

Deel A

# Wiskunde voor het hoger onderwijs

## Uitwerkingen



Noordhoff Uitgevers

**Sieb Kemme, Wim Groen, Theo van Pelt,  
Jacques Timmers, Gooitzen Zwanenburg,  
Caroline Koolen, Jan Walter**

2<sup>e</sup> druk



# Wiskunde voor het hoger onderwijs

## Deel A uitwerkingen

Sieb Kemme  
Wim Groen  
Theo van Pelt  
Jacques Timmers  
Gooitzen Zwanenburg  
Caroline Koolen  
Jan Walter

---

Tweede druk

Noordhoff Uitgevers Groningen/Utrecht

*Ontwerp omslag:* G2K (Groningen-Amsterdam)

*Omslagillustratie:* Unsplash – Alain Pham

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan:  
Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB  
Groningen of via het contactformulier op [www.mijnnoordhoff.nl](http://www.mijnnoordhoff.nl).

*De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontlelen.*



0 / 18

© 2018 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, Nederland.

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op [www.onderwijsauteursrecht.nl](http://www.onderwijsauteursrecht.nl).

*This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers is required to (re)use the information in this publication.*

ISBN(ebook) 978-90-01-88817-6

ISBN 978-90-01-88816-9

NUR 918

# Voorwoord

Dit uitwerkingenboek bevat de uitwerkingen van alle oefeningen en oefentoetsen bij *deel A* van de serie *Wiskunde voor het hoger onderwijs*. Elke serie gelijksoortige oefeningen begint met een stel volledige uitwerkingen. Van de volgende oefeningen wordt soms alleen het antwoord gegeven. Meer complexe opgaven zijn consequent volledig uitgewerkt.

## Het hoofdboek

Het hoofdboek van de serie *Wiskunde in het hoger onderwijs, deel A* bevat de theorie en de oefeningen. De linker pagina's zijn consequent gereserveerd voor de theorie en de rechterpagina's voor de bijbehorende oefeningen. Theorie en oefeningen staan altijd direct bij elkaar. Dit maakt een zelfstandige en actieve manier van studeren mogelijk.

Sommige hoofdstukken bevatten een afsluitende paragraaf met *Toe-passingen*.

Aan het eind van elk hoofdstuk staat een paragraaf *Hoofdzaken*. Daarin staan de onderwerpen die aan het eind van het hoofdstuk paraat moeten zijn.

Met een *Toets* over het hele hoofdstuk kan zelfstandig worden nagegaan in hoeverre de stof daadwerkelijk beheerst wordt.



## Ondersteuning met ICT

De inlogcode bij het leerboek geeft toegang tot de website [www.wiskundehodeelA.noordhoff.nl](http://www.wiskundehodeelA.noordhoff.nl), waarop extra oefeningen met antwoorden te vinden zijn. Deze extra stof is bedoeld om nog snel even te oefenen, bijvoorbeeld kort voor een tentamen.

## De serie *Wiskunde voor het hoger onderwijs*

De nieuwe serie *Wiskunde voor het hoger onderwijs* is opgebouwd uit de delen A en B.

*Deel A* is bestemd voor de overgang van havo/mbo naar het hbo en bevat de nodige elementaire wiskundige kennis en vaardigheden die nodig zijn om met succes aan een studie op het hbo te beginnen.

*Deel B* biedt, naast een uitbreiding van het wiskundige arsenaal, een steviger wiskundige basis, uitgewerkt in praktische toepassingen.



# Inhoud

- 1 Algebra 11**
  - 1.1 Rekenregels 11
  - 1.2 De vermenigvuldigtabel 13
  - 1.3 Ontbinden in factoren 15
  - 1.4 Merkwaardige producten 15
  - 1.5 Breukvormen 16
  - 1.6 Eenvoudige vergelijkingen 18
  - 1.7 Vergelijkingen oplossen door ontbinden 20
  - 1.8 Rekenregels voor machten 21
  - 1.9 Machten met gebroken exponenten 22
  - 1.10 Formules bewerken 23
  - 1.11 Toepassen: Algebra met Excel 24
  - Toets 25
  
- 2 Lineaire functies 29**
  - 2.1 Vergelijkingen van lineaire functies 29
  - 2.2 Impliciete vergelijkingen 31
  - 2.3 Vergelijking van een lijn opstellen 33
  - 2.4 Snijpunten van lijnen berekenen 34
  - 2.5 Lineaire ongelijkheden 36
  - Toets 37
  
- 3 Lineair programmeren 41**
  - 3.1 Systematische probleemaanpak 41
  - 3.2 Beslisvariabelen en doelfunctie 42
  - 3.3 LP-model 43
  - 3.4 Ongelijkheden met  $x$  en  $y$  in beeld (1) 45
  - 3.5 Ongelijkheden met  $x$  en  $y$  in beeld (2) 48
  - 3.6 Doelfunctie in beeld 50
  - 3.7 Isolijnenmethode 52
  - 3.8 Hoekpuntenmethode 55
  - 3.9 Toepassen 58
  - Toets 61

## 4 Kwadratische functies 69

- 4.1 De algemene vorm 69
- 4.2 Uiterste waarden 75
- 4.3 Kwadraat afsplitsen 76
- 4.4 Nulpunten 78
- 4.5 De discriminant 80
- 4.6 Drie formulevormen 82
- 4.7 Snijpunten berekenen 84
- 4.8 Ongelijkheden 86
- 4.9 Toepassen 90
- Toets 92

## 5 Gebroken functies 97

- 5.1 Orthogonale hyperbolen 97
- 5.2 Vermenigvuldigen en schuiven 100
- 5.3 Twee formulevormen 100
- 5.4 Functievoorschrift opstellen 103
- 5.5 Snijpunten van lijn en hyperbool 106
- 5.6 Ongelijkheden 110
- 5.7 Toepassen 115
- Toets 118

## 6 Machtsfuncties en wortelfuncties 123

- 6.1 Machtsfuncties 123
- 6.2 Veeltermfuncties 126
- 6.3 Wortelfuncties 129
- 6.4 Inverse van wortelfuncties 130
- 6.5 Verschuivingen 133
- 6.6 Verticaal vermenigvuldigen 136
- 6.7 Functievoorschrift opstellen 137
- 6.8 Vergelijkingen 139
- 6.9 Ongelijkheden 140
- 6.10 Toepassen 142
- Toets 144

## 7 Differentiëren 149

- 7.1 Verandering op een interval 149
- 7.2 Lokale verandering 151
- 7.3 De afgeleide functie 153
- 7.4 Regels voor het differentiëren (1) 155
- 7.5 Regels voor het differentiëren (2) 156
- 7.6 Kettingfuncties en de kettingregel 158
- 7.7 Stijgen, dalen en extreme waarden 160
- 7.8 De tweede afgeleide 161
- 7.9 Toepassen 168
- Toets 170



## 8 Meetkunde 173

- 8.1 Hoeken en driehoeken 173
- 8.2 Zijden en hoeken 174
- 8.3 Meer berekeningen in driehoeken 176
- 8.4 Omtrek en oppervlakte 177
- 8.5 Inhoud 178
- 8.6 De sinusregel en de cosinusregel 179
- 8.7 Vectoren 181
- 8.8 Lengteberekeningen 182
- 8.9 Inwendig product 184
- 8.10 Werken met componenten 185
  - Toets 186

