

Inhoud

Voorwoord	VII
Leeswijzer	IX
Hoofdstuk 1 Visie en uitgangspunten	1
1.1 Visie op reken-wiskundeonderwijs	2
1.2 Functionele gecijferdheid	5
1.3 Professionele gecijferdheid: de eigen vaardigheid van de leerkracht	7
1.4 Professionele gecijferdheid: de vakdidactische kennis van de leerkracht	8
1.5 Leerdoelen behaald?	9
Hoofdstuk 2 Hoofd fasen in de leerlijn	11
2.0 De vier hoofd fasen binnen een leerlijn	13
2.1 Hoofd fase 1: begripsvorming	14
2.1.1 Ontwikkelen van rekenkennis en rekenconcepten	16
2.1.2 Betekenisvolle context	17
2.1.3 Ontwikkelen van rekentaal	20
2.1.4 Begeleiding bij begripsvorming	25
2.2 Hoofd fase 2: het ontwikkelen van procedures en strategieën	26
2.2.1 Oplossingsprocedures	28
2.2.2 Modellen	29
2.2.3 Strategieën	31
2.2.4 Begeleiding bij het ontwikkelen van oplossingsprocedures	33
2.3 Hoofd fase 3: vlot rekenen en automatiseren	35
2.3.1 Memoriseren en automatiseren	36
2.3.2 Knelpunten bij vlot leren rekenen	37
2.3.3 Begeleiden bij vlot leren rekenen	37
2.4 Hoofd fase 4: flexibel toepassen van reken-wiskundige kennis en vaardigheden	39
2.4.1 Begeleiding bij flexibel toepassen	43
2.5 Leerdoelen behaald?	44

Hoofdstuk 3	Het drieslagmodel	45
3.0	Het drieslagmodel.....	46
3.1	Rekenen met contexten	48
3.2	Observeren met het drieslagmodel: rechteras	50
3.2.1	Oefenen met contexten.....	53
3.3	Observeren met het drieslagmodel: onderste as	56
3.4	Observeren met het drieslagmodel: linkerass	59
3.5	Aanbod afstemmen op observaties	62
3.6	Leerdoelen behaald?.....	63
Hoofdstuk 4	Het handelingsmodel	65
4.0	Het handelingsmodel.....	67
4.1	Rekenen op vier niveaus	68
4.2	De handelingsniveaus	70
4.2.1	Het eerste handelingsniveau: informeel handelen in werkelijkheidssituaties (doen)	72
4.2.2	Het tweede handelingsniveau: gebruikmaken van representaties van werkelijke objecten en situaties (realistische denkmodellen).....	75
4.2.3	Het derde handelingsniveau: gebruikmaken van schematische en meer abstracte representaties (wiskundige denkmodellen)	80
4.2.4	Het vierde handelingsniveau: formele berekeningen uitvoeren (symbolen).....	85
4.2.5	Mentaal handelen en verwoorden	87
4.3	Het handelingsmodel als didactisch middel voor instructie (ook in combinatiegroepen).....	88
4.4	Het handelingsmodel als model voor observatie	90
4.5	Samenhang en afstemming tussen het handelingsmodel en het drieslagmodel.....	92
4.6	Leerdoelen behaald?.....	93
Hoofdstuk 5	Ernstige reken-wiskunde problemen en dyscalculie... Onderwijs aan (zeer) zwakke leerlingen	95
5.0	Diagnosticerend onderwijzen.....	96
5.1	Leerlingen met een kleine achterstand.....	101
5.1.1	Blokvoorbereiding.....	104
5.1.2	Vertaalcirkel.....	107
5.2	De referentieniveaus en Passende Perspectieven	111
5.3	Tot slot	116
	Verklarende woordenlijst	117
	Gebruikte literatuur	123

3 Het drieslagmodel

Goed onderwijs begint bij een goede afstemming op het niveau van de leerlingen. Om het juiste niveau en de daarbij horende onderwijsbehoeften van de leerlingen te bepalen is het belangrijk dat de leerkracht de leerlingen met grote regelmaat observeert. Maar waar moet je op letten, hoe kun je alles zien in een klas met dertig kinderen en wat doe je met de informatie die je krijgt? Gelukkig is goed observeren te leren: in het Protocol ERWD wordt het drieslagmodel geïntroduceerd. Het wordt daar vooral beschreven als model voor probleemoplossend werken, maar dit model is ook bij uitstek geschikt als instrument om dagelijks de leerlingen in korte tijd heel gericht te kunnen observeren. Zo weet je als leerkracht wat de leerlingen zelfstandig aankunnen, waar eventuele problemen zitten en waar je in de lessen aandacht aan moet besteden. Ook de minder opvallende leerlingen die op onderdelen wel problemen hebben, krijg je op tijd in beeld zodat je direct adequate hulp kunt bieden.

