

Elektrische omzettingen

Elektrische omzettingen

M.J. Hoeijmakers

Technische Universiteit Delft
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica
Electrical Power Processing

Tekeningen:
H. Paling

VSSD

© VSSD

Eerste druk 1997

Tweede druk 1999

Derde druk 2003

Vierde druk 2007

Uitgegeven door de VSSD

Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands

tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: hlf@vssd.nl

internet: <http://www.vssd.nl/hlf>

URL met informatie over dit boek en de antwoorden op de opgaven:

<http://www.vssd.nl/hlf/e004.htm>

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photo-copying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

Printed in The Netherlands

NUR 959

Trefw.: elektrische omzettingen

Gedrukte versie: ISBN-13 978-90-6562-157-3

Elektronische versie: ISBN-13 978-90-6562-167-2

Voorwoord

Voorwoord bij de derde druk

Dit is de derde druk van het boek *Elektrische Omzettingen*. Bij de tweede druk is hoofdstuk 8 (de inductiemachine) toegevoegd en is in verband hiermee hoofdstuk 7 ingrijpend gewijzigd. Bij de derde druk is weer een aantal (kleine) verbeteringen aangebracht. Daarnaast is het aantal opgaven (met uitwerkingen) aanzienlijk vergroot en zijn zij opgenomen in een apart deel. In dit aparte deel staan bovendien de leerdoelen zoals die door mij bij de studierichting Elektrotechniek aan de Technische Universiteit Delft en aan de Universiteit Twente gebruikt worden.

In dit boek wordt een basisbehandeling gegeven van de omzetting van een vorm van elektrische energie in een andere vorm van elektrische energie en van de omzetting van mechanische energie in elektrische energie en omgekeerd. De behandeling van de omzetzters vindt daarbij plaats vanuit het gezichtspunt van de elektrische energietechniek; de meeste omzetzters zijn echter ook van belang voor de informatietechniek.

Het boek heeft enerzijds als doel om een overzicht te geven van de elektrische omzettingen voor degenen die zich niet verder in de elektrische energietechniek willen specialiseren en anderzijds als doel om een fundamentele basis te leggen voor degenen die zich wel verder in de elektrische energietechniek willen verdiepen.

Dit studieboek is ontstaan uit het dictaat behorende bij het vak *Elektrische Omzettingen* uit het basiscurriculum van de studierichting Elektrotechniek aan de Technische Universiteit Delft. Het dictaat/boek is in de loop van enkele jaren steeds aangepast, waarbij de inbreng van studenten een belangrijke rol heeft gespeeld. Ik wil deze studenten hierbij bedanken voor hun bijdrage.

Verder heeft bij het tot stand komen van het dictaat een groot aantal medewerkers van de Faculteit der Elektrotechniek een bijdrage geleverd, aan wie ik eveneens dank verschuldigd ben. Hierbij zou ik in het bijzonder H. Paling willen bedanken voor het tekenwerk en ir. E. van Dijk, dr.ir. H. Polinder, ir. M. Rondel, prof.ir. J.A. Schot en ir. M.P.N. van Wesenbeeck voor de discussies over de tekst en voor hun bijdragen aan de opgaven met uitwerkingen.

Voor dit boek zijn bestaande studieboeken gebruikt als inspiratiebron. Deze boeken zijn opgenomen in de literatuurlijst.

Dit boek bestaat uit een aantal onderdelen die niet bestudeerd behoeven te worden in de volgorde waarin ze hier staan. Elk van de hoofdstukken 1, 2, 3 en 6 kan bestudeerd worden zonder de kennis van een ander hoofdstuk. Voor hoofdstuk 4 is echter de kennis van hoofdstuk 3 nodig en hoofdstuk 5 heeft de paragrafen 3.1 tot en met 3.7 als voorkennis. Hoofdstuk 7 sluit aan op hoofdstuk 5 en hoofdstuk 8 op hoofdstuk 7.

Hoewel bij het schrijven van dit boek de nodige zorgvuldigheid betracht is, zal het zeker niet vrij

zijn van fouten. Ik zou graag attent gemaakt worden op deze fouten en sta open voor suggesties om het boek te verbeteren.

Martin Hoeijmakers
Delft, oktober 2003

Voorwoord bij de vierde druk

Bij de vierde druk is in hoofdstuk 2 een paragraaf over wisselstroomtheorie (paragraaf 2.5) toegevoegd en is hoofdstuk 8 (de inductiemachine) ingrijpend gewijzigd. Verder is weer een aantal (kleine) verbeteringen aangebracht.

De oefenopgaven staan niet meer in een apart deel: zij zijn opgenomen in het boek aan het einde van het hoofdstuk. De uitwerkingen van de opgaven staan op de internetsite:

<http://www.vssd.nl/hlf/e004.htm>.

Martin Hoeijmakers
Delft, augustus 2007

Inhoud

1	Inleiding	1
2	Elektrische energie-overdracht	7
2.1	Inleiding	7
2.2	Enkele elektrische grootheden	8
2.3	Gelijkstroomoverdracht	10
2.4	Wisselstroomgrootheden	13
2.5	Wisselstroomtheorie	15
2.6	Wisselstroomoverdracht	24
2.7	Driefasige systemen	27
2.8	Het elektriciteitsvoorzieningssysteem	30
2.9	Vraagstukken	34
3	Magnetische circuits	39
3.1	Inleiding	39
3.2	De wetten van Maxwell	40
3.3	Een eenvoudig magnetisch circuit	42
3.4	De netwerkbeschrijving van magnetische circuits	43
3.5	Niet-lineaire magnetische circuits	48
3.6	De opgewekte spanning	49
3.7	De magnetische veldenergie	52
3.8	De hystereselus	54
3.9	Wervelstroomverliezen	57
3.10	Vraagstukken	60
4	De transformator	67
4.1	Inleiding	67
4.2	De verliesvrije, spreidingsloze transformator	68
4.3	De spreidingsfluxen	72
4.4	Vervangingsschema's	74
4.5	Het magnetische circuit	80
4.6	De belaste transformator	84
4.7	De beproeving van de transformator	85
4.8	De spaartransformator	88
4.9	Driefasentransformatoren	88
4.9.1	De uitvoering	88
4.9.2	Transformatorschakelingen	91

4.9.3	Hogere harmonischen	92
4.10	Vraagstukken	93
5	Inleiding elektromechanica	99
5.1	Inleiding	99
5.2	Elektromechanische interactie	101
5.3	”Fysisch” begrip van de krachtopwekking	103
5.4	Het mechanische systeem	104
5.5	Magnetische circuits met een beweegbaar deel	108
5.6	Berekening van de kracht uit de vermogensbalans	109
5.7	Koppelberekening bij een elektromechanische omzetter met twee elektrische poorten	113
5.8	Vraagstukken	118
6	Vermogenselektronica	125
6.1	Inleiding	125
6.2	De gelijkrichter met één diode	127
6.3	Gelijkrichters met twee of vier dioden	134
6.4	De thyristorgelijkrichter	143
6.5	De chopper	149
6.6	Invertoren	155
6.7	Vraagstukken	160
7	De synchrone machine	171
7.1	Inleiding	171
7.2	Een eenvoudige generator	173
7.3	De eenfasige synchrone generator	179
7.4	Het koppel bij een eenfasige synchrone generator	189
7.5	De driefasige synchrone machine	190
7.6	De synchrone machine in het elektriciteitsnet	197
7.7	Uitvoeringsvormen	200
7.8	Vraagstukken	202
8	De inductiemachine	215
8.1	Inleiding	215
8.2	Het basisprincipe van de inductiemachine	216
8.3	De rotorstromen en het luchtspleetveld	222
8.4	Het model	225
8.5	Vervangingsschema’s	231
8.6	Voeding uit spanningsbron bij verwaarlozing statorweerstand	233
8.6.1	Het fasordiagram en het cirkeldiagram	234
8.6.2	De koppelhoeksnelheidskarakteristiek	238
8.7	De inductiemachine bij variabele voedingsfrequentie	240
8.8	Vraagstukken	240
	Bijlagen	243
A	Fourierreeksen	243

Literatuur	247
Symbolen	249
Index	253

1 Inleiding

In dit boek zullen we ons beperken tot een basisbehandeling van de omzetting van een vorm van elektrische energie in een andere vorm van elektrische energie en van de omzetting van mechanische in elektrische energie en omgekeerd. Bij het eerste kunnen we bijvoorbeeld denken aan de omzetting van elektrische energie bij een wisselspanning van 10 kV naar elektrische energie bij een wisselspanning van 230 V met behulp van een transformator; bij het tweede kunnen we bijvoorbeeld denken aan de omzetting van kracht in elektriciteit met behulp van een generator. Het gaat dus steeds om energie-omzettingen.

Voordat we overgaan naar de behandeling van elektrische omzetters, besteden we in deze inleiding eerst enige aandacht aan de historische ontwikkeling van het gebruik van energie in onze maatschappij, waarbij we natuurlijk in het bijzonder kijken naar het toepassen van elektrische energie. Verder kijken we hier nog naar het gebruik van elektrische omzettingen in de informatietechniek.

Energie in onze maatschappij

Zolang de mens op aarde bestaat heeft hij gebruik gemaakt van energie. In het begin was deze energie direct afkomstig uit de natuur: de zon leverde warmte en licht (zonne-energie). Al in een zeer vroeg stadium heeft de mens echter geleerd om vuur te maken, zodat hij zelf warmte en licht kon beheersen. Hij zette daarbij de chemische energie die in het hout was opgeslagen om in de energievormen warmte en licht. Deze chemische energie was op zijn beurt weer afkomstig van de zon.

In een later stadium heeft hij ontdekt hoe hij gebruik kon maken van de wind om zich op een gemakkelijke wijze over het water te verplaatsen. Daartoe gebruikte hij een zeil voor de omzetting van de in de beweging van de lucht aanwezige energie (windenergie) in de energie benodigd om een schip te verplaatsen.

Een volgende fase was het gebruik van de potentiële energie van het water in een hoger gelegen gebied. Via een waterrad werd deze potentiële energie omgezet in mechanische energie, die vervolgens werd gebruikt om graan te vermalen tot meel. Op plaatsen waar geen waterkracht beschikbaar was, werd voor het malen windenergie gebruikt met daarbij een windmolen als energie-omzetter.

Zowel de water- als de windmolen werden echter ook ingezet voor andere (industriële) processen, waarbij we het zagen van hout als een voorbeeld kunnen noemen.

Met de ontwikkeling van de stoommachine in de tweede helft van de 18e eeuw, en het daaraan verbonden begin van de industriële revolutie, is de mens steeds meer gebruik gaan maken van fossiele brandstoffen (kolen, later ook olie en aardgas). De in de brandstof opgeslagen chemische energie wordt hierbij via warmte omgezet in mechanische energie voor de aandrijving van machines in fabrieken.

Het gebruik van elektrische energie is pas in de tweede helft van de 19e eeuw ontstaan door de ontwikkeling van de gloeilamp: elektrische verlichting is veel gemakkelijker in het gebruik dan olie- of gaslampen. In verband met de beperkte levensduur van batterijen werden voor de opwekking van de elektriciteit generatoren ontwikkeld, die weer werden aangedreven door een stoommachine, verbrandingsmotor of waterturbine.