## 9 Goniometrische functies 189

- 9.1 De eenheidscirkel 189
- 9.2 Radialen en booglengten 191
- 9.3 Omrekenen 192
- 9.4 Sinusfuncties 193
- 9.5 Cosinusfuncties 195
- 9.6 Tangensfuncties 198
- 9.7 Periode, amplitude, evenwicht 200
- 9.8 Verschuiven 201
- 9.9 Vermenigvuldigen 202
- 9.10 De afgeleide 204
  - Toets 206

## 10 Goniometrische vergelijkingen en ongelijkheden 209

- 10.1 Omrekenen van goniometrische functies 209
- 10.2 Somformules en verschilformules 211
- 10.3 Sinusvergelijkingen 212
- 10.4 Cosinus- en tangensvergelijkingen 215
- 10.5 Goniometrische vergelijkingen 217
- 10.6 Ongelijkheden 221
- 10.7 Toepassen 225
  - Toets 227

## 11 Exponentiële functies 231

- 11.1 Exponentiële functies ingeleid 231
- 11.2 De groeifactor 234
- 11.3 Bewerkingen met grafieken 235
- 11.4 Functievoorschrift opstellen 240
- 11.5 Vergelijkingen 241
- 11.6 Ongelijkheden 241
- 11.7 Het getal  $e$  en de afgeleide van  $e^x$  243
- 11.8 Toepassen 244
  - Toets 246

## 12 De logaritme 249

- 12.1 De logaritme 249
- 12.2 Logaritmische functies 250
- 12.3 Formules 252
- 12.4 Vergelijkingen 254
- 12.5 Ongelijkheden 255
- 12.6 De afgeleiden van  $g^x$  en  $\ln x$  258
- 12.7 Logaritmische schaal 259
- 12.8 Functies op een logaritmische schaal 259
- 12.9 Toepassen 261  
Toets 262

## 13 Integreeren 267

- 13.1 Oppervlakte 267
- 13.2 Primitiveren 270
- 13.3 De hoofdstelling van de integraalrekening 272
- 13.4 Verder met bepaalde integralen 273
- 13.5 Toepassen 274  
Toets 276

## 14 Statistiek 279

- 14.1 Meetniveaus 279
- 14.2 Frequentietabellen 280
- 14.3 Classificeren 281
- 14.4 Tabellen en frequenties 283
- 14.5 Staafigrafiek en cirkeldiagram 285
- 14.6 Histogram en frequentiepolygoon 287
- 14.7 De cumulatieve frequentiepolygoon 289
- 14.8 Frequentiedichtheid 289
- 14.9 Centrummaten 290
- 14.10 Spreidingsmaten 291
- 14.11 De normale verdeling 293  
Toets 293





# 1

# Algebra

- 1.1 Rekenregels
  - 1.2 De vermenigvuldigtabel
  - 1.3 Ontbinden in factoren
  - 1.4 Merkwaardige producten
  - 1.5 Breukvormen
  - 1.6 Eenvoudige vergelijkingen
  - 1.7 Vergelijkingen oplossen door ontbinden
  - 1.8 Rekenregels voor machten
  - 1.9 Machten met gebroken exponenten
  - 1.10 Formules bewerken
  - 1.11 Toepassen: Algebra met Excel
- Toets

## 1.1 Rekenregels

- 1.1 a  $2 + 3 \times 6 = 2 + 18 = 20$   
b  $(2 + 3) \times 6 = 5 \times 6 = 30$   
c  $1 + 2 - 3 + 4 - 5 =$   
 $= 3 - 3 + 4 - 5 =$   
 $= 0 + 4 - 5 =$   
 $= 4 - 5 = -1$   
d  $6^2 + 3 \times 6^2 =$   
 $= 36 + 3 \times 36 =$   
 $= 36 + 108 = 144$   
e  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 =$   
 $= 1 + 4 + 9 + 16 =$   
 $= 5 + 9 + 16 =$   
 $= 14 + 16 = 30$   
f  $5 + 12 : 3 = 5 + 4 = 9$   
g  $(6 + 12) : (6 - 12) =$   
 $= 18 : (-6) = -3$   
h  $2 - 3 \times 4 : 5 = 2 - 12 : 5 =$   
 $= 2 - 2,4 = -0,4$

$$\begin{aligned}
 \text{i} \quad & 3(4(5+7) - (6 \times 4)) = \\
 & 3(4(12) - (6 \times 4)) = \\
 & 3(4(12) - 24) = \\
 & 3(48 - 24) = \\
 & 3(24) = 72 \\
 \text{j} \quad & 5^2 - 4^2 - 3^2 = \\
 & 25 - 16 - 9 = \\
 & 9 - 9 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{1.2} \quad \text{a} \quad & 2 \cdot (-3)^2 + (-3) + 1 = 2 \cdot 9 - 3 + 1 = 18 - 3 + 1 = 15 + 1 = 16 \\
 \text{b} \quad & 3 \cdot (-2)^2 + (-3) \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 + (-3) \cdot 4 = 12 - 12 = 0 \\
 \text{c} \quad & 3 \cdot (1 - 2 \cdot (-3))^2 = 3 \cdot (1 - (-6))^2 = 3 \cdot (1 + 6)^2 = 3 \cdot (7)^2 = 3 \cdot 49 = 147 \\
 \text{d} \quad & 3 \cdot (2 - 0,5)^2 = 3 \cdot (1,5)^2 = 3 \cdot 2,25 = 6,75 \\
 \text{e} \quad & \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \\
 \text{f} \quad & \sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} = \sqrt{9} + \sqrt{16} = 3 + 4 = 7 \\
 \text{g} \quad & (\sqrt{\sqrt{3+4}})^2 = (\sqrt{\sqrt{7}})^2 = \sqrt{7} \\
 \text{h} \quad & \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1 \\
 \text{i} \quad & \sqrt{9-4} = \sqrt{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{1.3} \quad \text{a} \quad & \frac{2 \cdot 0,5 - 3}{1 - 3 \cdot 0,5} = \frac{1 - 3}{1 - 1,5} = \frac{-2}{-0,5} = \frac{2}{0,5} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 2 \cdot 2 = 4 \\
 \text{b} \quad & \frac{0,3 \cdot 3^2 - 3}{0,3} = \frac{0,3 \cdot 9 - 3}{0,3} = \frac{2,7 - 3}{0,3} = \frac{-0,3}{0,3} = -1 \\
 \text{c} \quad & \frac{1 - 4 \cdot 0,25}{1 + 4 \cdot 0,25} = \frac{1 - 1}{1 + 1} = \frac{0}{2} = 0 \\
 \text{d} \quad & \frac{4^2}{0,4^2} = \frac{16}{0,16} = 100 \\
 \text{e} \quad & \left(\frac{4}{0,4}\right)^2 = (10)^2 = 100 \\
 \text{f} \quad & \frac{2 + 5^2}{2 \cdot 3^2} = \frac{2 + 25}{2 \cdot 9} = \frac{27}{18} = 1,5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{1.4} \quad \text{a} \quad & 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \\
 \text{b} \quad & 2^3 - 2^2 = 8 - 4 = 4 \\
 \text{c} \quad & 2^4 - 2^3 = 16 - 8 = 8 \\
 \text{d} \quad & \frac{2^{11} - 2^{10}}{2^{10}} = \frac{2^{11}}{2^{10}} - \frac{2^{10}}{2^{10}} = 2 - 1 = 1 \\
 \text{e} \quad & 3^3 - 3^2 + 3 = 27 - 9 + 3 = 21 \\
 \text{f} \quad & 3^4 - 3^3 + 3^2 - 3 = 81 - 27 + 9 - 3 = 60 \\
 \text{g} \quad & 3^5 - 3^4 + 3^3 - 3^2 = \\
 & = 3 \cdot (3^4 - 3^3 + 3^2 - 3) = \\
 & = 3 \cdot 60 = 180 \\
 \text{h} \quad & 10^5 - 10^4 - 10^3 - 10^2 - 10 - 1 = \\
 & = 10^4(10 - 1) - 10^2(10 + 1) - 10 - 1 = \\
 & = 90.000 - 1100 - 11 = 88.889
 \end{aligned}$$

$$1.5 \quad \text{a} \quad \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{b} \quad \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\text{c} \quad \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{7}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

