Mijn vakdidactiek
Rekenen(-wiskunde)

Geeke Bruin-Muurling

2024

uitgeverij
koninklijke van gorcum

Uitgeverij Koninklijke Van Gorcum BV
Postbus 43, 9400 AA Assen.

NUR 192
ISBN folioboek 978 90 232 5663 2
ISBN ebook 978 90 232 6036 3

1e druk, 2024

Uitgave: Uitgeverij Koninklijke Van Gorcum, Assen
Redactie en grafische verzorging: LINE UP boek en media bv, Groningen
Met dank aan Tom van Vooren voor het kritisch meelezen
Beeld: Ron de Haer (p. 3), Heutink (p. 46), overige foto’s zijn afkomstig van de auteur en Unsplash
Omslagontwerp: Elbert Niezen
Druk: Drukkerij Van Gorcum, Meppel

Inhoud

Voorwoord

Mijn vakdidactiek. ‘Vakdidactiek’: de onderwijswetenschap waar vakinhoud en kennis over leren samenkomen. Het vakgebied dat zich bezighoudt met de eigenheid van het leren. In dit geval van rekenen-wiskunde. Een van de oudste vakdidactiektradities, met een rijke en zeer uitgebreide ‘body of knowledge’, zoals ook de lijst met wetenschappelijke conferenties en tijdschriften achter in dit boek laat zien.

‘Mijn’ als in: van mij als schrijver. Maar zeker ook ‘mijn’ als in: jóúw vakdidactiek als lezer. Mijn wens is dat ik je, door je in dit boek mee te nemen in míjn vakdidactiek, inspireer om jóúw vakdidactiek (verder) te ontwikkelen. Dat je steeds beter je eigen weg kunt vinden in dit zeer brede vakgebied, door je in mijn verhaal mee te nemen en mijn weg te laten zien.

Met dit boek wil ik je inspireren om vaker je eigen keuzes te maken in je onderwijs, in je lessen. Ik wil je inzichten geven waardoor je nog beter kunt inspelen op jouw leerlingen en daarbij, als dat nodig is, de lesmethode of methodiek meer of misschien zelfs wel helemaal kunt loslaten.

Dat doe ik door je mee te nemen in die inzichten die mij de afgelopen ruim twintig jaar hebben geholpen bij het vertalen van theoretische uitgangspunten naar de praktijk van elke dag, de praktijk van het lesgeven. In dit boek neem ik je mee langs de grote lessen die een aantal grotere projecten mij hebben geleerd. Je zult voorbeelden tegenkomen uit mijn auteurswerk voor het basisonderwijs, voortgezet onderwijs en middelbaar beroepsonderwijs (mbo). Ook vind je in het hoofdstuk over structuur, samenhang en ambiguïteit de belangrijkste conclusies uit mijn promotieonderzoek terug. Tegelijkertijd geef ik je dieper inzicht in de inhoudelijke onderwerpen die typisch in het reken(-wiskunde)curriculum thuishoren, zodat je nog verder boven de stof komt te staan. Het didactisch inzicht in doorlopende leerlijnen, onderliggende principes en wiskundig denken krijgt daarbij expliciete aandacht. Ik neem je bovendien mee in de keuzes die je kunt maken in je onderwijs en hoe deze samenhangen met de uitgangspunten en doelen van je onderwijs.

Door de gekozen opzet is dit boek geschikt voor iedereen die zich bezighoudt met het leren van rekenen. Of dat nu in het basisonderwijs, voortgezet onderwijs, mbo of volwassenenonderwijs is. In al deze soorten onderwijs zijn andere termen gangbaar, zoals ‘kinderen’ in het basisonderwijs en ‘studenten’ in het mbo. Om het boek leesbaar te houden heb ik gekozen voor de termen ‘leerling’ en ‘leraar’, waarmee ik lerenden van alle leeftijden en docenten uit alle soorten onderwijs bedoel.

Dan rest mij nu niets anders meer dan je inspiratie te wensen voor het ontwikkelen van jóúw vakdidactiek.

2.1 Soorten en maten

Onderwijs en dus ook vakdidactiek begint bij doelen. Dat lijkt een open deur, net zoals het soms vanzelfsprekend lijkt dat we allemaal dezelfde doelen voor ogen hebben met ons rekenonderwijs. In grote lijnen zijn de doelen voor het onderwijs op allerlei manieren formeel vastgelegd. In het basisonderwijs en in de onderbouw van het voortgezet onderwijs hebben we de kerndoelen rekenen-wiskunde. We hebben bovendien de referentieniveaus die gelden in het basisonderwijs en voortgezet onderwijs (1F, 1S, 2F en 3F). Ook het mbo heeft eigen rekeneisen die wettelijk zijn vastgelegd. Deze formele doelen zijn vaak op beheersings- of kennisniveau geformuleerd en geven de grote lijnen weer. In de lesmethodes vind je vervolgens een vertaling van deze overkoepelende, wettelijke doelen naar leerlijn en dus ook lesniveau. Je ziet daarin verschillen per methode. Niet alleen in hoe de doelen worden uitgewerkt in uitleg en opgaven, maar ook in waar een methode nadruk op legt. Zo bevatten methodes op detailniveau niet allemaal precies dezelfde rekeninhoud en didactiek. Elke methode heeft een eigen smaak. De doelen op lesniveau vind je over het algemeen terug in de docentenhandleiding. In bepaalde methodes worden deze ook met leerlingen gedeeld, nadat ze zijn vertaald in leerlingentaal.