De omzetting van mechanische in elektrische energie bij een generator kan echter ook omgekeerd worden: de generator wordt een motor, waarmee elektrische energie omgezet wordt in mechanische energie. Het voordeel van het gebruik van elektromotoren in fabrieken werd snel ingezien: de distributie van elektrische energie in een fabriek met behulp van elektrische leidingen is veel eenvoudiger dan de distributie van mechanische energie (vaak door één stoommachine of verbrandingsmotor opgewekt), via leren banden, snaren en tandwielen. Op deze wijze ontstond een klein elektriciteitsnetje, gevoed door één generator, waaruit zowel lampen als motoren hun energie konden betrekken.

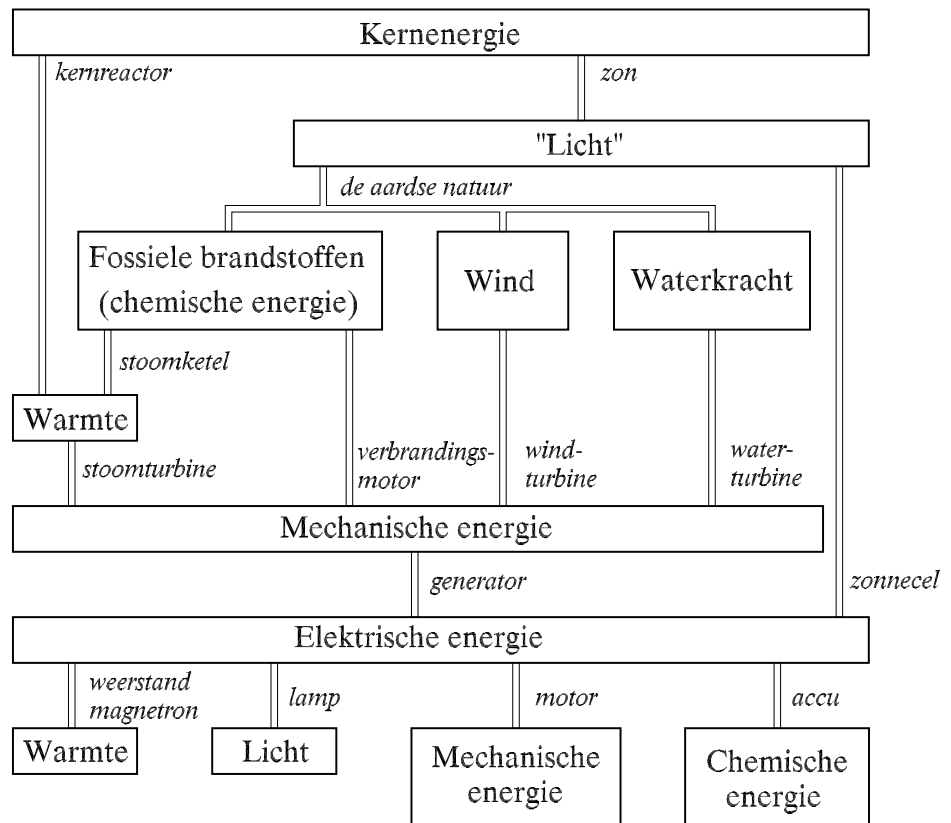
Een ander voordeel van elektrische energie is dat we elektrische energie eenvoudig kunnen beheersen, met bijvoorbeeld schakelaars: een olielamp moet je aansteken. Een belangrijk nadeel van elektrische energie is echter dat de opslag ervan zeer moeilijk is. De energiedichtheid van een accu is bijvoorbeeld veel kleiner dan de energiedichtheid van een tank benzine. Het gevolg is dan ook dat, bijvoorbeeld, vrijwel alle auto's op fossiele brandstoffen rijden en niet op elektriciteit.

Omdat we elektrische energie over het algemeen met een zeer goed rendement om kunnen zetten in andere energievormen, is elektriciteit een universeel toepasbare energievorm. Van de andere kant, kunnen we elektrische energie ook opwekken (omzetten) vanuit verschillende andere energievormen. Het een en ander is uitgebeeld in figuur 1.1. Bij deze figuur moeten we opmerken dat hij verre van volledig is; hij geeft echter wel een beeld van een aantal praktisch bruikbare omzettingen.

Noem drie voordelen en een nadeel van energie in de vorm van elektriciteit.

In het algemeen lopen de energiestromen in figuur 1.1 van boven naar beneden, alleen bij de accu is duidelijk sprake van een bedoeld omkeerbaar proces. Een aantal andere processen zijn in principe echter ook omkeerbaar: een motor kan bijvoorbeeld vaak ook als generator gebruikt worden, en een windturbine zouden we ook kunnen gebruiken als een ventilator.

Tot op heden werd elektriciteit voornamelijk opgewekt vanuit fossiele brandstoffen. De voorraad hiervan is echter eindig en er kleven veel milieubezwaren aan (vergroting van de hoeveelheid CO₂ in de atmosfeer en



Figuur 1.1 De centrale plaats van elektriciteit tussen andere energievormen

luchtverontreiniging). Er wordt de laatste decennia dan ook steeds meer kernenergie (kernsplijting) gebruikt, waarbij we echter problemen kunnen verwachten met de opslag van het afval en de veiligheid (veilige systemen zijn vaak ook duur). Bovendien is ook de voorraad uranium niet onbeperkt. Kernfusie lijkt een oplossing te gaan bieden op de lange termijn; het is nu echter pas in een (vroeg) onderzoeksstadium.

Waterkracht, windenergie en zonne-energie, in principe schone energiebronnen, worden wel duurzame energiebronnen genoemd. De eerste van deze drie wordt al een eeuw gebruikt voor de opwekking van elektrische energie, maar kan slechts een beperkte bijdrage leveren aan de elektriciteitsvoorziening. Dit laatste geldt ook voor windenergie. Windenergie heeft bovendien als nadeel dat hij niet altijd beschikbaar is: in geval van een grote bijdrage van energie uit de wind moeten we gaan denken over energie-opslag. Ook bij het gebruik van zonne-energie zullen we hieraan moeten denken. Zonne-energie heeft echter als zeer groot voordeel dat we hiermee in principe ruimschoots in onze totale energiebehoefte kunnen voorzien.

Als we de duurzame energiebronnen (financieel-)economisch bekijken, kunnen we opmerken dat waterkracht op veel lokaties zeer aantrekkelijk is, dat windenergie in de windrijke gebieden nog net niet economisch haalbaar is (wel als de olieprijs weer even hoog zouden zijn als ten tijde van de tweede energiecrisis in 1980) en dat zonne-energie voorlopig nog veel te duur is (behalve op moeilijk bereikbare plaatsen, zoals op boeien op

zee en in de bergen en andere dunbevolkte gebieden). We kunnen hieruit concluderen dat er op het gebied van de energietechniek nog een aantal grote problemen opgelost moeten worden.

Zoals we gezien hebben, werd bij de invoering van elektriciteit, de elektrische energie lokaal met één generator opgewekt. Later is men deze afzonderlijke systemen steeds meer met elkaar gaan verbinden: op dit moment zijn zeer grote delen van de wereld elektrisch gezien met elkaar verbonden. Daarvoor zijn een aantal redenen aan te geven. De belangrijkste is de verhoging van de betrouwbaarheid: als die ene generator zou uitvallen, zou het lokale net spanningsloos worden. Door een elektriciteitsnet via meer generatoren te voeden, waarbij niet alle generatoren volledig belast worden, kan men ervoor zorgen dat het uitvallen van één generator geen ernstige gevolgen heeft. Dit voordeel kunnen we economischer bereiken als het aantal voedende generatoren groter is.

Verklaar dit.

Een ander voordeel van een groot elektriciteitsvoorzieningssysteem is dat men in plaats van een groot aantal kleine opwekeenheden, een relatief klein aantal grote opwekeenheden kan gebruiken. Grotere opwekkingseenheden kunnen namelijk met een hoger (energetisch en economisch) rendement werken dan kleinere. Daar staat echter tegenover dat het transport van elektriciteit ook verliezen veroorzaakt. We zien in Nederland dan ook niet één grote elektriciteitscentrale, maar over het gehele land verspreid staande centrales, waarbij binnen elke centrale één of meer opwekeenheden staan. De grootste opwekeenheden hebben in Nederland een vermogen van 600 MW.

Daarnaast zien we echter ook een toenemend aantal zogenaamde warmte/kracht-eenheden. Hierbij wordt de bij de opwekking van elektriciteit vrijkomende warmte nuttig gebruikt. Omdat het transport van warmte relatief duur is (in vergelijking met het transport van elektrische energie), worden deze eenheden juist veelal decentraal geplaatst: bij de plaats waar de warmte nodig is. Ze zijn natuurlijk wel verbonden met het landelijke/Europese elektriciteitsnet.

Elektrische omzettingen in de informatietechniek

In de tweede helft van de 19e eeuw begon naast de ontwikkeling van de elektrische energietechniek ook de ontwikkeling van de (elektrische) informatietechniek. Hoewel beide disciplines op dezelfde fundamenteen rusten, hadden ze zeker in het begin weinig met elkaar te maken: de telegrafische, telefonische en radiografische informatie-overdracht werden in de 19e eeuw nog gevoed uit batterijen. Pas in een later stadium is men de energie voor deze systemen, via elektrische omzetters, gaan betrekken uit het elektriciteitsnet.

Behalve voor hun energievoorziening hebben informatie-verwerkende systemen ook nog elektrische omzetters nodig bij hun randapparatuur: de in- en de uitvoer van informatie. Hierbij moeten we bovendien bedenken dat we informatie ook overdragen als kleine hoeveelheden energie. We zul-