## 1.2 De vermenigvuldigtabel

1.6

$\times$	$2a$	$-3b$	$+$
$-u$	$-2au$	$3bu$	$-2au + 3bu$
$v$	$2av$	$-3bv$	$2av - 3bv$
			$-2au + 3bu + 2av - 3bv$

$$1.7 \quad \text{a} \quad (n - 7)(n + 3) =$$

$$= n^2 + 3n - 7n - 21 =$$

$$= n^2 - 4n - 21$$

$$\text{b} \quad (p + 2)(2 - q) =$$

$$= 2p - pq + 4 - 2q$$

$$\text{c} \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)(x + 5) =$$

$$= x^2 + 5x - \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} =$$

$$= x^2 + 4\frac{1}{2}x - 2\frac{1}{2}$$

$$\text{d} \quad (7 - s)(s + 5) =$$

$$= 7s + 35 - s^2 - 5s =$$

$$= -s^2 + 2s + 35$$

$$\text{e} \quad (h - 7)(h + 7) =$$

$$= h^2 + 7h - 7h - 49 =$$

$$= h^2 - 49$$

$$\text{f} \quad (v - 7)(3 + v) =$$

$$= v \cdot (3 + v) - 7 \cdot (3 + v) = 3v + v^2 - 21 - 7v =$$

$$= v^2 - 4v - 21$$

$$\text{g} \quad (b + 8)(b + 11) =$$

$$= b^2 + 11b + 8b + 88 =$$

$$= b^2 + 19b + 88$$

$$\text{h} \quad (3 + 4a)(a + 2) =$$

$$= 3a + 6 + 4a^2 + 8a =$$

$$= 4a^2 + 11a + 6$$

$$\text{i} \quad (x + 9)^2 =$$

$$= (x + 9)(x + 9) =$$

$$= x^2 + 9x + 9x + 81 =$$

$$= x^2 + 18x + 81$$

$$\text{j} \quad (t - 4)^2 =$$

$$= (t - 4)(t - 4) =$$

$$= t^2 - 4t - 4t + 16 =$$

$$= t^2 - 8t + 16$$

$$1.8 \quad \text{a} \quad (x + 4)(x - 6) =$$

$$= x^2 - 6x + 4x - 24 =$$

$$= x^2 - 2x - 24$$

$$\begin{aligned} \mathbf{b} \quad (2x - y)(2x + y) &= \\ &= 4x^2 + 2xy - 2xy - y^2 = \\ &= 4x^2 - y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c} \quad (2x + 3y)^2 &= \\ &= (2x + 3y)(2x + 3y) = \\ &= 4x^2 + 6xy + 6xy + 9y^2 = \\ &= 4x^2 + 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d} \quad (2x - 3y)^2 &= \\ &= (2x - 3y)(2x - 3y) = \\ &= 4x^2 - 6xy - 6xy + 9y^2 = \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e} \quad (3a - 2b)(2b + 3a) &= \\ &= 6ab + 9a^2 - 4b^2 - 6ab = \\ &= 9a^2 - 4b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f} \quad 2p^2(3p + 4) &= \\ &= 6p^3 + 8p^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g} \quad (2t - 3)(2t + 5) &= \\ &= 4t^2 + 10t - 6t - 15 = \\ &= 4t^2 + 4t - 15 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h} \quad (3q^2 + 2p)(q - p) &= \\ &= 3q^3 - 3pq^2 + 2pq - 2p^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{i} \quad (2p + 5q)(-5q + 2p) &= \\ &= -10pq + 4p^2 - 25q^2 + 10pq = \\ &= 4p^2 - 25q^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{j} \quad -h(2h - 6)(2 + h) &= \\ &= (-2h^2 + 6h)(2 + h) = \\ &= -4h^2 - 2h^3 + 12h + 6h^2 = \\ &= -2h^3 + 2h^2 + 12h \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{1.9} \quad \mathbf{a} \quad (1 + x + y)(2 + x) &= 2 + x + 2x + x^2 + 2y + xy = \\ &= 2 + 3x + 2y + x^2 + xy \end{aligned}$$

$$\mathbf{b} \quad -2p(1 - p + q) = -2p + 2p^2 - 2pq$$

$$\mathbf{c} \quad (1 - h)(1 + h + h^2) = 1 + h + h^2 - h - h^2 - h^3 = 1 - h^3$$

$$\mathbf{d} \quad (1 + t)(1 - t - t^2) = 1 - t - t^2 + t - t^2 - t^3 = 1 - 2t^2 - t^3$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e} \quad (3x - y - 2)(x + 3y) &= 3x^2 + 9xy - xy - 3y^2 - 2x - 6y = \\ &= 3x^2 + 8xy - 2x - 3y^2 - 6y \end{aligned}$$

$$\mathbf{f} \quad (2pq - 1)(1 - p + q) = 2pq - 2p^2q + 2pq^2 - 1 + p - q$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g} \quad (1 + s + t)(1 - s - t) &= 1 - s - t + s - s^2 - st + t - st - t^2 = \\ &= 1 - s^2 - 2st - t^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h} \quad (2m - 3n + q)(-m + n - 2q) &= \\ &= -2m^2 + 2mn - 4mq + 3mn - 3n^2 + 6nq - mq + nq - 2q^2 = \\ &= -2m^2 + 5mn - 5mq - 3n^2 + 7nq - 2q^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{i} \quad (x + y + z)^2 &= (x + y + z)(x + y + z) = \\ &= x^2 + xy + xz + xy + y^2 + yz + xz + yz + z^2 = \\ &= x^2 + 2xy + 2xz + y^2 + 2yz + z^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{j} \quad (a - b + c - d)^2 &= \\ &= (a - b + c - d)(a - b + c - d) = \\ &= a^2 - ab + ac - ad - ab + b^2 - bc + bd + ac - bc + c^2 - cd - ad \\ &\quad + bd - cd + d^2 = \\ &= a^2 - 2ab + 2ac - 2ad + b^2 - 2bc + 2bd + c^2 - 2cd + d^2 \end{aligned}$$

$$\mathbf{1.10} \quad \mathbf{a} \quad (1 - x)(1 + x) = 1 + x - x - x^2 = 1 - x^2$$

$$\mathbf{b} \quad (1 - x)(1 + x + x^2) = 1 + x + x^2 - x - x^2 - x^3 = 1 - x^3$$



$$\begin{aligned} \text{c } (1-x)(1+x+x^2+x^3) &= 1+x+x^2+x^3-x-x^2-x^3-x^4 = 1-x^4 \\ \text{d } (1-x)(1+x+x^2+\dots+x^{99}) &= \\ &= 1+x+x^2+\dots+x^{99}-x-x^2-x^3-\dots-x^{99}-x^{100} = 1-x^{100} \end{aligned}$$

