

Eén ei is geen ei...

Jos van den Bergh is het eigzinnige meesterbrein achter het Ei van Columbus in *Volgens Bartjens*. Jos levert geheid topkwaliteit als ie uitweidt over mathematische activiteiten, verkleiningsfactoren, deeleigenschappen, kleitabletten en faculteiten. Jos herleidt een diversiteit aan eitjes uit allerlei domeinen en terreinen, van de eigenaardige, alledaagse realiteit tot heikele, wiskundige rariteiten. Met feilloze creativiteit en verreikende productiviteit bereidt deze keizer van de rekenkunde breintreiteraars waar zelfs wiskundekeien met uitgebreide hersencapaciteit op kapseizen. Geen geinige curiositeit gaat hem te ver, van breinbrekers over geheimschrift, het planetarium van Eise Eisinga, reizigers die met onheilspellende snelheid over levensbedreigende kasseien en steil plaveisel steigeren, elk ei van Jos zorgt voor spelerei of gepeins, is op peil en keigoed. De veeleisende eitjes van Jos teisteren vilein onze beige hersencellen. Het oplossen ervan is zelden een appeltje-eitje, gaat nooit van een leien dakje, maar zorgt voor hilariteiten, festiviteiten, nervositeiten of identiteitscrises tot je afgepeigerd, met aambeien van het zitten, het langverbeide antwoord veilig kunt stellen.

Ik ben geneigd te denken dat Jos als fontein, als geiser van genialiteiten eindeloos voort zou deinen, maar onze autoriteit en marktleider van puzzelspecialiteiten dreigt het naseizoen van z'n leven te bereiken en heeft een onheilspellend stopsein gegeven. De majesteit van de breinfitness wil afscheid nemen van het eikarwei, want de kleinkinderen eisen prioriteit. Nu dit reveil wordt geblazen geeft dat veel heisa en schreien jongens en meisjes in alle contreien, van groot tot klein teilen vol tranen. Maar het is Jos-eigen om eigengereid het eigzinnige besluit overeind te houden. Het is een peilloze calamiteit, maar we gaan niet bakkeleien, ei-lakei Jos verdient respect.

Onze dank voor velerlei gedane ei-arbeid is groot, we jubelen als één weids heir: Jos verdient een onderscheiding, z'n konterfeitsel op ieder schoolplein en in elke lerarenopleiding! Uit opgetogenheid om deze puzzelkei bepleiten we een eerbetoon: in onze taal is voortaan alleen nog maar de korte ei toegestaan. Jazeker, om ei-kapitein Jos te herdenken, maken we de korte ei soeverein boven z'n lange equivalent. In elk paleis en elke vallei bereikt de korte ei exclusiviteit en geldt voor de lange variant een zerotolerancebeleid. Zo dwingt onze Brabantse Einstein z'n pappenheimers tot in eeuwigheid tot greintjes creativiteit, want een verhaaltje breien met alleen maar eieren... dat is nog geen kleinigheid. Ik heb deze veeleisende, leipe afscheidsrede met nauwgezetheid voleind. Het was geen futiliteit, maar wel een heilzaam breiwerk.

Jos, we doen je uitgeleide met oneindig veel dank, heimwee en genegenheid,

Marjolein Kool

Verdubbeldatum

Een heel bijzondere datum is 10 – 6 – 2012; zie je ook waarom? De volgende in het rijtje is dan 10 – 7 – 2014. De vorige was natuurlijk 10 – 5 – 2010. Laten we eens kijken hoeveel van die bijzondere datums er bestaan. Ik schrijf er even wat onder elkaar.

9	10	1820	10	6	2012
9	11	1822	10	7	2014
9	12	1824	10	8	2016
10	1	2002	10	9	2018
10	2	2004	10	10	2020
10	3	2006	10	11	2022
10	4	2008	10	12	2024
10	5	2010	11	1	2202



Je ziet nu dat er 12 per twee eeuwen zijn, dus ze zijn tamelijk zeldzaam. Ik denk dat ik ze maar 'verdubbeldatums' ga noemen. De verdubbeldatum van het jaar 2012 was voor mij heel bijzonder: sinds die dag heb ik een kleinzoon.