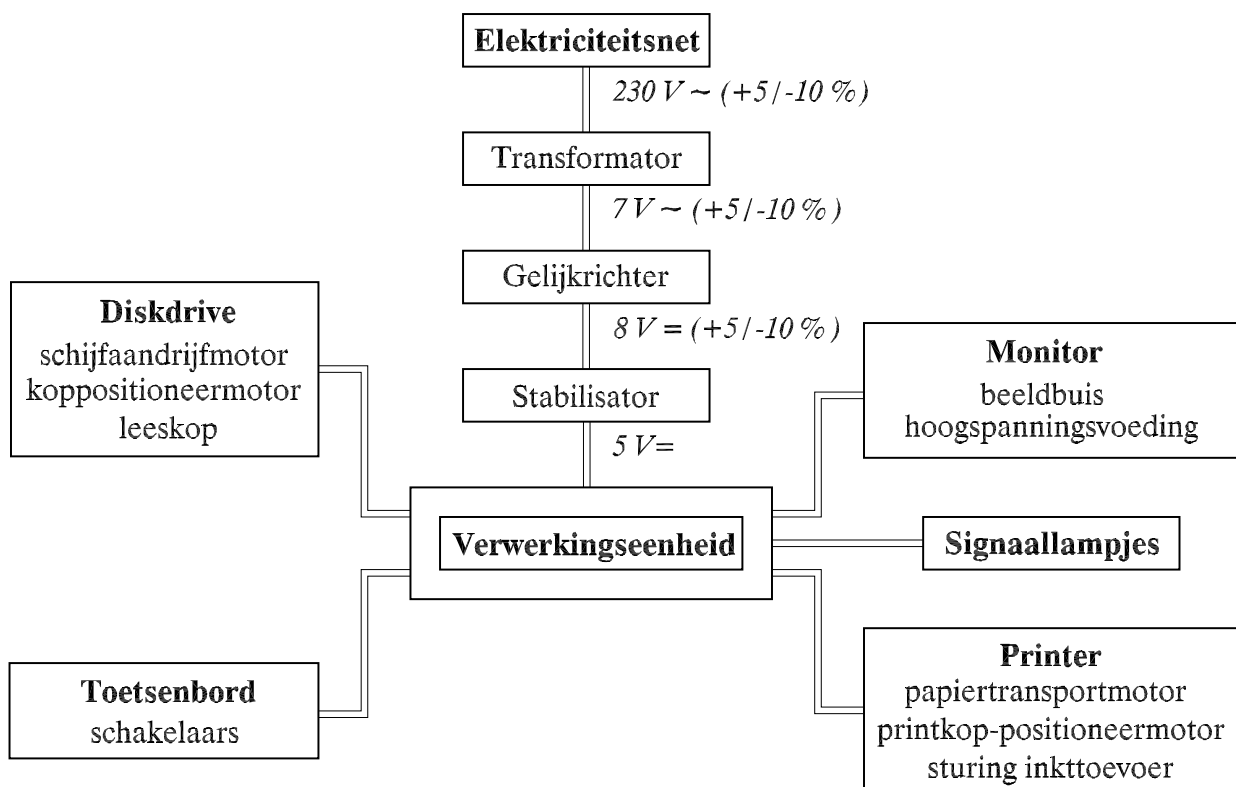
len het een en ander toelichten aan de hand van een personal computer, een betrekkelijk eenvoudig informatie-verwerkend systeem.

Voorbeeld

In figuur 1.2 zien we een schematische weergave van een personal-computer-systeem, bestaande uit een verwerkingseenheid, een toetsenbord, een disk-drive, een beeldscherm en een printer. Hoewel alle onderdelen energie nodig hebben om te kunnen werken, is alleen de energievoorziening van de verwerkingseenheid als voorbeeld iets verder uitgewerkt. Voor de voeding van de elektronica daarin is energie in de vorm van een constante gelijkspanning van 5 V nodig. Deze energie wordt aan het elektriciteitsnet onttrokken, waarvan de wisselspanning een nominale waarde heeft van 230 V, die maximaal +5 of -10 % in waarde mag variëren. Via een transformator wordt de energie omgezet in een vorm met een wisselspanning van ongeveer 7 V (amplitude 10 V; maximale variatie: +5/-10 %), waarna een gelijkrichter die energie omzet in een gelijkspanning van ongeveer 8 V (+5/-10 %). Een spanningsstabilisator (met een regelcircuit) zet deze "ruwe" gelijkspanning om in een constante gelijkspanning.

Voor de invoer van informatie aan de verwerkingseenheid kunnen we gebruik maken van een toetsenbord, waarin een eenvoudige omzetter (een schakelaar) de mechanische energie in onze vingers omzet in een verandering in elektrische vermogen.

We zouden echter ook gebruik kunnen maken van de informatie op een disk. Deze wordt in de "drive" rondgedraaid door een elektromotor, een omzetter van elektrische energie in mechanische energie. De lees-



Figuur 1.2 Elektrische omzettingen in een personal computer

kop, die eveneens door een elektromotor wordt gepositioneerd, zet de magnetisch opgeslagen informatie om in elektrische informatie.

De eenvoudigste vorm van uitvoer van een pc zijn de signaallampjes (bijvoorbeeld de indicatie dat "Num Lock" aan staat), waarin elektrische energie omgezet wordt in licht.

De omzetting van elektrische energie in licht vinden we ook in de beeldbuis van de monitor, waarop we de resultaten van de verwerkings-eenheid direct kunnen waarnemen. Voor de opwekking van de elektronenstraal in de beeldbuis is een hoge spanning nodig (10 à 25 kV), die via een aantal omzettingstappen verkregen wordt vanuit de netspanning.

We kunnen de resultaten echter ook via een printer aan het papier toevertrouwen. Bij dit randapparaat wordt het papier door een motortje voortbewogen. Daarnaast moet de printerkop steeds in de juiste positie gebracht worden, waarna de inkt op het papier aangebracht moet worden.

Overzicht van dit boek

Zoals al eerder vermeld, zullen we ons hier beperken tot een basisbehandeling van de omzetting van een vorm van elektrische energie in een andere vorm van elektrische energie en van de omzetting van mechanische in elektrische energie en omgekeerd. We zullen de omzetters daarbij behandelen vanuit het gezichtspunt van de energietechniek; de meeste zijn echter ook van belang voor de informatietechniek.

Zoals we al gezien hebben komt elektriciteit in een aantal vormen voor. We bespreken een aantal van deze vormen en hun geschiktheid voor elektrische energie-overdracht. Daarbij zullen we ook enige aandacht besteden aan het elektriciteitsvoorzieningssysteem.

Omdat bij veel omzetters een magnetisch circuit een belangrijke rol speelt, besteden we vervolgens als voorbereiding op die omzetters een hoofdstuk aan een aantal aspecten van magnetische circuits.

De eerste omzetter die aan bod komt, is de transformator: een wisselspanning/wisselspanningsomzetter, waarbij het magnetische circuit de hoofdrol speelt.

Het daarop volgende hoofdstuk geeft een inleiding op elektromechanische omzetters: de omzetters van elektrische in mechanische energie en omgekeerd. We zullen daarbij ingaan op het principe van elektromechanische omzettingen, waarbij vrijwel altijd een magnetisch circuit een belangrijke rol speelt.

Vervolgens gaan we in op een hele klasse van omzetters, namelijk de vermogenselektronische. Met deze omzetters, die gebaseerd zijn op het snel periodiek schakelen van energiestromen met halfgeleiders, kunnen we allerlei soorten omzetters maken. We zullen er daarvan enkele bekijken.

Het laatste deel van dit boek gaat over twee elektromechanische omzetters. In hoofdstuk 7 is dat de synchrone generator, de belangrijkste generator voor de elektriciteitsvoorziening, en in hoofdstuk 8 is dat de inductiemachine. Dit is de in de industrie meest gebruikte elektromotor.

2 Elektrische energie-overdracht

2.1 Inleiding

In het vorige hoofdstuk, de inleiding, hebben we al kennis gemaakt met de energievorm elektriciteit. Zoals we al weten, kan elektriciteit in verschillende vormen voorkomen, die zich op meer dan één kenmerk van elkaar kunnen onderscheiden. We kunnen bij deze kenmerken bijvoorbeeld denken aan gelijk- en wisselstroom, aan verschillende frequenties bij wisselstroom, aan één- of meerfasige systemen, aan verschillende spanningsniveaus, en aan verschillende stroomvormen (bijvoorbeeld blok- en sinusvorm) bij wisselstromen. Met elektrische omzeters kan de elektrische energie van de ene vorm omgezet worden in een andere vorm.

In dit hoofdstuk zullen we kijken naar een aantal onderscheidingskenmerken en naar de wijze waarop zij invloed hebben op de geschiktheid van een aantal vormen van elektriciteit voor de overdracht van energie. Bovendien besteden we terloops nog enige aandacht aan een aantal aspecten van een elektriciteitsvoorzieningssysteem. We gaan daarbij uit van het systeem zoals dat schematisch weergegeven is in figuur 2.1. Daarin kunnen we een bron van elektrische energie, een overdrachtssysteem en de te voeden belasting onderscheiden.



Figuur 2.1 Een transmissiesysteem

We beginnen in dit hoofdstuk met enkele algemene afspraken over elektrische grootheden. Vervolgens onderwerpen we de eerst gebruikte vorm van elektriciteit, de gelijkstroom, aan een nadere beschouwing. Daarbij kijken we naar spanningsniveaus en de wijze waarop meer belastingen op één bron kunnen worden aangesloten (in serie of parallel geschakeld).

Daarna gaan we verder met wisselstroom, waarbij we ook naar de vorm van de wisselstroom en de keuze van de frequentie kijken. In de volgende paragraaf vatten we een aantal belangrijke zaken uit de wisselstroomtheorie samen, waarbij we bijzondere aandacht besteden aan de notatie van de verschillende grootheden. Deze theorie gebruiken we bij de behandeling

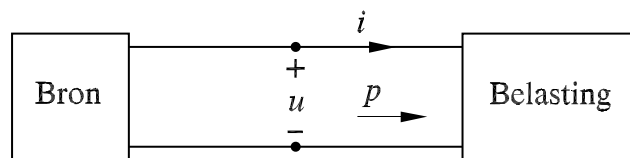
van de vermogensoverdracht met wisselstroom.

In het laatste deel van dit hoofdstuk breiden we de wisselstroomoverdracht uit naar de driefasige wisselstroomoverdracht (driefasen- of draaistroomsysteem), zoals die in het huidige landelijke elektriciteitsvoorzieningssysteem wordt gebruikt, en bespreken we enige aspecten van driefasensystemen en van dit elektriciteitsvoorzieningssysteem.

2.2 Enkele elektrische grootheden

Voordat we verder gaan met de discussie over verschillende vormen van elektriciteit zullen we hier een aantal afspraken vastleggen betreffende elektrische grootheden in netwerken. Deze afspraken zijn gebaseerd op, onder andere, het normblad NEN 3570.

Voor het vastleggen van de afspraken beginnen we met het uitwerken van het schema in figuur 2.1 tot dat in figuur 2.2, waarbij de algemene transmissie is vervangen door twee draden, die we hier nog ideaal veronderstellen.



Figuur 2.2 Een transmissiesysteem met twee ideale draden

Omdat de energie-overdracht meestal zal plaatsvinden van bron naar belasting, wordt de referentierichting van de energie-overdracht, en ook van het vermogen p , in figuur 2.2 van links naar rechts gekozen. Als de energie-overdracht op een bepaald moment van rechts naar links is, krijgt p een negatieve waarde. In principe is de keuze van de referentierichting een willekeurig gekozen richting. Dit geldt ook voor de referentiepolariteit van de spanning u en de referentierichting van de stroom i . Meestal zullen we richtingen en polariteit zodanig kiezen dat:

$$p = ui$$

Voor de meeste grootheden is het passende symbool een kleine letter (bijvoorbeeld u voor de spanning) dan wel een hoofdletter (bijvoorbeeld B voor de magnetische fluxdichtheid). Als de grootheid een functie van de tijd is, is dit symbool het symbool voor de momentele waarde. Als het wenselijk is nadrukkelijk aan te geven dat zo'n lettersymbool de momentele waarde van de grootheid voorstelt, mag de letter t tussen haakjes worden toegevoegd, bijvoorbeeld $B(t)$.