### 1.3 Ontbinden in factoren

- 1.11**
- a  $a^2 + 8a = a(a + 8)$
  - b  $15t^2 - 75t = 15t(t - 5)$
  - c  $12b + 48b^2 = 12b(1 + 4b)$
  - d  $h^2 - 13h = h(h - 13)$
  - e  $9p^2 - 72p = 9p(p - 8)$
  - f  $28x^2 + 35x = 7x(4x + 5)$
  - g  $8q + 32 = 8(q + 4)$
  - h  $6x^2 + 24x = 6x(x + 4)$
  - i  $-8s - 6 = -2(s + 3)$
  - j  $10e + 60e^2 = 10e(1 + 6e)$
- 1.12**
- a  $a^2 - 12a = a(a - 12)$
  - b  $18t^2 - 16t = 2t(9t - 8)$
  - c  $11b + 66b^2 = 11b(1 + 6b)$
  - d  $h^2 - 14h = h(h - 14)$
  - e  $8p^2 + 72p = 8p(p + 9)$
  - f  $32x^3 + 8x = 8x(4x^2 + 1)$
  - g  $-8q + 56 = -8(q - 7)$
  - h  $5xy^2 - 45x^2y = 5xy(y - 9x)$
  - i  $12rs^2t + 9r^2st + 15rst^2 =$   
 $= 3rst(4s + 3r + 5t)$
  - j  $x(x - y) + y(x - y) =$   
 $= (x - y)(x + y)$
- 1.13**
- a  $40mn - 16n^2 = 4n(10m - 4n)$
  - b  $2xy(5 - z) + (5 - z)^2 = (5 - z)(2xy + (5 - z))$
  - c  $x^4 - x^3 + x - 1 = x^3(x - 1) + (x - 1) = (x^3 + 1) \cdot (x - 1)$
  - d  $pqr + qrs + rst = r(pq + qs + st)$
  - e  $(1 + h)^2 - 1 - h = (1 + h)^2 - (1 + h) = (1 + h) \cdot ((1 + h) - 1) =$   
 $h(1 + h)$
  - f  $(w + 3)^3 - (w + 3)^2 = (w + 3)^2((w + 3) - 1) = (w + 3)^2(w + 2)$
  - g  $2a + 3 - (2a + 3)^3 = (2a + 3)(1 - (2a + 3)^2)$
  - h  $a^5b^2c^3 + a^2b^3c^5 + a^3b^5c^2 = a^2b^2c^2(a^3c + bc^3 + ab^3)$
  - i  $x^2 + pq \cdot x + pq + x = x(pq + x) + pq + x = (x + 1)(pq + x)$
  - j  $(2x - 3)^3 - (2x - 3)^2 = (2x - 3)^2((2x - 3) - 1) = (2x - 3)^2(2x - 4)$
- 1.14**
- a  $3a^3 + 2a^2 + a = a(3a^2 + 2a + 1)$   
Vergeten de laatste  $a$  buiten haakjes te halen.
  - b Zie boven.
- 1.15** Ja.  $(1 + 5r)^2 = (1 + 5r)(1 + 5r) = 1 \cdot (1 + 5r) + 5r \cdot (1 + 5r) =$   
 $= 1 + 5r + 5r + 25r^2 = 1 + 10r + 25r^2$

### 1.4 Merkwaaardige producten

- 1.16**
- a  $(x - y)(x + y) = x^2 + x \cdot y - y \cdot x - y^2 = x^2 - y^2$
  - b  $(x + p)(x + q) = x^2 + x \cdot q + p \cdot x + p \cdot q = x^2 + (p + q) \cdot x + p \cdot q$

- 1.17**
- a  $(x + 4)(x - 6) = x^2 - 2x - 24$
  - b  $(2x - y)(2x + y) = 4x^2 - y^2$
  - c  $(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$
  - d  $(2x - 3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$
  - e  $(2t - 3)(2t - 5) = 4t^2 - 16t + 15$
  - f  $(3q^2 + 2p)(3q^2 - 2p) = 9q^4 - 4p^2$
  - g  $(s^2 + 5t)^2 = s^4 + 10s^2t + 25t^2$
  - h  $(2p + 5q)(-5q + 2p) = (2p + 5q)(2p - 5q) = 4p^2 - 25q^2$
- 1.18**
- a  $a^2 + 4a + 4 = (a + 2)^2$
  - b  $25 + 10t + t^2 = (5 + t)^2$
  - c  $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$
  - d  $4w^2 + 8vw + 4v^2 = 4(w + v)^2$
  - e  $9x^2 - 30xy + 25y^2 = (3x - 5y)^2$
  - f  $a^8 - 6a^4b^2 + 9b^4 = (a^4 - 3b^2)^2$
- 1.19**
- a  $x^4 - 4a^2 = (x^2 - 2a)(x^2 + 2a)$
  - b  $a^8 - b^8 = (a^4 - b^4)(a^4 + b^4) = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4) = (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)$
  - c  $16t^2 - (4t + 1)^2 = (4t + 4t + 1)(4t - 4t - 1) = (4t + 4t + 1) \cdot (-1) = -(8t + 1)$
  - d  $(n + 1)^2 - n^2 = (n + 1 - n)(n + 1 + n) = 1 \cdot (2n + 1) = 2n + 1$
  - e  $(2x + 1)^2 - (x + 2)^2 = (2x + 1 + x + 2)(2x + 1 - x - 2) = (3x + 3) \cdot (x - 1) = 3(x + 1)(x - 1)$
  - f  $w^5 - w^3 = w^3(w^2 - 1) = w^3(w - 1)(w + 1)$
- 1.20**
- a  $x^2 + 3x + 2 = (x + 2)(x + 1)$
  - b  $s^2 + 13st + 42t^2 = (s + 7t)(s + 6t)$
  - c  $p^2 - p - 42 = (p - 7)(p + 6)$
  - d  $s^2 - 4s - 32 = s^2 + (-8 + 4)s + (-8 \cdot 4) = (s - 8)(s + 4)$
  - e  $q^2 + q - 42 = (q + 7)(q - 6)$
  - f  $35 - 2r - r^2 = -(r^2 + 2r - 35) = -(r + 7)(r - 5) = (r + 7)(5 - r)$
  - g  $4a^2 + 2a - 12 = 2(a + 2)(2a - 3)$
  - h  $11t + 26 - t^2 = -(t^2 - 11t - 26) = -(t^2 + (-13 + 2)t - (-13 \cdot 2)) = -(t^2 + (-13 + 2)t - (-13 \cdot 2)) = -(t^2 + (-13 + 2)t - (-13 \cdot 2)) = -(t - 13)(t + 2) = (13 - t)(t + 2)$