Te gekke breuk

De letters in de breuk hieronder staan voor de cijfers 1 tot en met 9. Verschillende letters zijn verschillende cijfers. Pas op, het is erg lastig!

$$\frac{\text{VIND}}{\text{BREUK}} = \frac{1}{2}$$

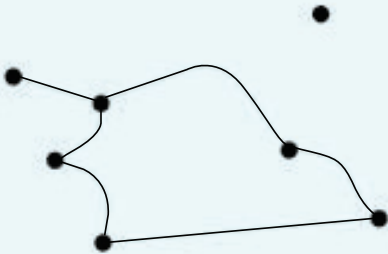
Zakjes met 2-euromunten

Ik heb drie zakjes met allemaal 2-euromunten. De zakjes wegen respectievelijk 589 g – 490 g – 346 g. Het gewicht van de drie zakjes zelf is gelijk en elk zakje weegt minder dan een munt. Een munt weegt een geheel aantal grammen. Hoeveel munten zitten er in iedere zak? Hoeveel zijn alle munten samen waard? Wonderlijk dat je met zo weinig gegevens alle antwoorden kunt vinden.

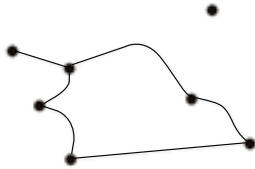
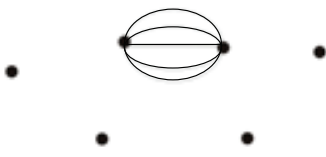
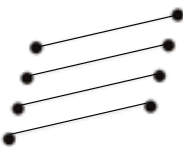
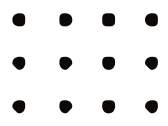
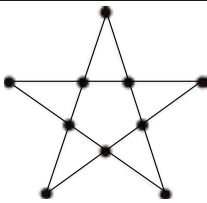


Van doodelen naar de stelling van Euler

De meeste mensen denken bij wiskunde aan het werken met getallen, maar dat vormt eigenlijk maar een klein deel van de 'activiteiten' van wiskundigen. Het zoeken naar patronen is een belangrijke wiskundige activiteit waar we in dit stukje wat nader op in zullen gaan. Stel: je zit je te vervelen en je hebt toevallig een pen in je vingers. Het zou kunnen dat je dan wat doodles maakt die er bijvoorbeeld zo uitzien:



Je zet wat stipjes die we punten zullen noemen, verbindt sommige ervan met een verbindingslijntje dat we een zijde zullen noemen en noem een gesloten figuur bestaande uit punten en zijden een vlak. Nu kun je aan de slag. Tel het aantal punten, het aantal zijden, het aantal vlakken en het aantal groepen punten die al of niet met elkaar verbonden zijn en je krijgt zo iets:

plaatje	punten (P)	zijden (Z)	vlakken (V)	groepen (G)
	7	6	1	2
	6	5	4	5
	8	4	0	4
	12	0	0	12
	10	15	6	1

Probeer eerst of jij hetzelfde aantal punten, zijden, vlakken en groepen vindt als de tabel aangeeft. Maak zelf ook eens wat van dergelijke plaatjes. Kijk nu eens goed in de tabel en probeer er een wetmatigheid in te ontdekken. Dat deed de Zwitserse wiskundige Leonard Euler (1707-1783) ook en hij ontdekte een heel bijzondere eenvoudige relatie. Maar die we verklappen we nu nog niet. Na zo'n ontdekking begint het werk voor een wiskundige pas echt, want dan moet je een bewijs zoeken voor je vondst. Het zou namelijk toevallig alleen voor die 5 getekende gevallen kunnen gelden, maar het wordt pas echt waardevol als je kunt aantonen dat de regel ALTIJD klopt. Bewijzen hoeft nu niet, maar kun je wel de regel vinden?

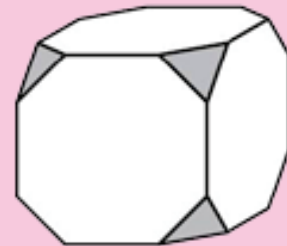
Getallen- puzzel

Maak van de cijfers 4, 5, 6 en 7 twee getallen waarbij je elk cijfer in totaal één keer gebruikt. Als je het eerste getal *deelt door* het tweede getal moet de uitkomst een geheel getal zijn: er is geen rest.

Wat is de grootst mogelijke uitkomst die je zo kunt krijgen?

Afgezaagde kubus

Van een kubus worden alle hoeken afgezaagd.



Hoeveel ribben heeft de overgebleven figuur? En hoeveel hoekpunten? En hoeveel vlakken?