Leerdoelen

Kennis en vaardigheden met betrekking tot het drieslagmodel:

- Je weet hoe je het drieslagmodel kunt gebruiken als model voor observatie en interventie.
- Je kunt voor de verschillende assen van het drieslagmodel uitleggen wat de essentie van elk is.
- Je weet wat de leerlingen op elke as moeten kunnen laten zien.
- Je kunt de samenhang tussen het model hoofdfasen in de leerlijn (hoofdstuk 2, kortweg het leerlijnenmodel genoemd) en het drieslagmodel uitleggen.

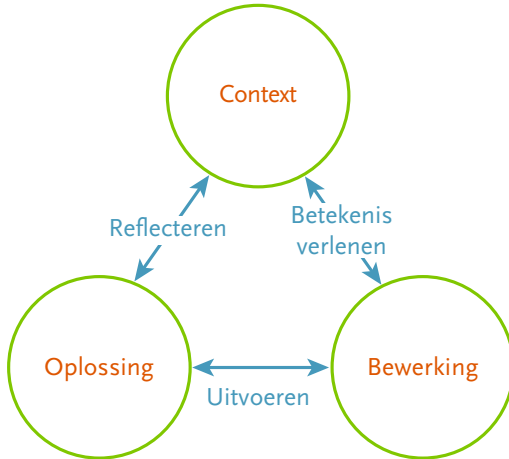
3.0 Het drieslagmodel

In dit hoofdstuk introduceren we het drieslagmodel. Dit model kan worden gebruikt om te observeren en te analyseren in welke mate leerlingen in staat zijn rekenopgaven zelfstandig op te lossen. Door gericht te observeren ontdek je waar eventuele knelpunten zitten en zie je wat het resultaat daarvan is.

De observaties geven de leerkrachten aanknopingspunten voor de inhoud van hun lessen en hun didactisch handelen. Problemen met betekenisverlening vragen immers om een andere aanpak dan problemen met het kunnen uitvoeren van bewerkingen, en als leerlingen niet goed leren reflecteren, kunnen zij hun eigen fouten nooit terugvinden en eventueel herstellen.

De voortschrijdende digitalisering van de samenleving heeft grote invloed op wat burgers moeten kunnen en weten. De beheersing van rekenvaardigheden is niet meer voldoende om je te kunnen redden in een samenleving waar steeds meer informatie wordt aangeboden in getallen, zoals tabellen en grafieken. In dat soort informatie wordt geregeld, bewust of onbewust, gegoocheld met getallen en bur-

gers zouden daartegen bestand moeten zijn. In het onderwijs moet dan ook meer aandacht gaan naar het omgaan met de aangeboden data en naar inzicht in de verschillende bewerkingen om de volwassen burger in staat te stellen te controleren of bepaalde beweringen wel kunnen kloppen (Bruin-Muurling, 2018).



Het drieslagmodel

Het drieslagmodel geeft de leerkracht een krachtig middel om te observeren langs drie assen: betekenis verlenen, uitwerken en reflecteren. Aan de hand van dit model wordt snel duidelijk welke leerlingen de aangeboden stof wel of nog niet beheersen en op welk gebied het eventueel verkeerd gaat.

In het Protocol ERWD staat een eerdere versie van het drieslagmodel waar bij de rechteras ‘plannen’ staat. Daar (en in de vorige druk van dit boek) werd het drieslagmodel vooral besproken als een model voor probleemoplossend handelen. In de vorige druk van *Leren rekenen* hebben we ‘plannen’ al vervangen door ‘betekenis verlenen’. Dat geeft namelijk veel beter weer wat de leerlingen op deze as moeten laten zien: vaststellen waar het vraagstuk over gaat en welke berekening zij moeten maken. Op de horizontale as kijken we hoe de leerlingen de berekening uitvoeren en op de linkerass kunnen we zien of de leerlingen nagaan of het resultaat klopt en of het antwoord dat ze gegeven hebben het antwoord op de vraag is.