## 1.5 Breukvormen

- 1.21**
- a  $\frac{50}{\frac{1}{4}} = \frac{4 \cdot 50}{4 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{200}{1} = 200$
  - b  $\frac{10}{-\frac{1}{3}} = \frac{3 \cdot 10}{3 \cdot -\frac{1}{3}} = \frac{30}{-1} = -30$
  - c  $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{8}{5}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$
  - d  $\frac{1 \frac{10}{13}}{2 \frac{2}{3}} = \frac{\frac{23}{13}}{\frac{8}{3}} = \frac{69}{104}$

$$\mathbf{e} \quad \frac{0,6}{0,4} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$$

$$\mathbf{f} \quad \frac{1,2}{0,02} = \frac{120}{2} = 60$$

$$\mathbf{1.22} \quad \mathbf{a} \quad \frac{b}{\frac{1}{a}} = ab$$

$$\mathbf{b} \quad \frac{abc}{\frac{bc}{a}} = a^2$$

$$\mathbf{c} \quad \frac{\frac{xy}{z}}{\frac{yz}{x}} = \frac{x^2y}{yz^2} = \frac{x^2}{z^2}$$

$$\mathbf{d} \quad \frac{ab + bc}{b} = \frac{b \cdot (a + c)}{b} = a + c$$

$$\mathbf{e} \quad \frac{a^2(a - b)}{a(a - b)} = a$$

$$\mathbf{f} \quad \frac{(x - y) - (x - 3y)}{2y} = \frac{2y}{2y} = 1$$

$$\mathbf{1.23} \quad \mathbf{a} \quad \frac{a^2 + ab + a}{a} = \frac{a \cdot (a + b + 1)}{a} = a + b + 1$$

$$\mathbf{b} \quad \frac{a^2 \cdot ab \cdot a}{a} = a^3b$$

$$\mathbf{c} \quad \frac{pq^2 + pq^3}{q} = pq + pq^2$$

$$\mathbf{d} \quad \frac{ax \cdot ay}{az} = \frac{axy}{z}$$

$$\mathbf{e} \quad \frac{a^3 - a}{a^2 - 1} = \frac{a(a^2 - 1)}{a^2 - 1} = a$$

$$\mathbf{f} \quad \frac{3p^2 - 5p}{p} = \frac{p \cdot (3p^2 - 5p)}{p \cdot \frac{5 - 3p}{p}} = \frac{p^2(3p - 5)}{5 - 3p} = -p^2$$

$$\mathbf{1.24} \quad \mathbf{a} \quad \frac{1}{ac} + \frac{2}{a} = \frac{1}{ac} + \frac{2c}{ac} = \frac{1 + 2c}{ac}$$

$$\mathbf{b} \quad \frac{2}{a} - \frac{1}{x} = \frac{2x - a}{ax}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c} \quad \frac{1}{3a^2b} + \frac{1}{4ab^2} + \frac{1}{5b^3} &= \frac{20b^2}{60a^2b^3} + \frac{15ab}{60a^2b^3} + \frac{12a^2}{60a^2b^3} \\ &= \frac{20b^2 + 15ab + 12a^2}{60a^2b^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d} \quad \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x^2-1} &= \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{(x-1)(x+1)} = \\ &= \frac{1}{x(x-1)(x+1)} - \frac{1}{x(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x(x^2-1)} \end{aligned}$$

## 1.6 Eenvoudige vergelijkingen

1.25 a  $x - 3 = 12 - x$

$$2x = 15$$

$$x = 7\frac{1}{2}$$

b  $\frac{1}{2} - y = 3y + \frac{1}{3}$

$$4y = \frac{1}{6}$$

$$4 = \frac{1}{24}$$

c  $(7s - 2) + 7 = 12$

$$7s = 7$$

$$s = 1$$

d  $n + (n + 1) = n + 2$

$$n + 1 = 2$$

$$n = 1$$

e  $\frac{1}{12}(t + 1) = \frac{1}{9}(t + 2)$

$$t + 1 = \frac{12}{9}(t + 2)$$

$$9(t + 1) = 12(t + 2)$$

$$9t + 9 = 12t + 24$$

$$3t = -15$$

$$t = -5$$

f  $-(-4 - 3p) + 11 = (6p - 6) - 10$

$$4 + 3p + 11 = 6p - 16$$

$$3p = 31$$

$$p = \frac{31}{3} = 10\frac{1}{3}$$

1.26 a  $x \neq 0$  en  $x \neq 2$

$$\frac{3}{x} = \frac{2}{x - 2}$$

$$3(x - 2) = 2x$$

$$3x - 6 = 2x$$

$$x = 6$$

Controle:  $\frac{3}{6} = \frac{2}{6 - 2} = \frac{2}{4}$

b  $\frac{x}{3} = \frac{x - 2}{2}$

$$2x = 3(x - 2)$$

$$2x = 3x - 6$$

$$x = 6$$

Controle:  $\frac{6}{3} = \frac{6 - 2}{2} = \frac{4}{2}$

c  $x - \frac{1}{x} = 0$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x = 1; x = -1$$

Mits  $x \neq 0$

Controle:  $1 - \frac{1}{1} = 0$  en  $-1 + \frac{1}{1} = 0$

$$\begin{aligned} \mathbf{d} \quad x + \frac{1}{x} &= 2 \\ x^2 + 1 &= 2x \\ x^2 - 2x + 1 &= 0 \\ (x - 1)^2 &= 0 \\ x &= 1 \\ \text{Mits } x &\neq 0 \end{aligned}$$

$$\text{Controle: } 1 + \frac{1}{1} = 2$$

$$\mathbf{1.27} \quad \mathbf{a} \quad (p - 1)(2 + p) = 0$$

$$p = 1, p = -2$$

$$\mathbf{b} \quad (3p - 1)(2 + 4p) = 0$$

$$p = \frac{1}{3}, p = -\frac{1}{2}$$

$$\mathbf{c} \quad \left(\frac{3}{p} - 1\right) \cdot \left(2 + \frac{4}{p}\right) = 0$$

$$p = 3, p = -2$$

$$\mathbf{d} \quad \left(\frac{3}{p-3} - 2\right) \cdot \left(2 + \frac{4}{p-2}\right) = 0$$

$$p - 3 = 3, p - 2 = -2$$

$$p = 6, p = 0$$

$$\mathbf{1.28} \quad \mathbf{a} \quad \frac{x}{x-1} = \frac{x-1}{x}$$

$$x^2 = (x-1)^2$$

$$x^2 = x^2 - 2x + 1$$

$$2x = 1$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\mathbf{b} \quad \frac{3x-3}{x-2} = x(x-1)$$

$$3(x-1) = x(x-1)(x-2)$$

$$x = 1 \text{ of } 3 = x(x-2)$$

$$x = 1 \text{ of } 3 = x^2 - 2x$$

$$x = 1 \text{ of } x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x = 1 \text{ of } (x+1)(x-3) = 0$$

$$x = 1, x = -1, x = 3$$

$$\mathbf{c} \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{6}$$

$$1 + \frac{1}{2} = \frac{x}{6}$$

$$x = 6 \cdot 1\frac{1}{2} = 9$$

$$\mathbf{d} \quad (x-2)^2 = (3-2x)^2$$

$$\text{Los apart op: } (x-2) = (3-2x) \text{ en } (x-2) = -(3-2x)$$

$$x-2 = 3-2x \rightarrow 3x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$x-2 = -3+2x \rightarrow x = 1$$

$$\mathbf{1.29} \quad \mathbf{a} \quad r^2 - 1 = 0 \rightarrow r = \pm 1$$

$$\mathbf{b} \quad r^2 - 4 = 0 \rightarrow r = \pm 2$$

- c  $(r - 1)^2 - 4 = 0 \rightarrow r - 1 = \pm 2 \rightarrow r = 3$  of  $r = -1$   
 d  $(r^2 - 1)^2 - 4 = 0 \rightarrow r^2 - 1 = \pm 2 \rightarrow r^2 = 3$  of  $r^2 = -1$   
 Oplossingen:  $r = \pm\sqrt{3}$ ;  $r^2 = -1$  levert geen oplossing