Bijvoorbeeld:

- Ik kan de getallen tot en met 20 splitsen.
- Ik weet wat een teller en een noemer zijn.
- Ik kan op een plattegrond aangeven in welke richting een foto is genomen.
- Ik ken vierkant, rechthoek en ruit.

Op deze manier ontstaat er een aaneenschakeling van lesdoelen die samen een beeld geven van de leerlijn van de methode. Ze vormen een mooie kapstok voor je onderwijs. Je krijgt via de doelen op lesniveau echter minder goed een beeld van de doelen op de andere niveaus die ook een rol spelen in het rekenonderwijs. In de kerndoelen bijvoorbeeld worden een aantal algemene en bredere doelen beschreven waar je over langere tijd aan werkt. In de nieuwe kerndoelen vind je die onder andere terug in de onderdelen ‘wiskundige attitude’ en ‘wiskundige denk- en werkwijzen’.[1] In de oude kerndoelen waren ze nog algemener beschreven:

- De leerlingen leren wiskundetaal gebruiken.
- De leerlingen leren praktische en formele rekenwiskundige problemen op te lossen en redeneringen helder weer te geven.
- De leerlingen leren aanpakken bij het oplossen van rekenwiskundeproblemen te onderbouwen en leren oplossingen te beoordelen.

Je ziet dat in doelen zoals deze nog steeds ruimte is voor een eigen interpretatie en invulling. De doelen voor rekenonderwijs zijn dus zeker niet voor iedereen (precies) hetzelfde. In de vakdidactiek wil je daarom naar een breed spectrum van

[1] Tijdens het schrijven van dit boek waren de nieuwe kerndoelen nog niet definitief. Ik verwijs je daarom naar de website van het SLO. Daar vind je de meest recente versie van de doelen.

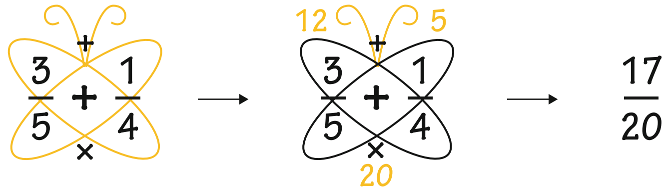
doelen kijken en deze expliciet maken. Je wilt meer houvast. Op basis van de losse kennis- en vaardigheidsdoelen alleen weet je bijvoorbeeld nog niet hoe een bepaalde les op een later moment voorkennis is voor een andere les. Het geeft je nog geen grip op de misconcepten die leerlingen kunnen hebben. Het is niet duidelijk wát leerlingen precies moeten begrijpen. Je wilt de doelen in allerlei soorten en maten meenemen in je overwegingen. Daarbij geeft het ook houvast om de doelen van anderen te kennen en zo hun keuzes te kunnen wegen.

In de volgende paragrafen stip ik daarom een aantal doelen aan, naast de traditionele kennis- en vaardigheidsdoelen, om ze concreter te maken. Het gaat om doelen als conceptuele kennis, 'big ideas' die een backbone vormen voor de doorlopende leerlijn, gecijferdheid én enculturatie.

2.2 Conceptuele doelen

Je zou conceptuele doelen kunnen zien als de doelen die ónder het 'kunnen en kennen' liggen en die een verbinding vormen tussen de vaardigheidsdoelen. Waar je bij dit soort doelen aan kunt denken laat ik hier zien aan de hand van het vaardigheidsdoel 'Ik kan niet-gelijknamige breuken optellen'.