Voor enkele elektrische basisgrootheden kunnen zowel kleine letters als hoofdletters worden gebruikt. Als een dergelijke grootheid een functie van de tijd is, is de kleine letter het symbool voor een momentele waarde en de hoofdletter het symbool voor een gemiddelde waarde. Voorbeelden

zijn de symbolen zonder indices i en I voor stroom, die respectievelijk de tijdsafhankelijke momentele waarde en de effectieve waarde aanduiden (een effectieve waarde is een bijzondere gemiddelde waarde). Daarentegen is het de gewoonte bij een vermogen de hoofdletter P te gebruiken voor de ("gewone") gemiddelde waarde. Op de begrippen gemiddelde waarde en effectieve waarde komen we in deze paragraaf nog terug.

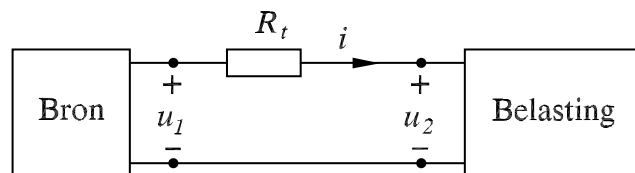
In Amerikaanse boeken wordt vaak het symbool v voor spanning gebruikt, wat ook overeenkomt met het voorkeurssymbool in de normen van de Verenigde Staten. In de internationale normen (International Organization for Standardization en International Electrotechnical Commission) wordt echter de voorkeur gegeven aan het symbool u . Het symbool V wordt daarbij gereserveerd voor de (elektrische) potentiaal. Het symbool V kan overigens ook verwarrend werken ten opzichte van de eenheid V (volt).

Als de grootheden u en i in figuur 2.2 periodiek zijn met periodetijd T , zal ook de grootheid p periodiek zijn. Meestal zijn we echter geïnteresseerd in het gemiddelde overgedragen vermogen, en wel het vermogen gemiddeld over de periodetijd T :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

Om het belang van het begrip effectieve waarde duidelijk te maken vervangen we de ideale draden van de transmissie in figuur 2.2 door draden met een totale weerstand R_t . Dit is in figuur 2.3 weergegeven. Voor het in de transmissie gedissipeerde momentele vermogen geldt nu:

$$p_t = (u_1 - u_2)i = R_t i^2 \quad (2.1)$$



Figuur 2.3 Een transmissiesysteem met weerstand

Als de stroom i periodiek is met periodetijd T , geldt voor het gemiddelde gedissipeerde vermogen:

$$P_t = R_t \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt$$

Deze uitdrukking krijgt dezelfde vorm als (2.1), als we de grootheid I invoeren volgens

$$I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt$$

Dit leidt tot de definitie van de effectieve waarde voor de stroom:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad (2.2)$$

Als de effectieve waarde I van een tijdsafhankelijke (periodieke) stroom bekend is, volgt daarmee dus het in een weerstand gedissipeerde vermogen eenvoudig uit RI^2 . De effectieve waarde van een stroom is dan ook vaak een maat voor het verlies. In plaats van de term effectieve waarde wordt vaak de term RMS-waarde gebruikt. Deze term komt van de Engelse uitdrukking: Root Mean Square.

Verklaar deze term.

De definitie van de effectieve waarde van de spanning u heeft dezelfde vorm als die van de stroom:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt} \quad (2.3)$$

Naast de in figuur 2.2 vermelde grootheden u , i en p (en het gemiddelde daarvan P) wordt vaak de grootheid schijnbaar vermogen S gebruikt. Dit is het product van de effectieve waarden U en I :

$$S = UI \quad (2.4)$$

Hiermee hebben we op dit moment al te maken met drie grootheden met in de naam de term vermogen.

Welke drie zijn dat?

Omdat we later we nog meer van deze grootheden tegenkomen, gebruiken we vanaf hier de voor het gemiddelde vermogen genormaliseerde naam: werkzaam vermogen.

Alhoewel de verschillende grootheden met de term vermogen dezelfde dimensie hebben, hebben ze niet allemaal dezelfde eenheid.

Waarom hebben ze alle dezelfde dimensie?

De tot nu toe ingevoerde grootheden hebben als eenheid:

- momenteel vermogen p : watt (W);
- gemiddeld of werkzaam vermogen P : watt (W);
- schijnbaar vermogen S : voltampère (VA).

Aan het einde van deze paragraaf voeren we nog de arbeidsfactor λ in, die gedefinieerd is als

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} \quad (2.5)$$

Het nut van de hier geïntroduceerde grootheden zal verderop verduidelijkt worden.

2.3 Gelijkstroomoverdracht

Bij het eerste te beschouwen elektrische systeem vindt de energie-overdracht plaats met gelijkstroom. We kunnen daarbij denken aan het systeem

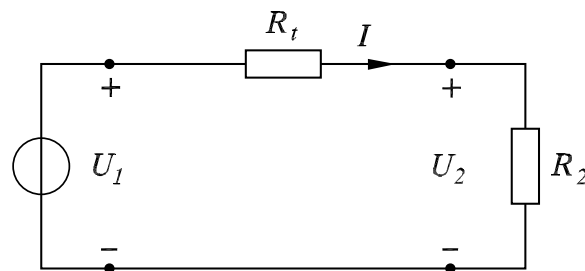
in figuur 2.3 waarbij de bron bijvoorbeeld een batterij is. Uitgaande van dit systeem zullen we onder andere kijken naar spanningsniveaus en de wijze waarop meer belastingen op één bron kunnen worden aangesloten.

Spanningsniveau

Als het over te dragen vermogen bekend is, is de keuze van het spanningsniveau in principe nog vrij. Om bij gegeven transmissieweerstand de verliezen te beperken, moet de transmissiestroom i zo laag en dus het spanningsniveau zo hoog mogelijk gekozen worden (zie uitdrukking (2.1)).

Voorbeeld

Om een indruk te krijgen van de grootte van de transmissieverliezen gebruiken we een systeem met enkele waarden die uit een huisinstallatie bekend zijn. Als voorbeeld nemen we de voeding van een lamp met een vermogen van 100 W bij een voedingsspanning van 220 V uit een gelijkspanningsbron van 220 V via twee draden met een lengte van 10 km en een doorsnede van 2.5 mm². Het elektrische netwerk voor dit systeem is weergegeven in figuur 2.4, waarin R_2 de lamp voorstelt.



Figuur 2.4 De voeding van een lamp als voorbeeld

Voor de weerstanden in dit netwerk geldt (de soortelijke weerstand van koper is: $\rho = 0.0175 \Omega\text{mm}^2/\text{m}$):

$$R_t = \frac{\rho l}{A} = 0.0175 \frac{2 \cdot 10000}{2.5} \Omega = 140 \Omega$$

$$R_2 = \frac{U^2}{P} = \frac{220^2}{100} \Omega = 484 \Omega$$

In het overdrachtssysteem treedt dus een spanningsverlies op van

$$\frac{R_t}{R_t + R_2} = 22 \%$$

Dit is meestal ontoelaatbaar.

Om de transmissieverliezen te beperken bij gegeven over te dragen vermogen, kunnen we dus de transmissieweerstand verkleinen of de spanning verhogen. Het verkleinen van de weerstand zou in de praktijk echter leiden tot onhanteerbaar dikke (en ook zeer dure) geleiders, zodat voor de overdracht van elektrische energie over grote afstanden dan ook hogere spanningen gebruikt worden (in Nederland tot 380 kV).

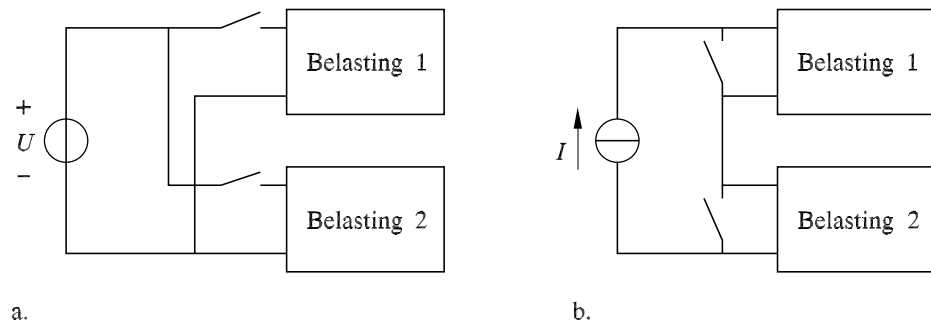
Een hogere spanning betekent echter ook dat de elektrische veldsterkte hoger is, wat van belang is voor het isolatiemedium tussen de geleiders (en

tussen de geleiders en aarde). Bij een te hoge veldsterkte kan er bijvoorbeeld doorslag van de isolatie optreden. Het een en ander betekent dat een hogere spanning resulteert in duurder isolatie en in meer vrije ruimte rond de geleiders bij bijvoorbeeld hoogspanningslijnen.

De keuze van het spanningsniveau is dus een optimalisatieproces waarbij de transmissieverliezen en de isolatiekosten belangrijke factoren zijn. Deze optimalisatie resulteert in zeer uiteenlopende spanningsniveaus in het gehele elektriciteitssysteem, namelijk van enkele V in micro-elektronische systemen tot 380 kV in het Nederlandse landelijke koppelnet.

Stroom- of spanningsnet

Als één bron meer belastingen moet voeden, kan dat in principe op twee manieren: de belastingen kunnen parallel of in serie geschakeld worden, zoals dat in figuur 2.5 schematisch is weergegeven voor twee belastingen.



Figuur 2.5 Het parallel of in serie schakelen van belastingen

Het parallel schakelen van belastingen betekent dat ze gevoed worden vanuit een bron met een constante spanning: er is een spanningsnet. Het in serie schakelen is in feite het duale geval: de belastingen worden gevoed vanuit een bron met een constante stroom, ofwel vanuit een stroomnet.

Leg uit waarom de belastingen bij de twee verschillende soorten voedingen op verschillende wijze in- en uitgeschakeld worden (zie figuur 2.5).

Er zijn echter twee belangrijke redenen waarom stroomnetten in de praktijk nauwelijks toegepast worden. De eerste is dat de meeste bronnen van nature min of meer het karakter van een spanningsbron hebben, zodat stroombronnen meestal met kunstgrepen gemaakt moeten worden. Een voorbeeld hiervan is een stuurbare spanningsbron die op zodanige wijze geregeld wordt dat hij zich gedraagt als een stroombron.

Om de tweede reden te begrijpen kijken we eerst even naar het spanningsnet. Hierbij wordt meestal één van de klemmen van de bron aan aarde gelegd, zodat het spanningsniveau (ten opzichte van aarde) in het systeem in principe nergens hoger kan worden dan de bronspanning. Dit betekent dat het isolatieniveau van de belastingen niet hoger hoeft te zijn dan voor de belasting zelf nodig is (één klem van de belasting ligt steeds aan aarde).

Bij het stroomnet daarentegen is het spanningsniveau (ten opzichte van aarde) afhankelijk van welke belastingen zijn ingeschakeld. Als nu weer

één van de klemmen van de bron aan aarde ligt, moet de isolatie van de belasting die met de andere klem verbonden is uitgelegd worden voor een spanningsniveau dat gelijk is aan de som van de spanningen over alle belastingen.

Controleer dit.

Bij een stroomnet worden dus veel hogere eisen aan het isolatieniveau van de belastingen gesteld dan bij een spanningsnet.

