

# 1

# Breuken en verhoudingen

## Leerdoelen

Na het bestuderen van dit hoofdstuk moet je in staat zijn om:

- ▶ te rekenen met breuken en verhoudingen;
- ▶ breuken toe te passen in berekeningen van onder andere constructies en bouwfysica;
- ▶ verhoudingen toe te passen in diverse praktijksituaties;
- ▶ tekeningen op schaal te maken en te begrijpen.

## 1.1 Inleiding

In dit hoofdstuk komen breuken en verhoudingen aan de orde en de toepassing hiervan in de bouw. Een van de toepassingen vinden we in de bouwfysica van gebouwen, namelijk bij het toepassen van warmte-isolatie in gevels. Doordat gevels vaak uit meerdere materialen zijn opgebouwd, alle met een verschillende warmteweerstand, is het niet eenvoudig om de temperatuur op verschillende plaatsen in de gevel te berekenen. Om zulke berekeningen correct uit te voeren, moet je met breuken kunnen werken.

Ook zul je zien dat breuken veel te maken hebben met verhoudingen. Een verhouding van 1 : 2 : 3 van cement, zand en grind in een bepaald soort beton betekent dat er, om dit beton te maken,  $\frac{1}{6}$  deel cement,  $\frac{1}{3}$  deel zand en  $\frac{1}{2}$  deel grind nodig is.

Verhoudingen tref je ook aan bij het werken met bouwkundige tekeningen, kaarten en details, die altijd op schaal worden gemaakt, bijvoorbeeld 1 : 100 of 1 : 5. En architecten werken al vanaf de oudheid met de beroemde gulden snede (1 : 1,62). Dit is een bepaalde verhouding van lengte en breedte van bijvoorbeeld gevels en gevelementen die goed past bij ons gevoel voor harmonie.

We zullen nu eerst een praktijkvoorbeeld uitwerken en daarna de rekenregels formuleren die belangrijk zijn bij het werken met breuken. Vervolgens bespreken we enkele toepassingen van rekenen met breuken. Het hoofdstuk eindigt met een aantal praktijkvragen en wiskundige vragen.

## 1.2 Praktijkvoorbeeld

Peter de Vries heeft vier kinderen en behoefte aan een extra slaapkamer. Hij wil deze realiseren in de garage die aan zijn huis is gebouwd. In de winter moet er flink gestookt worden om de garage behaaglijk te houden. De gevels van de garage zijn namelijk niet geïsoleerd. Als de rekening van het gasbedrijf binnenkomt, blijken de stookkosten erg hoog te zijn. Peter zoekt een oplossing en hij vindt die in het aanbrengen van isolatie in de gevels van de garage. Hij bekijkt het metselwerk van de garage en gaat op zoek naar geschikt isolatiemateriaal. Als hij genoeg informatie heeft, gaat hij rekenen ...

Het totale warmteverlies dat door de kachel in de garage in één seconde gecompenseerd moet worden, kunnen we  $Q$  noemen, met de eenheid watt (W). Het verlies *per vierkante meter* per seconde noemen we  $q$  en is gelijk aan  $Q$  gedeeld door het oppervlak van de gevel van de garage, gemeten in  $m^2$ . Als we deze oppervlakte  $A$  noemen krijgen we de volgende formule:

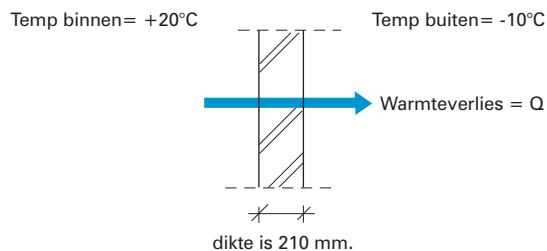
$$\text{warmteverlies } (q) = \frac{\text{totale warmteverlies}}{\text{geveloppervlak}} \Rightarrow q = \frac{Q}{A} \text{ [W/m}^2\text{]}$$