Kern

Het drieslagmodel gebruiken we vooral om te observeren.

3.1 Rekenen met contexten

Rekenen op school verloopt meestal anders dan rekenen buiten school. Daar dienen de sommen zich nooit kant-en-klaar aan, maar bestaan wel rekenproblemen die de leerlingen moeten leren herkennen. Op school leren ze hoe ze een probleem kunnen oplossen met behulp van realistische contextopgaven. De kennis en vaardigheden die ze in de rekenlessen opdoen, leiden in de meeste gevallen tot functionele gecijferdheid. Dat is de reden waarom er veel geoefend moet worden met realistische contexten, zodat de situaties waarin de leerlingen buiten school op hun rekenvaardigheden moeten kunnen vertrouwen, zo goed mogelijk benaderd worden. De meeste methodes bieden te weinig contexten en de contexten die er zijn, blijven voornamelijk beperkt tot de fase van begripsvorming. Maar ook in andere hoofdfasen, met name bij procedureontwikkeling en flexibel toepassen, is het nodig om regelmatig contextopgaven aan te bieden. Als de methode daar niet in voorziet, zorg je in deze fasen zelf voor geschikte contexten. Die hoeft je niet allemaal zelf te verzinnen: opgaven uit oude versies van bijvoorbeeld de leerlingvolgsysteemtoetsen van Cito zijn heel geschikt of met kleine aanpassingen geschikt te maken.



Contextopgave

In de advertentie met het skateboard staat de oude prijs van het skateboard, het kortingspercentage en een euroteken bij de nieuwe prijs. De leerlingen die deze opgave gaan maken, moeten bedenken wat er van hen gevraagd wordt: wat moeten ze uitrekenen? Vervolgens moeten ze de bewerking goed uitvoeren en even terugkijken of het antwoord wel kan kloppen. Idealiter zijn de leerlingen langs de drie assen van het drieslagmodel

gegaan voor ze een antwoord noteren. Terwijl zij aan het werk zijn, kan de leerkracht nauwlettend observeren wie er problemen heeft en op welke as of assen deze problemen zich voordoen.

Als er een probleem is op de rechteras, heeft de leerling de informatie niet goed kunnen vertalen naar een bewerking. Als de leerling de juiste bewerking bedacht heeft, maar deze niet goed kan oplossen, zit het probleem op de horizontale as. Als de leerling zijn of haar fout niet zelf herstelt, gaat er iets mis op de linkeras.

- Josey, die de informatie op de rechteras juist interpreteert, stelt vast dat zij moet achterhalen wat het skateboard nog kost na aftrek van de 25% korting. Dat kan vervolgens op verschillende manieren berekend worden. Ze bedenkt dat ze eerst 25% van 89 kan uitrekenen en die uitkomst van € 89,00 kan aftrekken ($89 - 22,25 = 66,75$), maar stelt dan vast dat ze ook meteen 75% van 89 kan uitrekenen, omdat dat het bedrag is dat betaald moet worden. Bij controle (linkeras) checkt ze of ze de informatie goed heeft geïnterpreteerd en vervolgens goed heeft uitgerekend.

- Pelle bedenkt dat hij 25% van 89 moet uitrekenen en doet dat uit zijn hoofd. Daarbij maakt hij een rekenfout en komt uit op € 23,00. Dat bedrag trekt hij af van € 89,00 en hij eindigt met € 66,00.
- Yasmine bedenkt ook dat ze 25% van 89 moet uitrekenen. Dat doet ze via de 1%-regel en ze rekt vervolgens met een rekenmachine $25 \times 0,89 = 22,25$ uit. Bij controle vraagt zij zich af of haar antwoord wel kan kloppen want het skateboard kost ineens minder dan de helft, terwijl er maar 25% korting is ...

Of de problemen zich voordoen op de rechteras of op de horizontale as maakt veel uit voor de vervolgaanpak van de leerkracht. Als de beschikbare informatie verkeerd geïnterpreteerd wordt (rechteras), kan er van alles misgaan, maar een veelvoorkomende fout bij kortingsituaties is dat de leerlingen alleen de korting uitrekenen. Hoe Pelle precies op € 23,00 is uitgekomen, is na te gaan door hem dit nogmaals uit te laten rekenen waar je bij zit. Een fout is zo gemakkelijk op te sporen.