- 1.30** a  $\frac{1}{b} + \frac{1}{300} = \frac{1}{60}$ ;  $\frac{1}{b} = \frac{1}{60} - \frac{1}{300} = \frac{5}{300} - \frac{1}{300} = \frac{4}{300}$ ;  $b = \frac{300}{4} = 75$   
 b  $\frac{1}{500} + \frac{1}{v} = \frac{1}{80}$ ;  $\frac{1}{v} = \frac{1}{80} - \frac{1}{500} = \frac{50}{4000} - \frac{8}{4000} = \frac{42}{4000}$ ;  
 $v = \frac{4000}{42} = \frac{2000}{21} \approx 95,24$   
 c  $\frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{v} = \frac{v}{fv} - \frac{f}{fv} = \frac{v-f}{fv}$ .  
 d Nee. In de noemer moet  $v - f$  staan of  $b = \frac{-fv}{f-v}$ .  
 e  $b = \frac{fv}{v-f} = \frac{0,4 \cdot 3}{3 - 0,4} = \frac{1,2}{2,6} \approx 0,46$

## 1.7 Vergelijkingen oplossen door ontbinden

- 1.31** a  $x(x + 6) = 0$ ;  $x = 0$  of  $x = -6$   
 b  $g(6 - 10g) = 0$ ;  $g = 0$ ,  $g = \frac{6}{10}$   
 c  $3n(n + 9) = 0$ ;  $n = 0$ ,  $n = -9$   
 d  $-t(t + 8) = 0$ ;  $t = 0$ ,  $t = -8$   
 e  $5x(x - 4) = 0$ ;  $x = 0$ ,  $x = 4$   
 f  $2h(2h - 11) = 0$ ;  $h = 0$ ,  $h = 5,5$   
 g  $3r(1 - 3r) = 0$ ;  $r = 0$ ,  $r = \frac{1}{3}$   
 h  $-5y(y - 9) = 0$ ;  $y = 0$ ,  $y = 9$   
 i  $r^2(r + 3) = 0$ ;  $r = 0$ ,  $r = -3$   
 j  $w^2(w^2 + 1) = 0$ ; De enige oplossing is  $w = 0$ ,  $w^2 + 1 \geq 1$
- 1.32** a  $x^2 = 9x$ ;  $x^2 - 9x = 0$ ;  $x(x - 9) = 0$ ;  $x = 0$ ,  $x = 9$   
 b  $8g = 20g^2$ ;  $20g^2 - 8g = 0$ ;  $4g(5g - 2) = 0$ ;  $g = 0$ ,  $g = \frac{2}{5}$   
 c  $5n^2 = -35n$ ;  $5n^2 + 35n = 0$ ;  $5n(n + 7) = 0$ ;  $n = 0$ ,  $n = -7$   
 d  $11t = -t^2$ ;  $t^2 + 11t = 0$ ;  $t(t + 11) = 0$ ;  $t = 0$ ,  $t = -11$   
 e  $-7y^3 - 56y = 0$ ;  $-7y(y^2 + 8) = 0$ ; De enige oplossing is  $y = 0$ .  
 f  $(x + 3)^2 = x + 3$ ;  $(x + 3)^2 - (x + 3) = 0$ ;  
 $(x + 3) \cdot ((x + 3) - 1)$   
 $(x + 3)(x + 2) = 0$ ;  
 $x = -3$ ,  $x = -2$   
 g  $(1 - w)^2 + w = 1$ ;  $1 - 2w + w^2 + w - 1 = 0$ ;  $w^2 - w = 0$ ;  
 $w(w - 1) = 0$ ;  $w = 0$ ,  $w = 1$   
 h  $3p = (1 - 3p)^2 + 1$ ;  $3p - 1 = (1 - 3p)^2$ ;  
 $(1 - 3p)^2 - (3p - 1) = 0$ ;  $(1 - 3p)^2 + (1 - 3p) = 0$   
 Ontbinden:  $(1 - 3p) \cdot ((1 - 3p) + 1) = 0$ ;  $(1 - 3p) \cdot (2 - 3p) = 0$   
 Oplossingen zijn:  $p = \frac{1}{3}$ ,  $p = \frac{2}{3}$   
 i  $r^3 - r = r^2 - 1$ ;  $r(r^2 - 1) - (r^2 - 1) = 0$ ;  $(r^2 - 1)(r - 1) = 0$   
 $(r - 1)(r + 1)(r - 1) = 0$ ;  $r = 1$ ,  $r = -1$

**j**  $t^3 - t^2 - t + 1 = 0$ ;  $t^2(t-1) - (t-1) = 0$ ,  
 Ontbinden:  $(t-1)(t^2-1) = 0$ ;  $(t-1)(t-1)(t+1) = 0$   
 Oplossingen zijn:  $t = 1$  en  $t = -1$ .

- 1.33 a**  $(x-4)(x+4) = 0$   
**b**  $(y-3)(y+4) = 0$   
**c**  $t^2 + 2t - 3 = 0$ ;  $(t-1)(t+3) = 0$   
**d**  $(a-5)(a+3) = 0$   
**e**  $p^2 + 3p - 40 = 0$ ;  $(p+8)(p-5) = 0$   
**f**  $y^2 - 10y + 25 = 0$ ;  $(y-5)^2 = 0$   
**g**  $2b^2 - 20b + 42 = 0$ ;  $b^2 - 10b + 21 = 0$ ;  $(b-7)(b-3) = 0$   
**h**  $q^2 - 5q - 84 = 0$ ;  $(q+7)(q-12) = 0$   
**i**  $2x^2 - 6x - 20 = 0$ ;  $x^2 - 3x - 10 = 0$ ;  $(x-5)(x+2) = 0$   
**j**  $3y^2 - 6y + 3 = 0$ ;  $y^2 - 2y + 1 = 0$ ;  $(y-1)^2 = 0$
- 1.34 a**  $(s+1)^2 = 2s+5$ ;  $s^2 + 2s + 1 = 2s+5$ ;  $s^2 - 4 = 0$ ;  $a = 1$ ,  $b = 0$ ,  $c = -4$ ;  
 $s = 2$ ,  $s = -2$ .  
**b**  $3t^2 - 6t + 12 = 0$ ;  $a = 3$ ,  $b = -6$ ,  $c = 12$ ;  $D = 36 - 144 < 0$ ; Geen  
 oplossing.  
**c**  $2(u^2 + 6u + 9) = 3u - 4$ ;  $2u^2 + 9u + 22 = 0$ ;  $a = 2$ ,  $b = 9$ ,  $c = 22$ ;  
 $D = 81 - 176 < 0$ ; Geen oplossing.  
**d**  $4v^2 - 4v + 1 = 2v$ ;  $4v^2 - 6v + 1 = 0$ ;  $a = 4$ ,  $b = -6$ ,  $c = 1$ ;  
 $D = 36 - 16 = 20$ ;  $v_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{8}$

- 1.35 a** Lengte is  $2\pi r$ , breedte is  $h$ .  
**b** Oppervlakte bodem + deksel =  $\pi r^2 + \pi r^2 = 2\pi r^2$   
 Oppervlakten zijn gelijk:  $2\pi r \cdot h = 2\pi r^2$ . Dus  $h = r$ .  
**c** De inhoud van het blik is oppervlakte grondvlak  $\times$  hoogte =  
 $= \pi r^2 \cdot h = \pi r^3 = 1000 \text{ cm}^3$ .  
 Dus  $r^3 = \frac{1000}{\pi}$  en  $r = \frac{10}{\sqrt[3]{\pi}} \approx 6,83 \text{ cm}$ .  
**d** Voor de totale oppervlakte geldt:  
 $O = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2 = \pi d \cdot 15 + \frac{1}{2}\pi d^2 = 2000$   
 Los op:  $\frac{1}{2}\pi d^2 + 15\pi d - 2000 = 0$   
 $D = 225\pi^2 - 4000\pi \approx 14787$   
 Dus  $d_{1,2} = \frac{-15\pi \pm \sqrt{14787}}{\pi} = -15 \pm \frac{\sqrt{14787}}{\pi} = -15 \pm 38,7$   
 $d \approx 23,7 \text{ cm}$ .