Het warmteverlies is afhankelijk van de warmteweerstand ( $R$ ) van de gevel, ofwel het vermogen van de gevel om het warmteverlies tegen te gaan. Verschillende materialen die in de gevel zitten, hebben een verschillende warmteweerstand. De isolerende werking van het metselwerk bedraagt bijvoorbeeld  $0,5 m^2 \cdot K/W$ . Daarnaast is het warmteverlies afhankelijk van het verschil tussen de binnen- en buitentemperatuur. Als het buiten min 10 graden is en binnen plus 20 graden, is er een verschil van 30 graden en dan is het warmteverlies twee keer zo groot als bij een verschil van 15 graden. In een formule wordt dit:

$$\text{warmteverlies } (q) = \frac{\text{temperatuurverschil}}{\text{warmteweerstand}} \Rightarrow q = \frac{\Delta T}{R} \text{ [W/m}^2\text{]}$$

Omdat de gevel van de garage uit ongeïsoleerd metselwerk bestaat, kan het warmteverlies op een koude dag in de winter, wanneer het temperatuurverschil 30 graden bedraagt, er zo uit zien:

$$q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{30}{0,5} = 60 \text{ W/m}^2$$



**Figuur 1.1**

Als de gevel van de garage een oppervlakte heeft van  $90 m^2$ , is het totale warmteverlies van de garagegevel  $90 \cdot 60 = 5400$  watt.

Peter gaat op zoek naar isolatiemateriaal dat tegen de gevel van de garage kan worden aangebracht. Hiervoor heeft hij onder andere kennis van breuken nodig.

Om de warmteweerstand van de gevel te verhogen zijn er twee mogelijkheden. De warmteweerstand  $R$  wordt namelijk bepaald door de dikte ( $d$ ) van een materiaal en de warmtedoorgangscoëfficiënt ( $\lambda$ ) van het materiaal. In formule:

$$R = \frac{d}{\lambda} \text{ (eenheid: m}^2\cdot\text{K/W)}$$

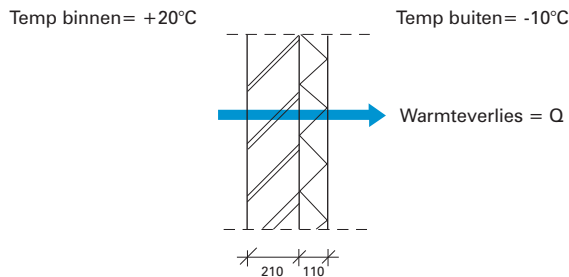
In deze formule staat  $K$  voor graden *kelvin*, een eenheid om de temperatuur te meten. Je krijgt dus een grotere warmteweerstand door het isolatiemateriaal dikker te maken en/of een materiaal met een kleinere  $\lambda$  te kiezen. Als de  $\lambda$  van de bakstenen  $0,42 \text{ W/m}\cdot\text{K}$  bedraagt en de bakstenen een dikte van  $0,21 \text{ m}$  hebben, betekent dit voor de warmteweerstand:

$$R = \frac{0,21}{0,42} = 0,5 \text{ m}^2\cdot\text{K/W}$$

Wat zou er nu gebeuren als we tegen de stenen een isolatielaag plaatsen met een dikte van  $0,11 \text{ m}$  en een  $\lambda$  van  $0,04 \text{ W/m}\cdot\text{K}$ ? De warmteweerstand van de isolatie is dan:

$$R = \frac{d}{\lambda} = \frac{0,11}{0,04} = 2,75 \text{ m}^2\cdot\text{K/W}$$

De warmteweerstand van het metselwerk was  $0,5 \text{ m}^2\cdot\text{K/W}$ , dus metselwerk en isolatie samen hebben een warmteweerstand van  $2,75 + 0,5 = 3,25 \text{ m}^2\cdot\text{K/W}$ .



**Figuur 1.2**

Welk effect heeft dit op het warmteverlies  $q$ ?

$$q = \frac{\Delta T}{R} = \frac{30}{3,25} = 9,2 \text{ W/m}^2$$

Het warmteverlies in de winter kon zonder isolatie oplopen tot  $60 \text{ watt}$  per vierkante meter en dit is nu gereduceerd tot  $9,2 \text{ watt}$  per vierkante meter. Over de hele garage met een geveloppervlakte van  $90 \text{ m}^2$  was dit  $5400 \text{ watt}$  en dat wordt nu slechts  $90 \cdot 9,2 = 828 \text{ watt}$ .

We hebben in deze paragraaf gezien hoe breuken in bouwfysicaberekeningen verschijnen. Voordat we meer toepassingen bekijken, bespreken we eerst de rekenregels voor breuken.