Slot

In deze paragraaf hebben we gezien dat elektriciteitsvoorzieningssystemen bij voorkeur als een spanningsnet worden uitgevoerd en dat het nuttig is om verschillende spanningsniveaus te hanteren. Dit laatste is met gelijkspanning echter niet eenvoudig, maar kan met behulp van transformatoren (zie hoofdstuk 4) bij wisselspanningsnetten wel eenvoudig gerealiseerd worden. Dit is in het verleden dan ook de reden geweest om wisselspannings- in plaats van gelijkspanningsnetten op te zetten.

Overigens kan het voor het transport van elektrische energie over zeer grote afstanden voordelig zijn om gebruik te maken van gelijkstroom, wat te maken heeft met mogelijke stabiliteitsproblemen bij zeer lange wisselstroomverbindingen en met het feit dat de verliezen bij wisselstroomtransmissie (iets) hoger zijn dan bij gelijkstroomtransmissie (We gaan in dit vak niet verder op deze aspecten in). We zien de laatste decennia dan ook steeds vaker zogenaamde HVDC-systemen (High Voltage Direct Current). Hierbij wordt wisselspanning eerst getransformeerd naar een zeer hoge spanning, die vervolgens met een gelijkrichter wordt omgezet in een gelijkspanning. Aan het einde van de transmissielijn wordt de gelijkspanning met een wisselrichter weer omgezet in een wisselspanning, die vervolgens weer met een transformator omgezet kan worden in een spanning van het gewenste niveau. Gelijkrichters en wisselrichters zijn zogenaamde vermogenselektronische omzeters, die in hoofdstuk 6 aan bod komen.

2.4 Wisselstroomgrootheden

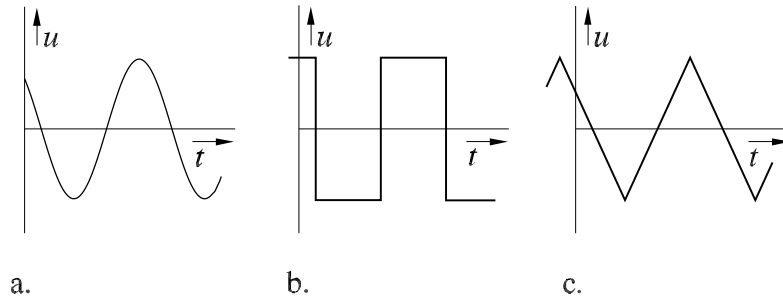
Keuze van de spanningsvorm

Zoals we in de vorige paragraaf gezien hebben, heeft wisselspanning ten opzichte van gelijkspanning het belangrijke voordeel dat wisselspanning eenvoudig getransformeerd kan worden. Hiermee hebben we echter nog niets gezegd over de vorm van de wisselspanning (de manier waarop de spanning als functie van de tijd verloopt). Hoewel de meesten daarbij waarschijnlijk aan een sinusvorm denken, is dit zeker niet de enige in de praktijk toegepaste vorm: bijvoorbeeld blokvormige en driehoekvormige spanningen en stromen worden ook regelmatig toegepast (zie figuur 2.6). Voor elektriciteitsnetten heeft de sinusvorm echter de voorkeur. Een belangrijke reden hiervoor kunnen we vinden in het feit dat de sinusvormige exci-

tatie van een lineair systeem resulteert in een sinusvormige responsie. Dit betekent dat alle spanningen en stromen in een zich min of meer lineair gedragend elektriciteitssysteem (min of meer) sinusvormig variëren en dat dus alle soorten belastingen (en bronnen) ontworpen kunnen worden voor deze sinusvorm. Voor andere spanningsvormen is dit niet het geval.

Hoe ziet de stroom door een spoel eruit als die aangesloten is op een bron met een blokvormige spanning?

Als we in het vervolg spreken over wisselstroomgrootheden, hebben we het steeds over sinusvormige grootheden, tenzij uitdrukkelijk anders aangegeven is.



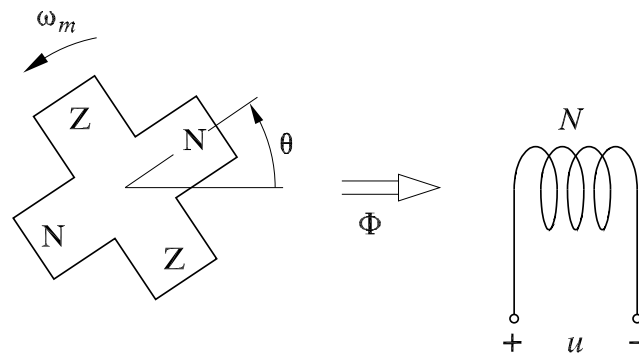
Figuur 2.6 Sinusvormige (a), blokvormige (b) en driehoekvormige (c) wisselspanningen

Keuze van de frequentie

Naast de vorm van de spanning, moet ook de frequentie van de wisselspanning van een elektriciteitsnet vastliggen.

Voor de keuze van de frequentie kijken we naar de in figuur 2.7 geschetste primitieve generator. Deze bestaat uit een vierpolige rotor met permanente magneten, die met een hoeksnelheid ω_m ronddraait, en een statorspoel met N windingen. De positie van de rotor wordt aangegeven met de hoek θ , waarvoor we aannemen:

$$\theta = \omega_m t$$



Figuur 2.7 Een primitieve generator

Verder veronderstellen we dat de magneten in de spoel een magnetische flux Φ veroorzaken die voldoet aan:

$$\Phi = \hat{\Phi} \cos(p\theta) = \hat{\Phi} \cos(p\omega_m t)$$

Hierin is p het aantal poolparen, dat in het geval van figuur 2.7 gelijk is aan twee. Voor de in de spoel opgewekte spanning geldt nu:

$$u = \frac{d(N\Phi)}{dt} = -p\omega_m N\hat{\Phi} \sin(p\omega_m t)$$

De frequentie f van de opgewekte spanning is dus

$$f = \frac{p\omega_m}{2\pi}$$

In praktische elektrische apparaten is de grootte van de flux Φ en het aantal windingen N beperkt omdat de ruimte beperkt is. Dit betekent dat bij dezelfde ruimte een hogere frequentie overeenkomt met een hogere spanning; bij gelijk blijvende stroom betekent dit een hoger vermogen. Het lijkt dan ook verstandig om de frequentie zo hoog mogelijk te kiezen.

Van de andere kant hebben de meeste aandrijfmachines (bijvoorbeeld een stoomturbine of een verbrandingsmotor) een toerental (hoeksnelheid ω_m) waarbij zij optimaal werken en is de constructie van generatoren met een hoog toerental en een groot aantal polen moeilijk (dure machine).

Deze overwegingen hebben op ons continent geleid tot de keuze voor een frequentie van 50 Hz en in Amerika voor een frequentie van 60 Hz. In vliegtuigen komen we overigens een boordnet tegen met een frequentie van 400 Hz. Dit is mogelijk omdat machines in vliegtuigen over het algemeen kleiner zijn, en daardoor gemakkelijker met een hoger toerental kunnen draaien.

Een andere reden om de frequentie niet te hoog te kiezen (maar eventueel wel veel hoger dan 400 Hz) is dat de magnetisch flux, die in veel elektrische apparaten een belangrijke rol speelt, meestal door een magnetisch circuit geleid wordt: de wisselingen in de flux veroorzaken verliezen in dit circuit die meer dan lineair toenemen met de frequentie van die wisselingen. We komen hier in de paragrafen 3.8 en 3.9 nog op terug.

Noem drie aandachtspunten bij de keuze van de frequentie.

2.5 Wisselstroomtheorie

In deze paragraaf vatten we een aantal belangrijke zaken uit de wisselstroomtheorie samen, waarbij we bijzondere aandacht besteden aan de notatie van de verschillende grootheden. We zullen voor de notatie gebruik maken van nationale (het normblad NEN 3570) en internationale normen (International Electrotechnical Commission, IEC-publicatie 27).

We staan eerst stil bij de beschrijving van de sinusvormige grootheden spanning en stroom en het daarbij behorende vermogen. Daarna berekenen we als voorbeeld de stroom in een RL -circuitje geëxciteerd door een

spanningsbron met een spanning die een sinusvormige functie van de tijd is door de differentiaalvergelijking voor dat circuitje op te lossen.

Vervolgens gaan we over op de complexe weergave van sinusvormige grootheden (fasoren) en laten we zien dat we de stroom met de complexe schrijfwijze veel eenvoudiger kunnen vinden. Daarbij kijken we ook naar de grafische weergave van fasoren (fasordiagrammen) en de berekening van via sinusvormige stromen en spanningen overgedragen vermogen met behulp van de complexe schrijfwijze.

De beschrijving van een sinusvormige grootheid

Als voorbeeld van een sinusvormige grootheid, zullen we kijken naar de spanning u , die we kunnen weergeven met

$$u = \hat{u} \cos(\omega t + \alpha) \quad (2.6)$$

Hierin is \hat{u} de (positieve) amplitude, ω de (positieve) cirkelfrequentie ($\omega = 2\pi f$ waarbij f de frequentie is), en α een fasehoek (de plaats in de cosinusgolf op $t=0$). We gebruiken u als kleine letter om aan te geven dat het een grootheid is die verandert met de tijd. Het accent circonflexe in \hat{u} geeft aan dat het de amplitude van u is.

In de praktijk is het niet gebruikelijk om de grootte van een sinusvormige spanning of stroom aan te geven met zijn amplitude: meestal gebruikt men daarvoor de effectieve waarde, in dit geval U (in het Engels: Root-Mean-Square value):

$$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$$

Laat met uitdrukking (2.3) zien dat U de effectieve waarde van u is.

Als men zegt dat de netspanning 230 V is, wil men daarmee zeggen dat de effectieve waarde (U) 230 V bedraagt.

We gebruiken U als hoofdletter om aan te geven dat het een eigenschap of afgeleide waarde is van de grootheid u (in dit geval dus de effectieve waarde).

We kunnen de spanning u volgens (2.6) nu dus schrijven als

$$u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha) \quad (2.7)$$

Vermogens

Voor het vastleggen van afspraken over het vermogen p gaan we weer uit van het schema in figuur 2.2. We veronderstellen daarbij dat de bron een spanningsbron is met een spanning volgens (2.7). Verder nemen we aan dat de belasting een lineair systeem is waarbij we de spanning u als de excitatie kunnen zien en de stroom i als de responsie. We kijken hier alleen naar de stationaire toestand, zodat in dit geval de responsie ook sinusvormig is. We kunnen nu voor de spanning u en de stroom i schrijven:

$$u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha) \quad ; \quad i = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \beta) \quad (2.8)$$

waarbij we de effectieve waarde I gebruiken om de grootte van de stroom aan te geven.