Cijfers zoeken

In de optelling hieronder horen cijfers te staan op de plekken van de sterretjes en het vraagteken. Elk cijfer van 1 tot en met 9 komt in de optelling precies één keer voor.

$$\begin{array}{r} * * * \\ * * * + \\ \hline 4 ? 9 \end{array}$$

Wat is het cijfer op de plek van het vraagteken?

De club van tweeën en drieën

Een trouwe lezer van het Ei zegt: 'Vandaag ben ik 72 jaar geworden. Dat is een mooie leeftijd!'

72 is het product van alleen maar tweeën en drieën:

$$72 = (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3).$$

Men schrijft dat ook wel als $2^3 \times 3^2$.

Hoe vaak in een mensenleven zou je een leeftijd kunnen bereiken die alleen maar uit producten van tweeën en/of drieën bestaat? En welke leeftijden zijn dat? Het is niet zo moeilijk als het lijkt.

De kikker en de vlo

Een kikker zit op een waterlelie en ziet 3 meter verder een vlo. De kikker vindt de vlo een lekker hapje en achtervolgt de vlo met sprongen van 20 cm. De vlo vlucht met sprongen van 10 cm. Na hoeveel meter pakt de kikker de vlo?



Deel drie keer door 7

Schrijf een getal op met vier opeenvolgende cijfers, dus bijvoorbeeld 5678. Noteer boven dit getal hetzelfde getal maar dan van achter naar voren, dus 8765.

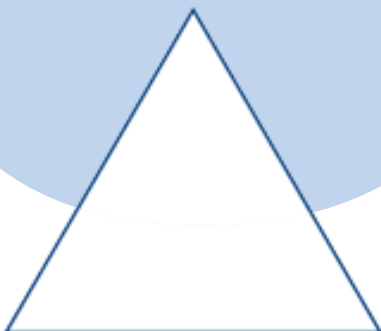
Bereken het verschil; dus trek het onderste getal van het bovenste af.

Deel de uitkomst drie keer door 7.

Als je goed hebt gerekend, is de uitkomst nu 9! Hoe kan het dat het antwoord al bekend is voordat jij je getal hebt gekozen?

Gelijkbenige driehoek

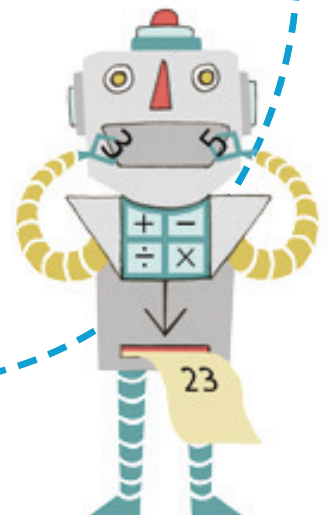
Teken een gelijkbenige driehoek. Op de opstaande zijden liggen op dezelfde hoogte twee punten. Verbind die punten met de tegenoverliggende hoekpunten. Nu is de oppervlakte van twee delen gelijk. Maar hoe zit het met de andere delen?



Machientje

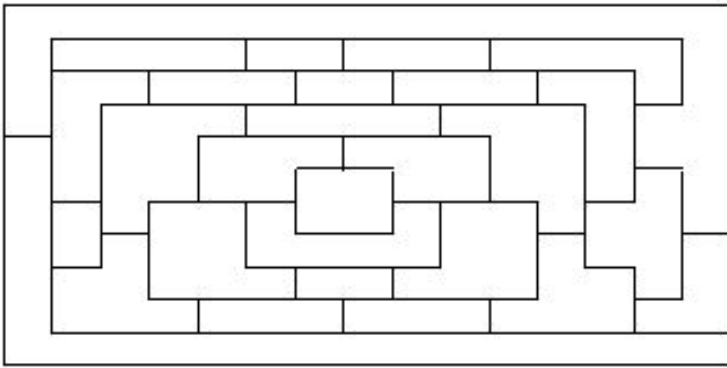
Als je in dit machientje twee getallen stopt komt er een derde getal uit. Kijk of je kunt ontdekken hoe het machientje werkt door het volgende lijstje te bestuderen.

in	in	uit
3	5	23
4	2	14
5	3	23
2	5	17
3	4	19
5	4	29



Vierkleurenprobleem

Hieronder zie je een figuur die nog ingekleurd moet worden. Een regel is dat geen twee gebieden die een stukje gemeenschappelijke grens hebben dezelfde kleur mogen krijgen. Hoeveel kleuren heb je maximaal nodig om dat voor elkaar te krijgen?