### 1.3 Rekenregels voor breuken

In een breuk heet het getal of de letter boven de streep de ‘teller’ en het getal of de letter onder de streep de ‘noemer’. Dus in de breuk  $\frac{a}{b}$  is  $a$  de teller en  $b$  de noemer. Bij het rekenen met breuken kun je gebruikmaken van de volgende rekenregels:

$$1) \quad -1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

$$7) \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$2) \quad \frac{a}{b} \cdot c = \frac{a \cdot c}{b}$$

$$8) \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

$$3) \quad \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$9) \quad \frac{1}{\frac{b}{a}} = \frac{a}{b}$$

$$4) \quad \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$$

$$10) \quad a = \frac{b}{c} \Rightarrow c = \frac{b}{a} \quad \text{en} \quad b = a \cdot c$$

$$5) \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}; \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$11) \quad \frac{a/b}{c} = \frac{a}{b \cdot c}$$

$$6) \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} + \frac{c \cdot b}{d \cdot b} = \frac{a \cdot d + c \cdot b}{b \cdot d}$$

$$12) \quad \frac{a}{b/c} = \frac{a \cdot c}{b}$$

### 1.4 Voorbeelden en uitleg bij de rekenregels

We zullen in deze paragraaf van elke rekenregel een of meer voorbeelden bespreken. Aan het eind van de paragraaf staan twee voorbeeldsommen waarin je verschillende rekenregels moet combineren. Controleer eerst of je deze voorbeelden goed begrijpt, voordat je aan de opgaven van paragraaf 1.7 en 1.8 begint.

#### Voorbeeld voor rekenregel 1

$$\frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

#### Voorbeeld voor rekenregel 2

$$\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3}$$

Deze regel kun je ook goed in de andere richting gebruiken:

$$\frac{12}{5} = \frac{2 \cdot 6}{5} = 2 \cdot \frac{6}{5}$$

### Voorbeeld voor rekenregel 3

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$$

### Voorbeeld voor rekenregel 4

$$\frac{10}{15} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3}$$

Op deze manier kunnen we dus een breuk vereenvoudigen. We kunnen rekenregel 4 echter ook in omgekeerde richting gebruiken:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} = \frac{21}{28}$$

Dit wordt gebruikt bij het optellen van breuken met verschillende noemers. Zie het voorbeeld bij rekenregel 6.

### Voorbeeld voor rekenregel 5

Rekenregel 5 laat zien hoe we breuken met *dezelfde* noemers bij elkaar kunnen optellen:

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$$

### Voorbeeld voor rekenregel 6

Breuken met *verschillende* noemers zijn lastiger op te tellen. Rekenregel 6 biedt uitkomst:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{1 \cdot 5}{3 \cdot 5} + \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15}$$

Zoals je ziet, maakt rekenregel 6 gebruik van rekenregels 4 en 5. Het voordeel van rekenregel 6 is dat deze algemeen bruikbaar is om breuken met verschillende noemers op te tellen. Het nadeel is dat deze rekenregel niet altijd de handigste methode oplevert. Als we bijvoorbeeld  $\frac{3}{4}$  en  $\frac{1}{28}$  bij elkaar willen optellen, zouden we met rekenregel 6 de volgende berekening krijgen:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{28} = \frac{3 \cdot 28}{4 \cdot 28} + \frac{1 \cdot 4}{28 \cdot 4} = \frac{84}{112} + \frac{4}{112} = \frac{88}{112}$$

wat met rekenregel 4 vereenvoudigd kan worden tot:

$$\frac{88}{112} = \frac{11 \cdot 8}{14 \cdot 8} = \frac{11}{14}$$

Maar dit resultaat hadden we ook met minder rekenwerk kunnen verkrijgen:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{28} = \frac{3 \cdot 7}{4 \cdot 7} + \frac{1}{28} = \frac{21}{28} + \frac{1}{28} = \frac{22}{28}$$

Vereenvoudigd:

$$\frac{22}{28} = \frac{11 \cdot 2}{14 \cdot 2} = \frac{11}{14}$$

### Voorbeeld voor rekenregel 7

In woorden uitgedrukt luidt deze regel: delen door een breuk is hetzelfde als vermenigvuldigen met het omgekeerde van die breuk. Als we bijvoorbeeld  $\frac{2}{3}$  delen door  $\frac{3}{4}$ , dan betekent dit dat we  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}$  moeten berekenen. Met rekenregel 3 zien we dat:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} = \frac{8}{9}$$