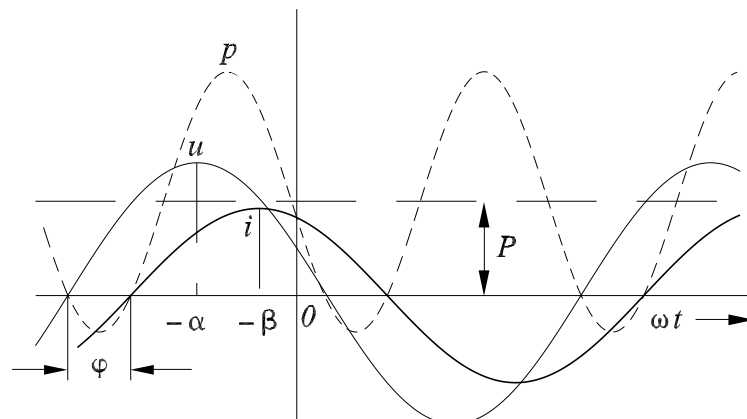
Hiermee volgt voor de momentele waarde van het vermogen:

$$p = ui = UI[\cos \varphi + \cos(2\omega t + \alpha + \beta)] \quad \text{met} \quad \varphi = \alpha - \beta \quad (2.9)$$

met als gemiddelde waarde (werkzaam vermogen):

$$P = UI \cos \varphi \quad (2.10)$$

De grootheden u , i en p zijn in figuur 2.8 als functie van de tijd uitgezet.



Figuur 2.8 De grootheden u , i en p als functie van de tijd

De hoek φ in bovenstaande uitdrukkingen is dus het faseverschil tussen de spanning en de stroom en de cosinus van die hoek is een begrip in de energietechniek: het is de arbeidsfactor voor het geval dat u en i sinusvormig verlopen.

Controleer dit aan de hand van de definitie van de arbeidsfactor volgens (2.5).

We kunnen de momentele waarde van het vermogen p volgens (2.9) ook anders schrijven:

$$\begin{aligned} p &= UI[\cos(\varphi) + \cos(2\omega t + \alpha + \beta)] \\ &= UI[\cos(\varphi) + \cos((2\omega t + 2\alpha) - (\varphi))] \\ &= UI \cos \varphi [1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)] + UI \sin \varphi \sin(2\omega t + 2\alpha) \end{aligned} \quad (2.11)$$

In deze uitdrukking zien we twee termen: de eerste heeft als gemiddelde waarde het werkzame vermogen en is steeds positief, terwijl de tweede term gemiddeld nul is. We kunnen de eerste term in verband brengen met het overgedragen vermogen. De tweede term daarentegen is het deel van het overgedragen vermogen dat in de transmissielijn op en neer gaat (en daarbij ook verliezen veroorzaakt). De amplitude van deze tweede term wordt het blindvermogen genoemd:

$$Q = UI \sin \varphi \quad (2.12)$$

Het blindvermogen wordt uitgedrukt in de eenheid var (afkomstig van het Engelse volt amperes reactive). Deze definitie is zodanig dat als de belasting in figuur 2.2 een zuivere inductiviteit ($\varphi = \pi/2$; Engels: reactor) is,

het blindvermogen gelijk is aan UI : men zegt dan ook wel dat een spoel blindvermogen opneemt.

Een condensator wordt een blindvermogensleverancier genoemd. Verklaar dit.

Met de definitie van het werkzaam vermogen (2.10) en de definitie van het blindvermogen (2.12) kunnen we de uitdrukking voor de momentele waarde voor het vermogen (2.11) ook schrijven als:

$$\begin{aligned} p &= P[1 + \cos(2\omega t + 2\alpha)] + Q \sin(2\omega t + 2\alpha) \\ &= P + P \cos(2\omega t + 2\alpha) + Q \sin(2\omega t + 2\alpha) \end{aligned}$$

Een inductiviteit en een capaciteit nemen twee keer per periode van de voedende spanning energie op en staan twee keer per periode energie af.

Hoe groot is in beide gevallen het werkzame vermogen P ?

Met de uitdrukking voor het werkzaam vermogen (2.10) en die voor het blindvermogen (2.12) volgt

$$P^2 + Q^2 = (UI)^2 (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) = (UI)^2$$

Met de uitdrukking voor het schijnbare vermogen (2.4) vinden we vervolgens

$$P^2 + Q^2 = (UI)^2 = S^2$$

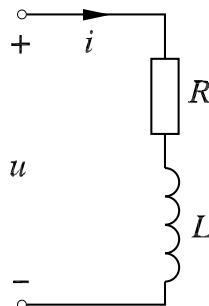
en dus ook:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (2.13)$$

Het voorbeeld

Voor de verdere uitleg maken we gebruik van het eenvoudige circuit in figuur 2.9 dat we kunnen zien als de belasting in het transmissiesysteem in figuur 2.2. Hierbij hoort de differentiaalvergelijking

$$Ri + L \frac{di}{dt} = u \quad (2.14)$$



Figuur 2.9 Het RL-circuit als voorbeeld

Omdat het een lineair circuit is en we uitgaan van sinusvormig met de tijd verlopende grootheden kunnen we weer gebruik maken van de uitdrukkingen voor u en i in (2.8).

Een directe oplossing

In dit eenvoudige voorbeeld kunnen we de oplossing van de differentiaalvergelijking (2.14) gemakkelijk direct vinden.

Als we de uitdrukkingen voor u en i in (2.8) in (2.14) substitueren, vinden we

$$RI\sqrt{2}\cos(\omega t + \beta) - \omega LI\sqrt{2}\sin(\omega t + \beta) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \alpha)$$

Als we vervolgens de reactantie X invoeren volgens

$$X = \omega L \tag{2.15}$$

en de vergelijking delen door $\sqrt{2}$, krijgen we

$$RI\cos(\omega t + \beta) - XI\sin(\omega t + \beta) = U\cos(\omega t + \alpha)$$

Vervolgens delen we de vergelijking door $\sqrt{R^2 + X^2}$ en herschrijven we hem:

$$I\left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}}\cos(\omega t + \beta) - \frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}}\sin(\omega t + \beta)\right) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}\cos(\omega t + \alpha)$$

Na invoering van de hoek φ volgens

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad ; \quad \sin\varphi = \frac{X}{\sqrt{R^2 + X^2}} \tag{2.16}$$

kunnen we deze vergelijking schrijven als

$$I(\cos\varphi\cos(\omega t + \beta) - \sin\varphi\sin(\omega t + \beta)) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}\cos(\omega t + \alpha)$$

Met een beetje kennis van goniometrie kunnen we dit omschrijven tot

$$I\cos(\omega t + \beta + \varphi) = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}\cos(\omega t + \alpha)$$

Omdat zowel de amplitude als de fase aan beide zijden aan elkaar gelijk moeten zijn, vinden we

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}} \quad ; \quad \beta = \alpha - \varphi \tag{2.17}$$

De oplossing van (2.14) voor de stationaire toestand bij een sinusvormige excitatie volgens (2.7) kunnen we dus schrijven als

$$i = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + X^2}}\cos(\omega t + \alpha - \varphi) \tag{2.18}$$

Zoals we kunnen zien, is de volgens (2.16) ingevoerde hoek φ de fasehoek tussen de spanning en de stroom, die we ook al gezien hebben in (2.9).

Vervolgen, voeren we de impedantie Z in volgens

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad (2.19)$$

wat in feite het quotiënt is van de effectieve waarde van de spanning en de effectieve waarde van de stroom. De oplossing (2.18) kunnen we nu uitdrukken als:

$$i = \frac{U\sqrt{2}}{Z} \cos(\omega t + \alpha - \varphi)$$

Complexe weergave van sinusvormige grootheden

De analyse van elektrische circuits met sinusvormige grootheden kan eenvoudiger worden als we de complexe weergave van sinusvormige grootheden (fasoren) gebruiken. Om deze weergave te krijgen, schrijven we de uitdrukking voor de sinusvormige spanning (2.7) als:

$$u = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left(U e^{j\alpha} e^{j\omega t} \right)$$

We kunnen nu de complexe effectieve waarde invoeren volgens

$$\underline{U} = U e^{j\alpha} \quad (2.20)$$

Deze complexe grootte wordt meestal fasor genoemd.

Er zijn nog twee andere complexe grootheden die soms gebruikt worden. De ene is de zogenaamde complexe amplitude volgens

$$\underline{\hat{u}} = \hat{u} e^{j\alpha} = U\sqrt{2} e^{j\alpha} = \underline{U}\sqrt{2}$$

Deze wordt ook weleens fasor genoemd. De andere complexe grootte is de complexe ogenblikswaarde

$$\underline{u} = \hat{u} e^{j(\omega t + \alpha)}$$

Dit is een zodanige functie van de tijd dat het reële deel daarvan weer de spanning u oplevert. We zullen in dit boek deze twee complexe grootheden niet gebruiken en alleen gebruik maken van de complexe grootte volgens (2.20) (de gewone fasor).

We kunnen hier nog opmerken dat we de complexe grootheden in dit boek kunnen herkennen aan de onderstreping. Deze onderstreping is van direct belang om onderscheid te maken tussen een effectieve waarde en een fasor (bijvoorbeeld tussen de reële effectieve waarde U en de complexe fasor \underline{U} , zoals we zien in (2.20)).

Een fasor is dus een grootte die zowel de grootte als de fase van een sinusvormige grootte representeert. Daarbij geldt voor de grootte van de fasor dat die gelijk is aan de effectieve waarde van de desbetreffende grootte:

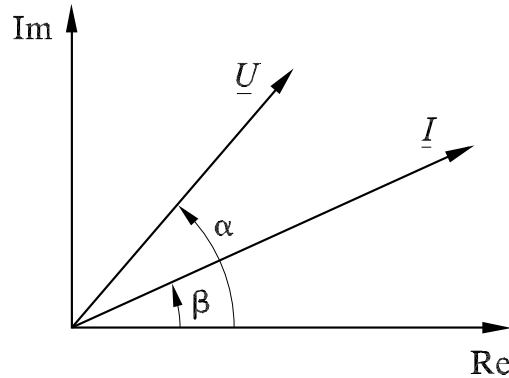
$$|\underline{U}| = U$$

We kunnen nu voor de excitatie en de responsie van ons voorbeeldsysteem schrijven:

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{2} \operatorname{Re} \left(\underline{U} e^{j\omega t} \right) \quad ; \quad \underline{U} = U e^{j\alpha} \\ i &= \sqrt{2} \operatorname{Re} \left(\underline{I} e^{j\omega t} \right) \quad ; \quad \underline{I} = I e^{j\beta} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Vergelijk dit met de uitdrukkingen voor u en i in (2.8).

Fasoren worden overigens vaak grafisch weergegeven in het complexe vlak zoals in figuur 2.10.