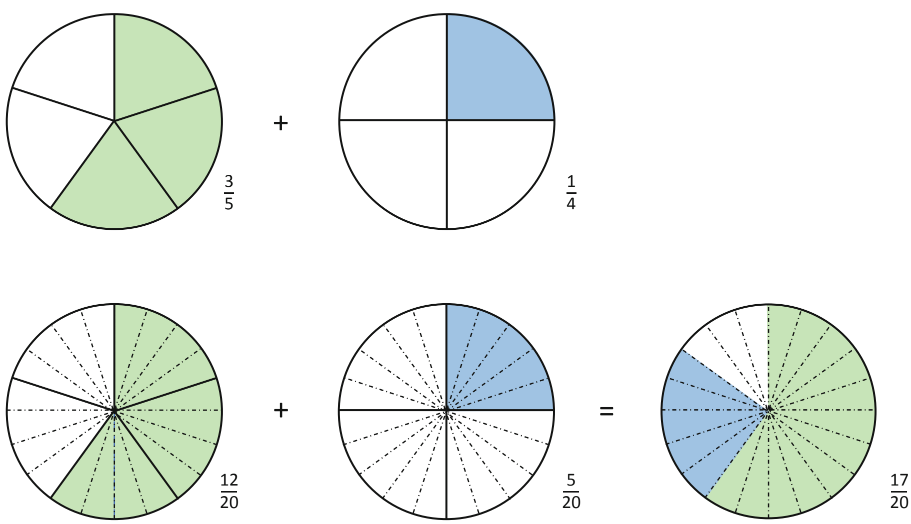
Als je alleen deze vaardigheid voor ogen zou hebben, dan ligt de focus erop dat je een leerling leert *hoe* hij de bewerking moet uitvoeren die tot een correct antwoord leidt. Er zijn verschillende manieren om de bewerking uit te voeren, bijvoorbeeld met de onderstaande vlindermethode.



De vlinder is een visuele herinnering voor de stappen die een leerling moet zetten om het juiste antwoord uit te rekenen. Het ×-teken onderaan betekent dat je de noemers van de twee breuken met elkaar vermenigvuldigt; dit is de noemer van het antwoord. De vleugels van de vlinder betekenen dat je de teller van de breuk met de noemer van de andere breuk vermenigvuldigt. De + in de sprieten betekent dat je die twee uitkomsten optelt; dit is de teller van het antwoord. Je kunt je voorstellen dat je met deze vlinder snel resultaat kunt boeken: het lukt de leerlingen redelijk eenvoudig om een rijtje opgaven van dit soort snel en correct uit te rekenen. Ze hoeven daar geen kennis van breuken voor te hebben. Deze aanpak heeft daardoor veel aantrekkingskracht en je ziet er op social media enthousiaste verhalen over. Wat je hier écht doet, namelijk de breuken eerst gelijknamig maken om vervolgens de 'nieuwe' tellers te kunnen optellen, is voor de leerlingen eigenlijk niet meer zichtbaar. Dat inzicht verdwijnt hier in de truc van de vlinder.

Het aanleren van procedures zonder begrip van wat je aan het doen bent, zoals in dit voorbeeld, heeft als belangrijk nadeel dat er makkelijk kleine variaties in de procedure sluipen. Zeker op langere termijn als je de vaardigheid niet constant bent blijven oefenen. Verwisselt een leerling bijvoorbeeld per ongeluk de × en + in de tekening, dan levert dat meteen een fout antwoord op.

Het tegelijkertijd formuleren van een begripsdoel kan hier helpen. Het idee daarvan is dat je, ook als je een bepaalde bewerking al een tijdje niet hebt uitgevoerd, altijd terug kunt vallen op je begrip. Je rekent dan misschien niet meer even efficiënt als eerst, maar nog wel correct. Met de vlinderaanpak bereik je geen begrip, daarvoor moet je een andere aanpak kiezen. Bijvoorbeeld de manier die is samengevat in onderstaande tekening. De tekening laat de hoofdlijnen zien van de stappen die je met leerlingen een voor een kunt zetten tijdens het leren. Het begint met de gelijkwaardigheid van breuken en hoe je zorgt dat je van de breuken (hier $\frac{3}{5}$ en $\frac{1}{4}$) breuken maakt met dezelfde noemer. Je kunt met het cirkelmodel beredeneren dat $\frac{3}{5}$ evenveel is als $\frac{12}{20}$. Elk van de 5 stukjes wordt immers in 4 kleinere verdeeld. Het totale aantal delen wordt daardoor 4 keer zo groot ($4 \times 5 = 20$), maar ook het aantal gekleurde stukjes ($4 \times 3 = 12$). Zo wordt $\frac{1}{4}$ omgezet in $\frac{5}{20}$. Nu de stukjes in beide cirkels even groot zijn (twintigsten), kun je het totaal aantal stukjes in beide cirkels berekenen door ze op te tellen.



Deze aanpak geeft inzicht in het waarom van het gelijknamig maken. Het visuele model ondersteunt hier de redenering. Het is daarom belangrijk om steeds exact te benoemen hoe groot elk van de stukjes is. Het voordeel van het cirkelmodel is namelijk dat de ‘hele’ duidelijk herkenbaar is, maar het nadeel is dat het lastig is om zelf heel precies de delen te tekenen. Zelfs bij precies op de computer getekende cirkels is het niet zo makkelijk te bepalen hoe groot een deel van het geheel is als je de onderliggende verdeling niet kent. Zie jij bijvoorbeeld welk deel van de volgende cirkels gekleurd is?[2]

2 De delen in de tekening zijn respectievelijk $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ en $\frac{5}{8}$.