### Voorbeeld voor rekenregel 8

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \Rightarrow 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$$

In woorden staar hier: als je weet dat  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ , dan weet je ook dat  $3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$  een kloppende vergelijking is. Het nut van deze regel wordt duidelijk als je met variabelen werkt. Je kunt dan een vergelijking in breukvorm omschrijven naar een vergelijking zonder breuken, die vaak gemakkelijker is op te lossen:

$$\frac{x}{5} = \frac{6}{10} \Rightarrow x \cdot 10 = 5 \cdot 6 = 30 \text{ (dus } x = 3\text{)}$$

### Voorbeeld voor rekenregel 9

$$\frac{1}{\frac{7}{4}} = \frac{4}{7}$$

Rekenregel 9 volgt direct uit rekenregel 7, die zegt dat delen door een breuk hetzelfde is als vermenigvuldigen met het omgekeerde van de breuk:

$$\frac{1}{\frac{b}{a}} = \frac{a}{b} = 1 \cdot \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{1}{\frac{7}{4}} = \frac{4}{7} = 1 \cdot \frac{4}{7}$$

### Voorbeeld voor rekenregel 10

$$3 = \frac{27}{9} \Rightarrow 9 = \frac{27}{3} \text{ en } 27 = 3 \cdot 9$$

In woorden staat hier: als je weet dat  $3 = \frac{27}{9}$ , dan weet je ook dat  $9 = \frac{27}{3}$  en  $27 = 3 \cdot 9$  kloppende vergelijkingen zijn. Net als rekenregel 8 is rekenregel 10 vooral nuttig bij het werken met variabelen.

## WISKUNDE IN DE BOUW

### Voorbeeld voor rekenregel 11

$$\frac{10}{\frac{1}{3} \cdot 5} = \frac{10}{3 \cdot 5} = \frac{2}{3}$$

### Voorbeeld voor rekenregel 12

$$\frac{10}{\frac{3}{5}} = \frac{10 \cdot 5}{3} = \frac{50}{3}$$

### Voorbeeld voor het combineren van de rekenregels (1)

$$\frac{2}{5} : \frac{5}{9} \cdot \frac{25}{27} = ?$$

Bij deze som vindt zowel delen als vermenigvuldigen met een breuk plaats. De eerste stap is om het delen door een breuk te vervangen door het vermenigvuldigen met het omgekeerde van de breuk:

$$\frac{2}{5} : \frac{5}{9} \cdot \frac{25}{27} = \frac{2}{5} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{25}{27}$$

Pas vervolgens regel 3 toe:

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{9}{5} \cdot \frac{25}{27} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 25}{5 \cdot 5 \cdot 27}$$

Omdat  $25 = 5 \cdot 5$  en  $27 = 9 \cdot 3$ , kunnen we dit ook schrijven als:

$$\frac{2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3}$$

De reden voor deze schrijfwijze is dat we nu rekenregel 4 kunnen toepassen, waarbij we dezelfde getallen in teller en noemer tegen elkaar mogen wegstrepen:

$$\frac{2 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

### Voorbeeld voor het combineren van de rekenregels (2)

$$\frac{2\frac{3}{5} - \frac{1}{10}}{\frac{5}{6} + 1\frac{3}{4}} = ?$$

Bij deze som schrijven we eerst  $2\frac{3}{5}$  en  $1\frac{3}{4}$  als één breuk:

$$2\frac{3}{5} = \frac{13}{5} \text{ en } 1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$$

Daarna passen we drie keer rekenregel 4 toe:

$$\frac{2\frac{3}{5} - \frac{1}{10}}{\frac{5}{6} + 1\frac{3}{4}} = \frac{\frac{13}{5} - \frac{1}{10}}{\frac{5}{6} + \frac{7}{4}} = \frac{\frac{13 \cdot 2}{5 \cdot 2} - \frac{1}{10}}{\frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} + \frac{7 \cdot 3}{4 \cdot 3}} = \frac{25\frac{1}{10}}{31\frac{1}{12}}$$

