld wordt. De hoofdstukken worden afgesloten met een samenvatting en opgaven. Achter in het boek zijn de antwoorden op de vragen te vinden terwijl volledige uitwerkingen te vinden zijn op de website [www.levensverzekeringswiskundeexcel.noordhoff.nl](http://www.levensverzekeringswiskundeexcel.noordhoff.nl).

In hoofdstuk 2 behandelen wij aspecten van de *financiële rekenkunde* die gebruikt worden in andere hoofdstukken. Hoofdstuk 3 gaat over *kansrekenen*, de basis voor de overige hoofdstukken. Tevens worden in dit hoofdstuk de eerste formules geïntroduceerd die je van de bovengenoemde website kunt downloaden.

Hoofdstuk 4 gaat over verzekeringen op één leven. Veel door levensverzekeraars verkochte levensverzekeringen worden hier behandeld. Belangrijke aspecten als een *correctie op het te lopen risico* en de zogenoemde *yieldcurve* komen aan bod. In hoofdstuk 5 worden *netto- en brutopremie en de voorziening* geïntroduceerd. Dit zal als één van de moeilijkere hoofdstukken ervaren worden. In hoofdstuk 6 komt alles nog eens terug maar nu voor verzekeringen op twee levens. Deze verzekeringen zijn belangrijk voor pensioen: zowel het uitkerende pensioen met overgang op de medeverzekerde als de overlevingsrente zijn beide verzekeringen op twee levens.

In hoofdstuk 7 behandelen wij het Nederlandse pensioensysteem. Ook in de andere landen van het Koninkrijk, Curaçao, Aruba en Sint Maarten, zijn

zeer vergelijkbare pensioensystemen van kracht. In hoofdstuk 7 behandelen wij ook de reserveringen voor de DGA en de methodiek die voorgeschreven staat in de meeste boekhoudkundige systemen: de projected unit credit methode.

Hoofdstuk 8 ten slotte behandelt een aantal aanverwante onderwerpen waar u, als accountant of werkzaam in het veld van pensioenen of levensverzekeraars, mee te maken kunt krijgen.