Als je het slim uitkient kan het met vier verschillende kleuren. Dit is een bekend probleem in de wiskundewereld, het zogenaamde vierkleurenprobleem, dat nog niet zo lang geleden is opgelost. Kijk eens of het jou ook lukt met slechts vier kleuren.

Zit de muis in de kelder?



Als het regent is de kat in de kamer of in de kelder.
Als de kat in de kamer is, is de muis in zijn hol en ligt de kaas in de koelkast.
Als de kaas op tafel ligt en de kat in de kelder is, is de muis in de kamer.
Het regent en de kaas ligt op tafel.
Waar zijn de kat en de muis?

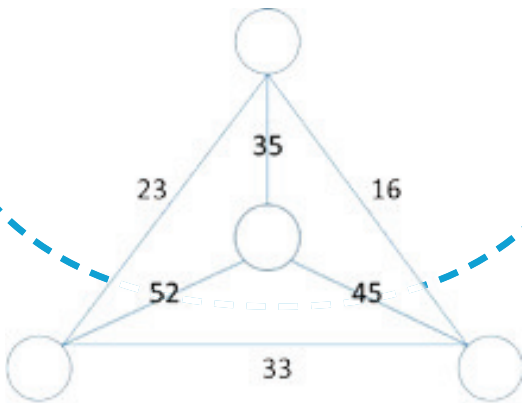
Munten

Sonja heeft in haar portemonnee 13 munten. Het zijn uitsluitend munten van 5 cent of van 20 cent. Bijvoorbeeld: 5 munten van 5 cent en 8 munten van 20 cent.
Welke van de volgende bedragen kan Sonja niet hebben?

A. 95 cent B. 140 cent
C. 170 cent D. 190 cent
E. 245 cent

Geheime getallen

De geheime getallen in de rondjes hieronder zijn nog niet zichtbaar. Tussen twee rondjes staan op de verbindingslijnen zichtbare getallen; die zijn de som van de getallen in de rondjes. Vind de geheime getallen.



Op zelfde dag jarig

Op een basisschool zitten 733 leerlingen. Laat zien dat er minstens drie leerlingen zijn die op dezelfde dag jarig zijn.



Denk na en vul in

Vul op de plaats van \square driemaal *hetzelfde* getal in. Het totaal van de drie berekeningen moet 999 zijn.

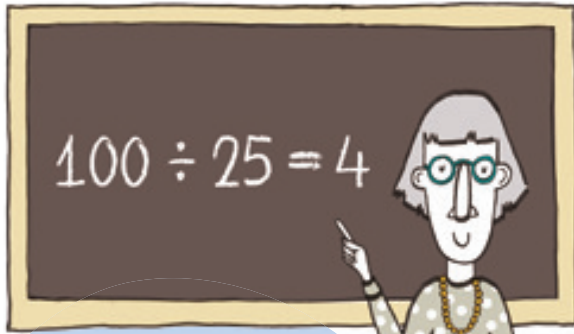
$$\begin{array}{r} 37 + \square = \\ 37 - \square = \\ 37 \times \square = \end{array} \quad \begin{array}{r} = \\ = \\ = \end{array} \quad \begin{array}{r} + \\ \hline 999 \end{array}$$

Welk getal moet er op de plaats van \square ingevuld worden?

Kinderschare

Op zekere dag sprak Willem Bartjens tot zijn kinderschare: 'Onze Gerrit is nu *drie* keer zo oud als zijn zusje Sara. Over een jaar zijn ze samen 18 jaar. Over hoeveel jaar is Gerrit *tweemaal* zo oud als Sara?'





Delers

Een 25 is een deler van 100 (want $100 : 25 = 4$ en dat is een geheel getal. 75 is geen deler van 100 want $100 : 75 = 1\frac{1}{3}$ en dat is een gebroken getal. Sommige getallen hebben maar 2 delers. Dat zijn de priemgetallen. Bijvoorbeeld 37 met als delers 1 en 37. Andere getallen hebben meer delers.

Welke getallen onder de 100 hebben precies 8 delers? En welke 4 getallen onder de 100 hebben de meeste delers?