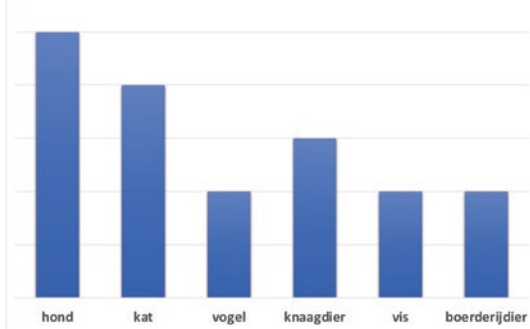
Als leerlingen systematisch nagaan of het antwoord op hun berekening logischerwijs kan kloppen, zoals de leerlingen hierboven deden, kunnen ze eerder zelf fouten opsporen en herstellen. Voorwaarde is dan wel dat ze begrijpen waar ze mee bezig zijn en wat het gevolg van een bepaalde bewerking is. In dit voorbeeld moeten de leerlingen bedenken of een skateboard van € 89,00 met 25% korting nu € 22,25 kan kosten. Ze zouden kunnen beredeneren: 25% korting betekent dat er 75% overblijft. 75% is meer dan de helft van het bedrag. € 22,25 is minder dan de helft van het bedrag, dus kan dit niet het juiste antwoord zijn. En als ze dat niet zelf kunnen bedenken, is er wel een aanknopingspunt voor hulp, want ze hebben wel het idee dat er iets niet klopt. Maar meestal houden leerlingen op met denken als er een antwoord gevonden is.

Kern

Het drieslagmodel is een observatiemodel waarmee gekeken wordt of de leerlingen betekenis kunnen verlenen aan de informatie in de opgave, of zij de bewerking kunnen uitvoeren en of zij reflecteren op hun werk.

In dit hoofdstuk wordt het drieslagmodel nader beschreven en geïllustreerd aan de hand van de casus van stagiair Niek.

Niek loopt stage in groep 5. Leerkracht Nora geeft vandaag de rekenles. De leerlingen werken in tweetallen aan de opgave in de afbeelding hieronder, die Nora uit een oude Cito-toets gehaald heeft.



Op de markt wordt aan 95 mensen gevraagd wat hun lievelingsdier is.

Hier is een grafiek van gemaakt.

25 mensen zeggen dat hun lievelingsdier een kat is.

Hoeveel mensen hebben gezegd dat de hond hun lievelingsdier is?

Opgave afkomstig uit CITO Rekenen-Wiskunde M5, 2007

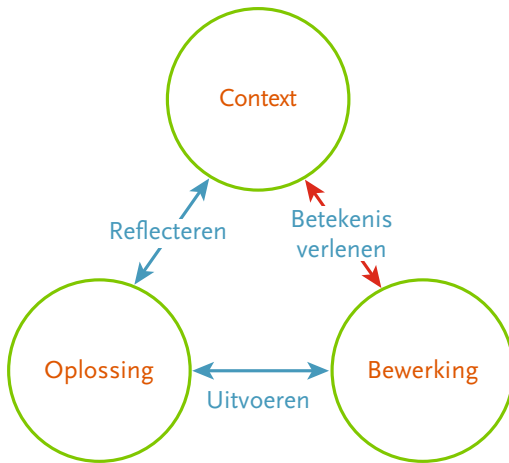
Niek loopt rond en kijkt hoe de leerlingen deze opgave aanpakken. Hij ziet dat de meeste leerlingen de horizontale strepen tellen bij de staven van de kat en de hond. Sommige leerlingen zien hij ook de andere staven bekijken. De meeste leerlingen noteren als antwoord 20. Hij ziet ook andere antwoorden, bijvoorbeeld 4 en 21.

Reflectie, vragen en opdrachten

Noteer wat de leerlingen allemaal moeten overdenken en doen om deze opgave goed op te lossen.

3.2 Observeren met het drieslagmodel: rechters

Observeren met het drieslagmodel biedt de leerkracht de gelegenheid om veel te zien in korte tijd.