## 1.8 Rekenregels voor machten

- 1.36 a**  $3^7 \cdot 3^4 = 3^{11}$   
**b**  $5^2 \cdot 7^3 \cdot 5^4 \cdot 5^3 \cdot 7^4 = 5^9 \cdot 7^7$   
**c**  $(3^7)^4 = 3^{28}$   
**d**  $(7 \cdot 11)^8 = 7^8 \cdot 11^8$   
**e**  $(4^6 \cdot 6^4)^{-1} = 4^{-6} \cdot 6^{-4}$

$$\text{f } \left(\frac{5}{7}\right)^{11} = 5^{11} \cdot 7^{-11}$$

$$\text{g } \frac{2^{11}}{2^3} = 2^8$$

$$\text{h } \frac{3^4 \cdot 3^{-2}}{3^7 \cdot 3^{-1}} = 3^{-4}$$

$$\text{1.37 a } (-2^3) \times b^5 \times 2^2 \times (-2)^7 \times b^6 = -1 \times 2^3 \times b^5 \times 2^2 \times (-1) \times 2^7 \times b^6 \\ = 2^{12} \times b^{11}$$

$$\text{b } (-x^4 y^2 z^5)^3 = -x^{12} y^6 z^{15}$$

$$\text{c } (-p^2 q^5)^3 \cdot (p^5 q)^6 = -p^6 \cdot q^{15} \cdot p^{30} q^6 = -p^{36} q^{21}$$

$$\text{d } -\left(-\frac{a^2 b^5}{ab}\right)^3 = -(-ab^4)^3 = a^3 b^{12}$$

$$\text{e } \frac{(x^2 y^3)^2}{(-x)^3} = -x y^6$$

$$\text{1.38 a } \text{De snelheid van het licht is } 300.000.000 \text{ m/sec} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/sec}$$

$$\text{b } \text{De massa van een stofdeeltje is } 0,000000000753 \text{ kg} = 7,53 \cdot 10^{-10} \text{ kg.}$$

$$\text{c } (7 \cdot 10^4) \cdot (5 \cdot 10^6) \cdot (3 \cdot 10^2) = 1,05 \cdot 10^{14}$$

## 1.9 Machten met gebroken exponenten

$$\text{1.39 a } \sqrt[5]{1024} = \sqrt[5]{2^{10}} = 2^2 = 4$$

$$\text{b } \sqrt[3]{216} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\text{c } \sqrt[3]{243} \times 729^{-\frac{1}{9}} = \sqrt[3]{3^5} \times (3^6)^{-\frac{1}{9}} = 3^{\frac{5}{3}} \times 3^{-\frac{2}{3}} = 3$$

$$\text{d } \sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[3]{625} = 5^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{4}{3}} = 5^{\frac{25}{12}} = 25 \sqrt[12]{5}$$

$$\text{1.40 a } \sqrt{a^2 b^2} = ab$$

$$\text{b } \sqrt[9]{a^3} = (a^{\frac{3}{9}})^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{3}{27}} = a^{\frac{1}{9}}$$

$$\text{c } \sqrt{pq} \cdot \sqrt{pq^3} = pq^2$$

$$\text{d } \sqrt{a^2 + 2ab + b^2} = \sqrt{(a+b)^2} = a+b$$

$$\text{1.41 a } \sqrt{\frac{a^2}{b^3 c^5}} = a \cdot b^{-\frac{3}{2}} \cdot c^{-\frac{5}{2}}$$

$$\text{b } \sqrt[3]{\frac{p^3 q^4}{r^7}} = p \cdot q^{\frac{4}{3}} \cdot r^{-\frac{7}{3}}$$

$$\text{c } \frac{s}{\sqrt{s^3}} = s \cdot s^{-\frac{3}{2}} = s^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{d } \frac{\sqrt{p} \sqrt[3]{pq}}{q^2} = p^{\frac{1}{2}} \cdot p^{\frac{1}{3}} \cdot q^{-2} \cdot q^{\frac{1}{3}} = \\ = p^{\frac{5}{6}} \cdot q^{-\frac{5}{3}}$$

$$\text{1.42 a } \frac{36}{4\sqrt{6} \cdot 5\sqrt{3}} = \frac{36 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 3} = \frac{1}{10} \sqrt{18} = \frac{3}{10} \sqrt{2}$$

$$\text{b } \frac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{36}} = 6^{\frac{1}{2}} \cdot 6^{-\frac{2}{3}} = 6^{-\frac{1}{6}} = \frac{1}{6} \sqrt[6]{6^5}$$



**1.10 Formules bewerken**

$$1.43 \quad 1 + 2y = 2x - yx$$

$$2y + yx = 2x - 1$$

$$y(2 + x) = 2x - 1$$

$$y = \frac{2x - 1}{2 + x}$$

$$\text{En: } 1 + 2y = x(2 - y)$$

$$x = \frac{1 + 2y}{2 - y}$$

$$1.44 \quad V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$$

$$r^3 = \frac{3V}{4\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$$

$$1.45 \quad \frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

$$R_v = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$1.46 \quad \text{a} \quad c = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$$

$$m + \sqrt{R} = \frac{100\sqrt{R}}{c}$$

$$m = \frac{100\sqrt{R}}{c} - \sqrt{R} = \sqrt{R} \left( \frac{100 - c}{c} \right)$$

$$\text{b} \quad c = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$$

$$c(m + \sqrt{R}) = 100\sqrt{R}$$

$$cm + c\sqrt{R} = 100\sqrt{R}$$

$$(c - 100)\sqrt{R} = cm$$

$$\sqrt{R} = \frac{cm}{c - 100}$$

$$R = \left( \frac{cm}{c - 100} \right)^2$$

$$1.47 \quad \frac{c}{a - b} = \frac{d}{a - f}$$

$$c(a - f) = d(a - b)$$

$$a - b = \frac{c(a - f)}{d}$$

$$b = a - \frac{c(a - f)}{d}$$

$$1.48 \quad P = U \cdot I \text{ en } U = I \cdot R$$

$$P = I \cdot R \cdot I = I^2 \cdot R$$

$$I^2 = \frac{P}{R}; I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

- 1.49 a  $E_z = E_k$   
 $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$   
 $v^2 = 2g \cdot h$   
 $v = \sqrt{2g \cdot h}$
- b  $v = \sqrt{2g \cdot h} = \sqrt{9,8 \cdot 10} = \sqrt{98} \approx 9,9$
- c Omdat de massa  $m$  uit de vergelijking is verdwenen.