Figuur 2.10 Meetkundige voorstelling van \underline{U} en \underline{I}

We gaan nu verder met het vinden van de stroom in ons voorbeeldcircuit. Daartoe substitueren we de spanning en de stroom volgens (2.21) in de differentiaalvergelijking (2.14):

$$R\sqrt{2} \operatorname{Re} \left(\underline{I} e^{j\omega t} \right) + L \frac{d}{dt} \left(\sqrt{2} \operatorname{Re} \left(\underline{I} e^{j\omega t} \right) \right) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left(\underline{U} e^{j\omega t} \right)$$

Na deling door $\sqrt{2}$ en herschrijven, wordt deze vergelijking

$$\operatorname{Re} \left(R \underline{I} e^{j\omega t} \right) + \operatorname{Re} \left(L \frac{d}{dt} \left(\underline{I} e^{j\omega t} \right) \right) = \operatorname{Re} \left(\underline{U} e^{j\omega t} \right)$$

of

$$\operatorname{Re} \left((R + j\omega L) \underline{I} e^{j\omega t} \right) = \operatorname{Re} \left(\underline{U} e^{j\omega t} \right)$$

Omdat deze vergelijking geldig moet zijn voor elke waarde van t , kunnen we ook schrijven

$$(R + j\omega L) \underline{I} e^{j\omega t} = \underline{U} e^{j\omega t}$$

of

$$(R + j\omega L) \underline{I} = \underline{U} \quad (2.22)$$

Nadat we de complexe impedantie hebben ingevoerd volgens (met de definitie van de reactantie (2.15))

$$\underline{Z} = R + j\omega L = R + jX \quad (2.23)$$

kunnen we de stroom vinden met

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

Voor de grootten kunnen we schrijven (met (2.19), (2.21), en (2.23))

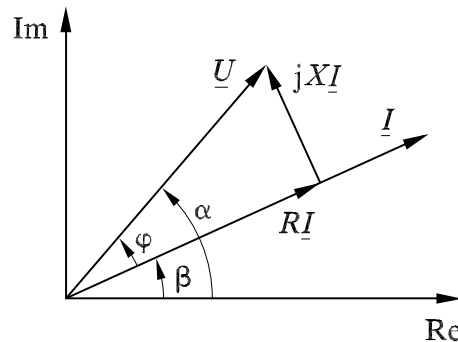
$$|\underline{I}| = \frac{|\underline{U}|}{|\underline{Z}|} \quad \text{of} \quad I = \frac{U}{Z} \quad \text{waarin} \quad |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2} = Z$$

Fasordiagrammen

Als we de spanningsvergelijking voor de stationaire toestand met sinusvormige grootheden voor figuur 2.9 ((2.22)) schrijven in de vorm

$$R\underline{I} + jX\underline{I} = \underline{U} \quad (2.24)$$

kunnen we gemakkelijk de grafische weergave van deze vergelijking maken waarbij we voor de fasehoeken gebruik maken van de uitdrukkingen voor de spannings- en de stroomfasor in (2.21) en de vergelijking voor het faseverschil φ in (2.17). Het resultaat is het fasordiagram in figuur 2.11, waarin we elk van de termen van vergelijking (2.24) kunnen herkennen.

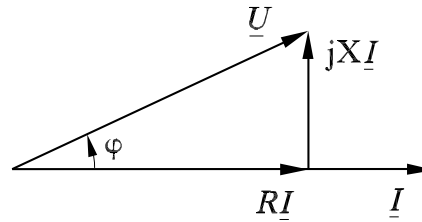


Figuur 2.11 Een fasordiagram bij figuur 2.9

Omdat de keuze van het tijdstip $t=0$ willekeurig is, is de fasehoek α in (2.8) ook willekeurig. In feite is alleen de hoek tussen de spannings- en de stroomfasor φ van belang voor de beschrijving van het systeem. Dit betekent dat we het fasordiagram over elke mogelijke hoek mogen verdraaien. Voor het tekenen van het fasordiagram, zou het handig kunnen zijn om de stroomfasor langs de horizontale as te leggen, zoals in figuur 2.12. We kunnen dit fasordiagram formeel krijgen door de spanningsvergelijking (2.24) te vermenigvuldigen met $e^{-j\beta}$.

Vermogens en de complexe weergave

Met $\varphi = \alpha - \beta$ volgens (2.9) en de uitdrukkingen voor de fasoren in (2.21) kunnen we de uitdrukking voor het werkzaam vermogen (2.10) en de uit-



Figuur 2.12 Het gedraaide fasordiagram bij figuur 2.11

drukking voor het blindvermogen (2.12) ook schrijven als:

$$\begin{aligned}
 P &= UI \cos \varphi = UI \cos(\alpha - \beta) = UI \operatorname{Re} \left(e^{j(\alpha - \beta)} \right) \\
 &= \operatorname{Re} \left(U e^{j\alpha} I e^{-j\beta} \right) = \operatorname{Re}(\underline{U} \underline{I}^*) \\
 Q &= UI \sin \varphi = UI \sin(\alpha - \beta) = UI \operatorname{Im} \left(e^{j(\alpha - \beta)} \right) \\
 &= \operatorname{Im} \left(U e^{j\alpha} I e^{-j\beta} \right) = \operatorname{Im}(\underline{U} \underline{I}^*)
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

De index rechtsboven * geeft hierbij aan dat het de complex geconjugeerde is.

Controleer deze uitdrukkingen.

Zoals we in (2.25) kunnen zien kan het handig zijn om een soort complex vermogen in te voeren dat overeenkomt met $\underline{U} \underline{I}^*$. Dit vermogen is het zogenaamde complexe vermogen of complexe schijnbare vermogen:

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = U e^{j\alpha} I e^{-j\beta} = UI e^{j\varphi} = |\underline{U}| |\underline{I}| e^{j\varphi} \tag{2.26}$$

Hierin zien we meteen dat de grootte van het complexe vermogen \underline{S} overeenkomt met het in (2.4) ingevoerde (reële) schijnbare vermogen: $|\underline{S}| = S$.

Met (2.26) kunnen we voor P , Q en \underline{S} volgens (2.25) schrijven:

$$P = \operatorname{Re} \underline{S} \quad ; \quad Q = \operatorname{Im} \underline{S} \quad ; \quad \underline{S} = P + jQ \tag{2.27}$$

Controleer met (2.13) dat de grootte van \underline{S} overeenkomt met S .

Samenvatting van symbolen

In deze paragraaf hebben we de volgende conventies voor symbolen gezien:

Complexe grootheden

\underline{u} complexe grootte ($\underline{u} = \operatorname{Re} \underline{u} + j \operatorname{Im} \underline{u}$)

$\operatorname{Re} \underline{u}$ het reële deel van \underline{u}

$\operatorname{Im} \underline{u}$ het imaginaire deel van \underline{u}

$|\underline{u}|$ modulus van \underline{u}

Sinusvormige grootheden

u momentele waarde:

$$u = \hat{u} \cos(\omega t + \alpha) = U \sqrt{2} \cos(\omega t + \alpha) = U \sqrt{2} \operatorname{Re} \left(e^{j(\omega t + \alpha)} \right)$$

\hat{u} de amplitude

- U de effectieve waarde (RMS-waarde): $U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$
 \hat{u} de complexe amplitude (deze zullen we hier niet gebruiken):
 $\hat{u} = \hat{u}e^{j\alpha}$ ($|\hat{u}| = \hat{u}$)
 u de complexe ogenblikswaarde (deze zullen we hier niet gebruiken):
 $u = \hat{u}e^{j(\omega t + \alpha)}$ ($u = \text{Re } u$)
 \underline{U} de complex effectieve (RMS) waarde (fasor): $\underline{U} = Ue^{j\alpha}$ ($|\underline{U}| = U$)
 De momentele waarde volgt uit de fasor met $u = \sqrt{2} \text{Re}(\underline{U}e^{j\omega t})$
Impedanties
 \underline{Z} de complexe impedantie: $\underline{Z} = R + j\omega L = R + jX$
 Z het quotiënt van de effectieve waarde van de spanning en de effectieve waarde van de stroom; dit is een reële grootheid:
 $Z = \sqrt{R^2 + X^2} = |\underline{Z}|$

2.6 Wisselstroomoverdracht

We bekijken de elektrische energie-overdracht met wisselstroom voor het geval dat de belasting behalve werkzaam vermogen ook blindvermogen opneemt, wat meestal het geval is. Zo'n belasting wordt wel ohms-inductief genoemd en we stellen hem hier voor met een impedantie

$$\underline{Z} = R + jX$$

waarbij R en X positief zijn. In de voorbeelden kiezen we het faseverschil φ tussen de spanning u en de stroom i zodanig dat geldt: $\cos \varphi = 0.85$.

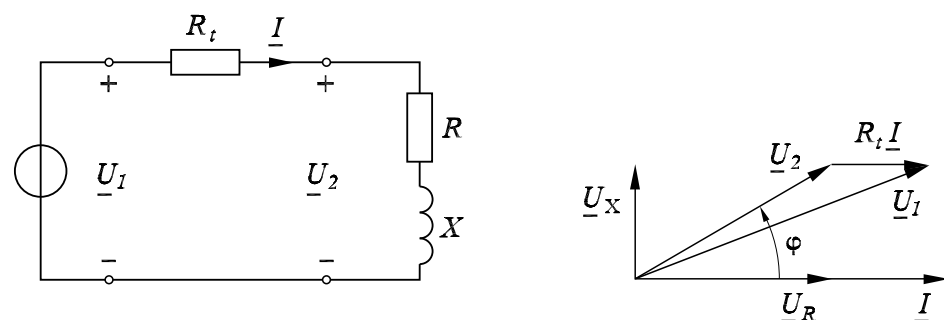
Een transmissielijn met een resistief karakter

We beginnen met een transmissielijn die we mogen representeren door een weerstand, zoals we in figuur 2.3 al hebben gedaan. We vinden dan het netwerk en het fasordiagram volgens figuur 2.13. Dit fasordiagram kunnen we eenvoudig samenstellen met de vergelijking:

$$\underline{U}_1 = R_t \underline{I} + \underline{U}_2 = R_t \underline{I} + \underline{U}_R + \underline{U}_X = R_t \underline{I} + R \underline{I} + jX \underline{I}$$

In figuur 2.13 ligt de stroomfasor langs de horizontale as, wat een willekeurige keuze is.

Controleer het fasordiagram in figuur 2.13.



Figuur 2.13 Een transmissiesysteem met een resistief karakter

Voor het verlies in de transmissie volgt:

$$P_t = R_t |\underline{I}|^2 = R_t \frac{|\underline{S}_2|^2}{|\underline{U}_2|^2} = R_t \frac{P_2^2 + Q_2^2}{|\underline{U}_2|^2} \quad (2.28)$$

Hierin is \underline{S}_2 het door de belasting opgenomen complexe schijnbare vermogen, P_2 het door de belasting opgenomen werkzame vermogen en Q_2 het door de belasting opgenomen blindvermogen.

Ga na welke vergelijkingen we nodig hebben om (2.28) af te leiden.

We kunnen bij (2.28) opmerken dat P_2 het vermogen is dat we nuttig gebruiken, dat we het transmissieverlies kunnen verkleinen door de spanning te verhogen (wat we al wisten) en dat bij gekozen netspanning het transmissieverlies door het werkzame vermogen en door het blindvermogen in gelijke mate bepaald wordt.

Blindvermogenscompensatie

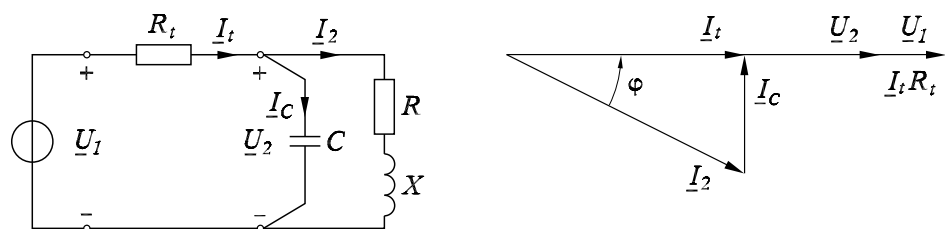
We kunnen het transmissieverlies beperken door te zorgen dat de transmissielijn geen blindvermogen hoeft af te geven. Dit kan met zogenaamde blindvermogenscompensatie, waarbij een condensator als blindvermogensleverancier parallel geschakeld wordt aan de belasting. Dit is in figuur 2.14 weergegeven. Het fasordiagram in deze figuur kunnen we samenstellen met de vergelijkingen:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_t \underline{I}_t + \underline{U}_2 & ; & \quad \underline{I}_t = \underline{I}_2 + \underline{I}_C \\ \underline{I}_C &= j\omega C \underline{U}_2 & ; & \quad \underline{U}_2 = (R + jX) \underline{I}_2 \end{aligned}$$

Voor het tekengemak ligt de fasor \underline{U}_2 langs de horizontale as.