Het drieslagmodel, rechteras: betekenis verlenen

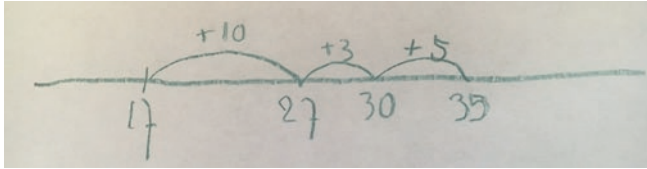
Op de rechteras observeer je of de leerlingen betekenis kunnen verlenen aan de opgave. Je kijkt gericht en bespreekt de opgaven na volgens een strak regime. We illustreren dit met een voorbeeld.

Ella, de leerkracht van groep 4, heeft de leerlingen geleerd hoe ze moeten optellen en aftrekken op de lege getallenlijn. Op het bord staat: *17 kinderen uit groep 4 en 18 kinderen uit groep 5 zitten op voetbal. Hoeveel kinderen zijn dat samen?* Zij leest de opgave ook voor en vraagt de leerlingen te bedenken welke bewerking ze hierbij willen gebruiken. Dat schrijven ze op een wisbordje en ze houden dit omhoog. In één oogopslag ziet Ella wie een juiste bewerking heeft gekoteerd en wie voor een omslachtige of foute bewerking heeft gekozen. Vervolgens gaat zij na of de leerlingen betekenis kunnen verlenen aan de getallen in de door hen gekozen bewerking in relatie tot de context. Ze stelt gerichte vragen en laat de leerlingen op hun eigen wisbordjes aanwijzen:

- Waar zie ik in jouw oplossing de zeventien kinderen uit groep 4?
- Waar kan ik de achttien kinderen uit groep 5 zien in jouw oplossing?
- Hoe kan ik zien dat het een plussom is?

De getallen in dit voorbeeld lenen zich nog voor het maken van een tekening, het verhaal kan ook met materiaal neergelegd worden en de lege getallenlijn als model is ook bruikbaar. Weergeven op de lege getallenlijn luistert nauw. Let op dat de lege getallenlijn geen afbakening heeft aan het begin of het einde. De leerlingen beginnen bij 17 en doen daar in drie stappen 18 bij (+10, +3, +5). De leerkracht loopt rond en kijkt bij wie het goed gaat en welke leerlingen nog

moeite hebben met deze opdracht. Die zal ze straks extra in de gaten houden bij het doorvragen.



Ella stelt weer gerichte vragen en laat de leerlingen in hun eigen schriften aanwijzen:

- Waar zie ik de kinderen uit groep 4 in jouw oplossing? Hoeveel zijn dat er?
- Waar zie ik de kinderen uit groep 5 in jouw oplossing? Hoeveel zijn dat er?
- Waar kan ik zien hoeveel het samen is?

Tijdens het aanwijzen door de leerlingen zorgt Ella ervoor dat zij een goed overzicht heeft. Ze weet al naar welke leerlingen ze vooral wil kijken en gaat op een plek staan waar ze deze leerlingen in ieder geval nauwlettend kan observeren.

In het bovenstaande voorbeeld is de leerkracht gestart met een rekenverhaal. Als we uitgaan van een kale som, moet er eerst een rekenverhaal bedacht worden. Dat gaat niet alle leerlingen even gemakkelijk af. Ze kunnen leren zelf adequate rekenverhalen bij een bewerking te verzinnen door het vaak te doen, samen met de leerkracht en/of met andere leerlingen. Hoe eerder we beginnen met rekenverhalen, hoe beter de leerlingen dit onder de knie krijgen. In de kleutergroepen starten we daarom al met het uitspelen van rekenverhalen rond eenvoudige splitsingen of erbij- en eraf-situaties (Veltman & Borghouts, 2013). De kleuters leren zo al vroeg om een verhaal weer te geven in een tekening en met materiaal als blokjes. De leerkracht stelt ook in de kleutergroepen al vragen over de getallen en de gebruikte bewerking in het verhaal.

Abel, leerkracht in groep 1/2, begint in de grote kring met een rekenverhaal. In de kring staat een tafel met daarop drie bekers. 'Op tafel staan drie bekers. Ik haal er één beker af', en hij voegt de daad bij het woord. 'Hoeveel bekers staan er nu op tafel? De kinderen mogen met hun burens overleggen en vervolgens vraagt Abel aan de kinderen:

- Waar zie ik de bekers die op tafel stonden?
- Waar zie ik de beker die eraf is gegaan?
- En hoe kan ik nu zien hoeveel er nu zijn?