### 1.11 Toepassen: Algebra met Excel

- 1.50 De tweede oplossing is  $x = \frac{1}{5}$

- 1.51 ab Zet in het vak rechts van "x1=" de formule:  
 $=(-B3+\text{SQRT}(B3*B3-4*B2*B4))/2*B2$   
 Let goed op de haakjes!  
 En in het vak rechts van "x2=" de formule:  
 $=(-B3-\text{SQRT}(B3*B3-4*B2*B4))/2*B2$

c  $x + \frac{1}{x} = 2\frac{1}{2}$   
 $\frac{x^2 + 1}{x} = 2\frac{1}{2}$   
 $x^2 + 1 = 2,5 \cdot x$   
 $x^2 - 2,5 \cdot x + 1 = 0$

	A	B
1		
2	a =	1
3	b =	-2,5
4	c =	1
5	x1 =	2
6	x2 =	0,5

- 1.52 a In B3 staat de formule:  $= (A3*A3)/(1+A3*A3)$

	A	B
1		
2	x	f(x)
3	-1	0,5
4	-0,9	0,447514
5	-0,8	0,390244
6	-0,7	0,328859
7	-0,6	0,264706
8	-0,5	0,2
9	-0,4	0,137931

- b De uitkomst van  $\frac{x^2}{1+x^2}$  verandert niet als je  $x$  door  $-x$  vervangt.

**1.53 a** In cel B3 staat de formule:  $= 2^{\wedge}A3$ .

In cel C4 staat de formule:  $= B4 - B3$

	A	B	C
1			
2	n	$2^{\wedge}n$	verschil
3	1	2	
4	2	4	2
5	3	8	4
6	4	16	8
7	5	32	16
8	6	64	32
9	7	128	64

**b**  $2^{n+1} - 2^n = 2^n(2 - 1) = 2^n$

**c** Je krijgt dezelfde rij terug met een constante ervoor.

$$3^{n+1} - 3^n = 3^n(3 - 1) = 2 \cdot 3^n$$

$$4^{n+1} - 4^n = 4^n(4 - 1) = 3 \cdot 4^n$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \left(\frac{1}{2} - 1\right) = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n = -\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$$

## Toets

**1 a**  $(4x + 7y)^2 = 16y^2 + 56xy + 49y^2$

**b**  $(r - 3)(r + 3)(r^2 + 9) = (r^2 - 9)(r^2 + 9) = r^4 - 81$

**c**  $(5 + 2p)(5 - 2p)(25 - 4p^2) = (25 - 4p^2)(25 - 4p^2) = 625 - 200p^2 + 16p^4$

**d**  $(x + 3)(x - 5) = x^2 - 2x - 15$

**e**  $(t^3 - 6)^2 = t^6 - 12t^3 + 36$

**f**  $(a + 2b - 3c)^2 = (a + 2b)^2 - 6(a + 2b)c + 9c^2 = a^2 + 4ab + 4b^2 - 6ac - 12bc + 9c^2$

**2 a**  $x^2 - 15x + 26 = (x - 2)(x - 13)$

**b**  $y^4 - 64y^2 = y^2(y^2 + 64)$

**c**  $1 - 14t + 49t^2 = (1 - 7t)^2$

**d**  $9a^7b + 12a^6b^2 + 4a^5b^3 = a^5b(9a^2 + 12ab + 4b^2) = a^5b(3a + 2b)^2$

**e**  $s^2 - 4s - 21 = (s - 7)(s + 3)$

**f**  $t^2 - 9t^4 + 8t^3 = t^2 + 8t^3 - 9t^4 = t^2(1 + 8t - 9t^2) = t^2(9t + 1)(1 - t)$

**g**  $p^4 - 25q^2 = (p^2 - 5q)(p^2 + 5q) = (p - \sqrt{5q})(p + \sqrt{5q})(p^2 + 5q)$

**h**  $-2ac - bc + 2ad + bd = 2ad - 2ac + bd - bc = 2a(d - c) + b(d - c) = (2a + b)(d - c)$

**3 a**  $\frac{x^2 - xy}{y^2 - xy} = \frac{x(x - y)}{y(y - x)} = -\frac{x(x - y)}{y(x - y)} = -\frac{x}{y}$

**b**  $\frac{y^2 - xy}{y^2 + xy} = \frac{y(y - x)}{y(y + x)} = \frac{y - x}{y + x}$

$$\text{c } \frac{(x-y)^2 - x^2 + y}{xy} = \frac{x^2 - 2xy + y^2 - x^2 + y}{xy} = \frac{y^2 - 2xy + y}{xy} = \frac{y - 2x + 1}{x}$$

$$\text{d } \frac{4y^4 - 9x^2}{2y^2 + 3x} = \frac{(2y^2 - 3x)(2y^2 + 3x)}{2y^2 + 3x} = 2y^2 - 3x$$

$$4 \frac{3 \cdot 10^{-8} \cdot 4 \cdot (10^{-2})^{\frac{1}{2}}}{6 \cdot (10^{-4} \cdot 10^2)^{-3}} = 2 \frac{10^{-8} \cdot 10^{-1}}{10^6} = 2 \cdot 10^{-15}$$

$$5 \text{ a } (a^3 b^{-1} c^2)^{-1} \cdot (a^{-2} b^2 c)^3 = a^{-9} \cdot b^7 \cdot c$$

$$\text{b } \frac{(2a^{-3} b^{-2}) \cdot (a^{-2} b)^{-1}}{(a^{-1} b)^{-2}} = \frac{2a^{-1} b^{-3}}{a^2 b^{-2}} = 2a^{-3} b^{-1}$$

$$6 \text{ a } \frac{b^2 \cdot \sqrt[5]{b^4}}{b^3 \sqrt[5]{b^3}} = \frac{\sqrt[5]{b}}{b} = b^{-\frac{4}{5}}$$

$$\text{b } \sqrt[3]{\frac{64a^{-18}b^2}{27(a^{-3}b^2)^{-8}}} = \frac{4}{3} \frac{a^{-6}b^{\frac{2}{3}}}{a^8 b^{-\frac{16}{3}}} = \frac{4}{3} a^{-14} b^6$$

$$7 \text{ a } x^2 + 5x - 6 = 0 \rightarrow (x-1)(x+6) = 0 \rightarrow x = 1, x = -6$$

$$\text{b } 3w + 20 = 100 - 6w \rightarrow 9w = 80 \rightarrow w = \frac{80}{9}$$

$$\text{c } p^2 - 30p + 125 = 0 \rightarrow (p-25)(p-5) = 0 \rightarrow p = 5, p = 25$$

$$\text{d } 3r^2 + 2r - 1 = 5 - 3r + 2r^2 \rightarrow r^2 + 5r - 6 = 0 \rightarrow (r+6)(r-1) = 0 \rightarrow r = 1, r = -6$$

$$8 \text{ a } \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = 0 \rightarrow \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{x^2 - 1} = 0 \rightarrow \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2x - 1}{x^2 - 1} = 0 \rightarrow \frac{4x}{x^2 - 1} = 0 \rightarrow x = 0$$

$$\text{Controle: } \frac{0+1}{0-1} - \frac{0-1}{0+1} = -1 + 1 = 0$$

$$\text{b } \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4x + 3} = 1 \rightarrow \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)(x-3)} = 1$$

$$x \neq 3 \text{ dan is } \frac{(x+1)}{(x-1)} = 1 \text{ dus } x+1 = x-1$$

Geen oplossing.

$$9 \frac{c}{a-b} = \frac{d}{a-f} \rightarrow c(a-f) = d(a-b) \rightarrow ac - cf = ad - bd \rightarrow$$

$$\rightarrow ac - ad = cf - bd \rightarrow a(c-d) = cf - bd \rightarrow a = \frac{cf - bd}{c-d}$$