De krant openslaan

Vanochtend sloeg ik de zaterdagkrant open. Deze bestaat uit 12 losse dubbelgevouwen bladen. Elk blad bestaat dus uit vier pagina's. Nadat ik een willekeurig blad er tussenuit had gehaald, telde ik alle paginanummers die op dat blad zichtbaar waren bij elkaar op. Wat was de uitkomst van die optelling?



Remweg berekenen

Om je remweg te berekenen als je in de auto zit, kun je dit recept volgen

- neem de snelheid in kilometers per uur
- deel die door 10
- kwadrateer de uitkomst
- neem daar $\frac{3}{4}$ deel van.
- de uitkomst is de remweg in meters.
- Als je 80 km per uur rijdt, kun je zo eenvoudig vinden dat je remweg 48 m is ($80 \rightarrow 8 \rightarrow 64 \rightarrow 48$).

Als mijn remweg 108 meter is, wat was dan mijn snelheid?



Som-product en verschil-product

De som van twee getallen is 18 en het product is 77. Hoe groot is het kleinste getal? Het verschil van twee getallen is 18 en hun product is 88. Hoe groot is het grootste getal?

Tover- vierkant

32	4		26
10	22		
			24
8	28		2

In dit vierkant ontbreken nog 7 getallen, vul die in. Zorg ervoor dat de som van alle rijen, alle kolommen en alle diagonalen gelijk is.

De rivier oversteken

Een vader en zijn twee zoons komen op een survivaltocht bij een woeste rivier die ze moeten oversteken. Er ligt een klein roeibootje waar de vader alleen of de beide zonen samen in passen. Zwemmen kan niet vanwege de krokodillen. Toch kunnen ze alle drie veilig aan de overkant komen. Hoe?



Driehoek in een driehoek

Jan tekent een driehoek. Kees zegt: 'Ik kan een driehoek tekenen waarvan de zijden allemaal kleiner zijn dan de kortste zijde van de driehoek van Jan, en die in zijn geheel in de driehoek van Jan past'. Piet zegt: 'Ik kan een driehoek tekenen waarvan de zijden allemaal kleiner zijn dan kortste zijde van de driehoek van Jan, en die niet in de driehoek van Jan past'.

Kunnen Kees en Piet allebei gelijk hebben?

Jarig

Mijn dochter is geboren op mijn 30e verjaardag. In 2013 was het de zevende keer dat onze *beide* leeftijden priemgetallen zijn. Hoe oud werd mijn dochter toen?

Totdat ik 100 ben komt dit bijzondere verschijnsel in totaal 13 keer voor. Als ik een jaar jonger was geweest bij haar geboorte hadden we zo'n feestje maar één keer kunnen vieren, wanneer?

Wie hoort er bij de club?

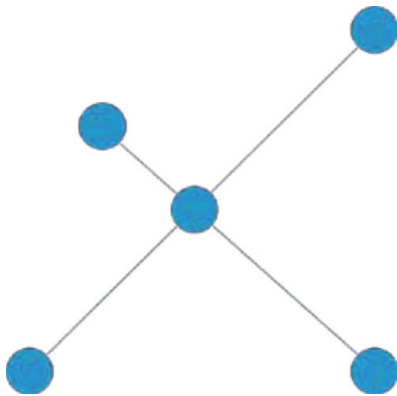


C is een bijzondere club. De leden ervan zijn namelijk getallen. We weten dat de getallen 2 en 3 lid zijn van C. Verder geldt de volgende algemene regel: als a en b leden zijn van C, dan is ook hun product $a \times b$ lid van C.

Wat is het kleinste getal groter dan 100 waarvan je zeker weet dat het een lid van C is?

Vier keer drie op een rij

Leg 5 munten op tafel zoals in de figuur. Waar moet je de zesde munt leggen om vier keer drie munten op een rechte lijn te verkrijgen? Kan het ook nog op een andere plaats?



Wie wint de hoofdprijs?

Vijf vrienden doen mee aan een loterij. Zij leggen ieder een bedrag in.

De organisator van de loterij schrijft een getal onder de 100 op.

Wie er het dichtste bij is, wint de hoofdprijs.

Harm koos 41, Joep 17, Gert-Jan 36, Koen 44 en Brian 23.

De organisator maakt het spannend en vertelt alleen hoeveel de gekozen getallen verschillen van het getal op het briefje.

Eén van hen zat er 5 naast, één zat er 8 naast, één 11, één 13 en de laatste 16.

Welk getal heeft de organisator opgeschreven en wie is de winnaar van de hoofdprijs?