Nu kan rekenregel 7 worden gebruikt:

$$\frac{25\frac{1}{10}}{31\frac{1}{12}} = \frac{25}{10} \cdot \frac{12}{31}$$

Voordat we naar onze rekenmachine grijpen, kunnen we regel 4 weer toepassen:

$$\frac{25}{10} \cdot \frac{12}{31} = \frac{5 \cdot 5}{2 \cdot 5} \cdot \frac{2 \cdot 6}{31} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 6}{2 \cdot 5 \cdot 31} = \frac{5 \cdot 6}{31} = \frac{30}{31}$$

## 1.5 Toepassingen van breuken

Het rekenen met breuken komt in de bouw vaak voor. Eigenlijk is er geen constructie op sterkte te berekenen of er komt wel een breuk aan te pas. Ook het doorrekenen van constructies op bouwfysische kwaliteit – denk aan warmte- of geluidsisolatie – is zonder breuken niet te doen.

Gevels en daken van gebouwen zijn voorbeelden van constructies die aan veel verschillende eisen moeten voldoen. Ze moeten bestand zijn tegen wind en regen, ze moeten isoleren tegen kou en geluid, ze moeten vochtwerend zijn en het liefst ook duurzaam. Daarom zijn ze opgebouwd uit verschillende materialen.

### *De wet van Hooke*

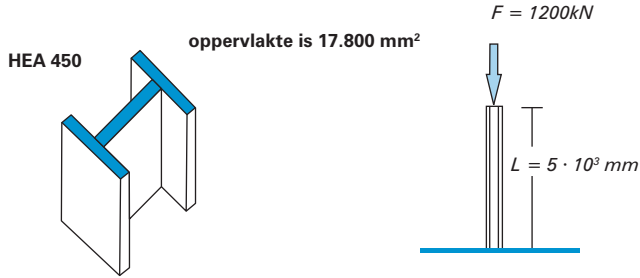
We beperken ons nu tot de effecten van krachten op constructies. Hiervoor gebruiken we een bekende regel in de bouwkunde, de zogenaamde wet van Hooke. Deze regel laat zien wat de lengteverandering van een constructieonderdeel is onder invloed van de krachten die erop werken. Deze lengteverandering is niet alleen afhankelijk van de uitgeoefende krachten, maar ook van de doorsnede van de constructie en van een materiaaleigenschap: de elasticiteitsmodulus. In formule ziet dit eruit als de volgende breuk:

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{E \cdot A}$$

In deze formule hebben de letters de volgende betekenis:  $\Delta L$  = lengteverandering van de balk (in mm),  $F$  = kracht (in N),  $L$  = lengte (in mm),  $E$  = elasticiteitsmodulus (in N/mm<sup>2</sup>) en  $A$  = oppervlakte van de doorsnede van de balk (in mm<sup>2</sup>).

Wat betekent dit nu in de praktijk? Stel dat je een stalen HEA 450-kolom bekijkt (figuur 1.3).





Figuur 1.3

Als je deze kolom doorsnijdt, is de oppervlakte van de doorsnede 17.800 mm<sup>2</sup>. De lengte van de kolom is 5 meter en de kracht die op deze kolom drukt, is 1200 kN. Voor de letter *E* (elasticiteitsmodulus) mogen we bij staal 2,1 · 10<sup>5</sup> N/mm<sup>2</sup> invullen. Met deze gegevens kunnen we uitrekenen hoe groot de lengteverandering van de kolom bij deze kracht is. Merk op dat we in onderstaande berekening consequent alle lengtematen in mm en alle krachten in N hebben ingevuld.

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{E \cdot A} = \frac{1200 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 1,78 \cdot 10^4} = 1,6 \text{ mm}$$

Met de wet van Hooke kunnen we ook andere vragen beantwoorden, bijvoorbeeld: hoe groot moet de oppervlakte van de doorsnede zijn als bij een kracht van 1200 kN en een lengte van 5 meter de verkorting van deze kolom niet meer dan 1 millimeter mag bedragen? Je moet de breuk dan anders schrijven, omdat je nu niet de lengteverandering  $\Delta L$  hoeft te berekenen – die is namelijk al gegeven – maar de doorsnede *A*.

Met rekenregel 10:

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{E \cdot A} \Rightarrow \Delta L \cdot E \cdot A = F \cdot L \quad \text{dus} \quad E \cdot A = \frac{F \cdot L}{\Delta L}$$

Met rekenregel 11:

$$A = \frac{F \cdot L / \Delta L}{E} = \frac{F \cdot L}{\Delta L \cdot E}$$

Je schrijft de breuk dus als:

$$A = \frac{F \cdot L}{E \cdot \Delta L}$$

Zo druk je de onbekende *A* uit in de bekende termen. Invullen geeft:

$$A = \frac{F \cdot L}{E \cdot \Delta L} \Rightarrow A = \frac{1200 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 1} = 2,9 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$$

Als je in een boekje met staalprofielen kijkt, is de conclusie dat je een HEA 900-profiel (met een oppervlakte van 3,2 · 10<sup>4</sup> mm<sup>2</sup>) moet gebruiken in plaats van een HEA 450-profiel. Reken uit welke lengteverandering bij dit HEA 900-profiel op zal treden.

Een derde vraag die we met de wet van Hooke kunnen beantwoorden, luidt: hoe groot is de kracht  $F$  op een constructie, als je de elasticiteitsmodulus  $E$ , de lengte  $L$ , de lenteverandering  $\Delta L$  en de doorsnede  $A$  van de constructie kent? Voor deze vraag moeten we de wet van Hooke weer herschrijven, zodat we de onbekende kracht  $F$  kunnen uitdrukken in de bekende gegevens:

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{E \cdot A} \Rightarrow \Delta L \cdot E \cdot A = F \cdot L \Rightarrow F = \frac{E \cdot A \cdot \Delta L}{L}$$

## 1.6 Toepassingen van verhoudingen

In de bouw wordt regelmatig gewerkt met verhoudingen. Een toepassing hiervan is het mengen van twee vloeistoffen of gassen, elk met een bepaalde vervuilingsgraad of temperatuur. Zo kan men vervuilde lucht mengen met schone lucht, of koude lucht met warme lucht om bijvoorbeeld de lucht in een gebouw op de gewenste temperatuur te krijgen. Warmteterugwininstallaties die het gebruik van brandstof in een gebouw beperken, maken ook gebruik van de uitwisseling van temperatuur tussen warme en koude lucht.

We illustreren dit met een eenvoudig voorbeeld. In een groot vat zit  $1 \text{ m}^3$  water van 25 graden. Het is eenvoudig in te zien dat als we dit water mengen met  $1 \text{ m}^3$  water met een temperatuur van 15 graden, het eindresultaat water zal zijn met een temperatuur van 20 graden. Omdat de hoeveelheden water even groot zijn, kunnen we de verschillende temperaturen middelen, dat wil zeggen optellen en door 2 delen:  $\frac{25+15}{2} = 20$

Het wordt iets lastiger als we de vraag anders stellen. Bekijk nogmaals een vat met  $1 \text{ m}^3$  water en een temperatuur van 25 graden. Hoeveel water van 18 graden moeten we hieraan toevoegen om water te krijgen met een gemiddelde temperatuur van 21 graden?

Stel de hoeveelheid water die we moeten toevoegen is  $x \text{ m}^3$ . De hoeveelheid water die ontstaat na het toevoegen van  $x \text{ m}^3$  is  $(1 + x) \text{ m}^3$ , waarvan  $1 \text{ m}^3$  water oorspronkelijk 25 graden was en  $x \text{ m}^3$  18 graden. Het deel van het totaal  $(1 + x) \text{ m}^3$  dat 25 graden was, is  $\frac{1}{1+x}$  en het deel dat 18 graden was, is  $\frac{x}{1+x}$ . De wiskundige formule

$$21 = \frac{1}{1+x} \cdot 25 + \frac{x}{1+x} \cdot 18$$

Hierin is  $x$  de hoeveelheid water van 18 graden die we moeten toevoegen aan de  $1 \text{ m}^3$  water van 25 graden. Rekenregel 2 leert ons dat:

$$21 = \frac{1}{1+x} \cdot 25 + \frac{x}{1+x} \cdot 18 = \frac{25 \cdot 1}{1+x} + \frac{18 \cdot x}{1+x}$$

Vervolgens gebruiken we rekenregel 5:

$$21 = \frac{25}{1+x} + \frac{18x}{1+x} = \frac{25+18x}{1+x}$$