Controleer het fasordiagram in figuur 2.14.

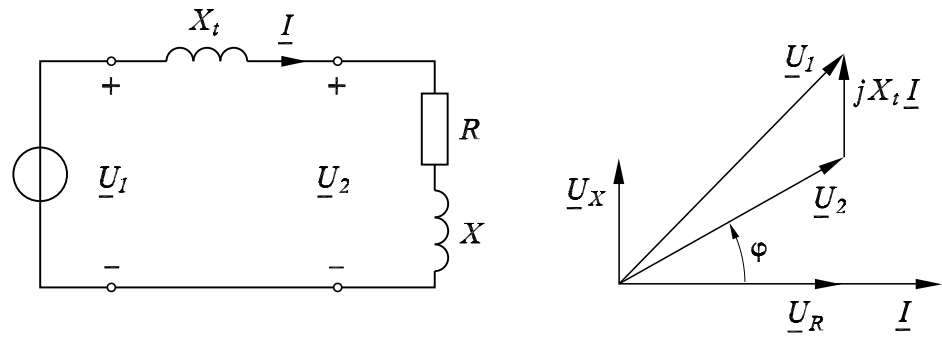
In de figuur kunnen we zien dat we hiermee bereikt hebben dat de transmissie geen blindvermogen hoeft over te dragen.



Figuur 2.14 Een transmissiesysteem met een resistief karakter met blindvermogenscompensatie

Een transmissielijn met een inductief karakter

Een redelijk realistisch model van een transmissielijn is dat waarbij de transmissie voorgesteld wordt als de combinatie van een weerstand en een spoel. Omdat in praktische systemen de reactantie van de spoel veel groter is dan de weerstand, verwaarlozen we hier eenvoudigheidshalve de weerstand. Zo ontstaat figuur 2.15.



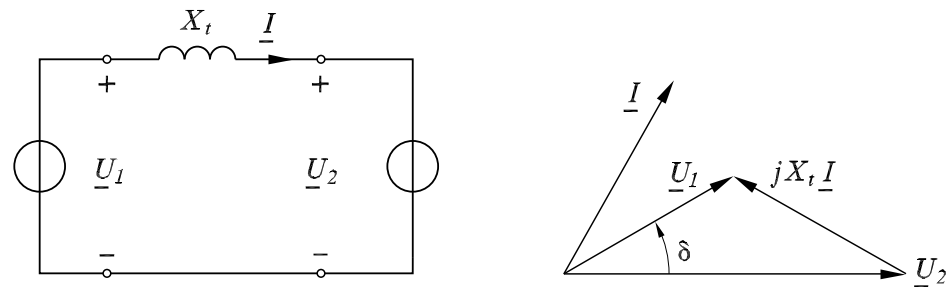
Figuur 2.15 Een transmissiesysteem met een inductief karakter

Bij een dergelijk transmissiesysteem is het spanningsverlies ten gevolge van de transmissie gering als de belasting relatief weinig blindvermogen opneemt (φ is klein): de grootte van de fasor \underline{U}_2 is nauwelijks kleiner dan de grootte van de fasor \underline{U}_1 . Als de belasting echter relatief veel blindvermogen opneemt (φ nadert richting $\pi/2$) zal het spanningsverlies wel relatief groot zijn.

Controleer dit met behulp van het fasordiagram in figuur 2.15.

Een interessante situatie doet zich voor als we het transmissiesysteem volgens figuur 2.15 gebruiken voor de koppeling tussen twee spanningsnetten, die we hier voorstellen als twee spanningsbronnen (zie figuur 2.16), met als fasoren:

$$\underline{U}_1 = |\underline{U}_1| e^{j\delta} \quad ; \quad \underline{U}_2 = |\underline{U}_2|$$



Figuur 2.16 Een transmissiesysteem met een inductief karakter tussen twee spanningsnetten

Voor het rekengemak hebben we de fasor \underline{U}_2 reëel gemaakt: voor de beschouwing is alleen het faseverschil tussen \underline{U}_1 en \underline{U}_2 (de hoek δ) van belang.

Voor het door de linker spanningsbron afgegeven complexe vermogen geldt:

$$\underline{S}_1 = \underline{U}_1 \underline{I}^* = \underline{U}_1 \left(\frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{jX_t} \right)^* = |\underline{U}_1| e^{j\delta} \left(\frac{|\underline{U}_1| e^{-j\delta} - |\underline{U}_2|}{-jX_t} \right)$$

Hiermee volgt voor het werkzame vermogen en voor het blindvermogen:

$$P_1 = \operatorname{Re}(\underline{S}_1) = \frac{|U_1||U_2|}{X_t} \sin \delta \quad ; \quad Q_1 = \operatorname{Im}(\underline{S}_1) = \frac{|U_1|^2}{X_t} - \frac{|U_1||U_2|}{X_t} \cos \delta$$

Hieruit blijkt dat het mogelijk is om met een inductieve transmissie energie te transporteren van een net naar een ander net, waarbij het ontvangende net een hogere spanning kan hebben dan het zendende net (verrassing?). Voorts blijkt het overgedragen werkzame vermogen evenredig te zijn met de sinus van het faseverschil tussen de twee netten δ . De hoek δ wordt daarom wel de lasthoek genoemd.

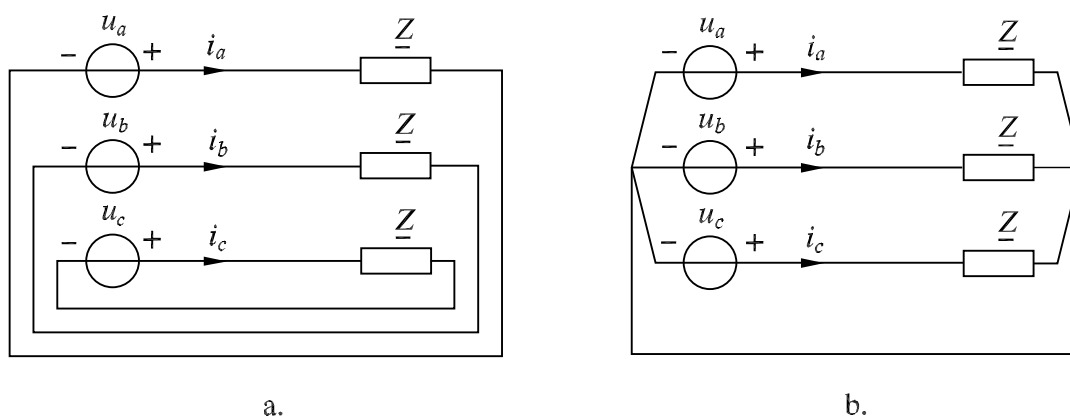
Ga een aantal verschillende situaties na met behulp van een fasordiagram zoals in figuur 2.16.

2.7 Driefasige systemen

Een constant overgedragen vermogen

Eén van de nadelen van energie-overdracht met behulp van wisselstroom is dat de momentele waarde van het overgedragen vermogen niet constant is. Zoals we in paragraaf 2.5 gezien hebben, bevat het momentele vermogen namelijk een wisselcomponent met een frequentie die twee keer zo groot is als de frequentie van de spanning. Deze wisselcomponent is met name hinderlijk bij de omzetting van elektrische energie in mechanische energie en omgekeerd (motoren en generatoren), omdat deze component resulteert in een wisselend koppel in de as van de machine. Dit probleem kunnen we ondervangen door de energie-overdracht niet via één fase, maar via drie fasen te laten plaatsvinden, waarbij de fasespanningen gelijkmatig in de tijd verschoven zijn. Overigens kan in principe ook een ander aantal fasen gebruikt worden, maar dat is praktisch gezien niet erg zinvol.

Een primitieve vorm van een driefasensysteem is in figuur 2.17a weergegeven. We zien hierin drie afzonderlijke wisselstroomtransmissiesystemen, bestaande uit drie spanningsbronnen, die door drie gelijke impedanties \underline{Z} belast worden. Vervolgens kunnen we de onderste drie verbindingen combineren tot één zogenaamde retourgeleider, die de sterpunten van bron en belasting met elkaar verbindt (zie figuur 2.17b).



Figuur 2.17 De ontwikkeling van een driefasig transmissiesysteem:
a drie afzonderlijke eenfasesystemen; b met gezamenlijke retourgeleider

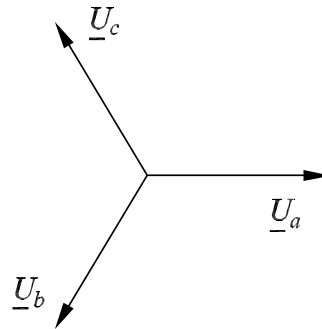
Voor de spanningen over de spanningsbronnen, de fasespanningen, schrijven we:

$$\begin{aligned} u_a &= U \sqrt{2} \cos(\omega t) \\ u_b &= U \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{2}{3}\pi) \\ u_c &= U \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{4}{3}\pi) \end{aligned} \quad (2.29)$$

De bij deze spanningen behorende fasoren

$$\underline{U}_a = U \quad ; \quad \underline{U}_b = U e^{-j\frac{2}{3}\pi} \quad ; \quad \underline{U}_c = U e^{j\frac{2}{3}\pi} \quad (2.30)$$

worden vaak grafisch weergegeven zoals in figuur 2.18.



Figuur 2.18 De spanningsfasoren van een driefasig systeem

De stromen door de transmissielijnen, de lijnstromen, geven we weer met:

$$\begin{aligned} i_a &= I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi) \\ i_b &= I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi - \frac{2}{3}\pi) \\ i_c &= I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi - \frac{4}{3}\pi) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Met (2.29) en (2.31) volgt voor de momentele waarde van het overgedragen vermogen:

$$\begin{aligned} p &= u_a i_a + u_b i_b + u_c i_c \\ &= UI [\cos \varphi + \cos(2\omega t - \varphi)] \\ &\quad + UI [\cos \varphi + \cos(2\omega t - \varphi - \frac{4}{3}\pi)] \\ &\quad + UI [\cos \varphi + \cos(2\omega t - \varphi - \frac{2}{3}\pi)] \\ &= 3UI \cos \varphi \end{aligned} \quad (2.32)$$

Hieruit blijkt dat de momentele waarde van het overgedragen vermogen bij een symmetrisch driefasig systeem constant is.

De geleiderverliezen

Met enige kennis van de goniometrie kunnen we zo zien dat de som van de drie lijnstromen in de uitdrukkingen (2.31) gelijk is aan nul. Dit is met

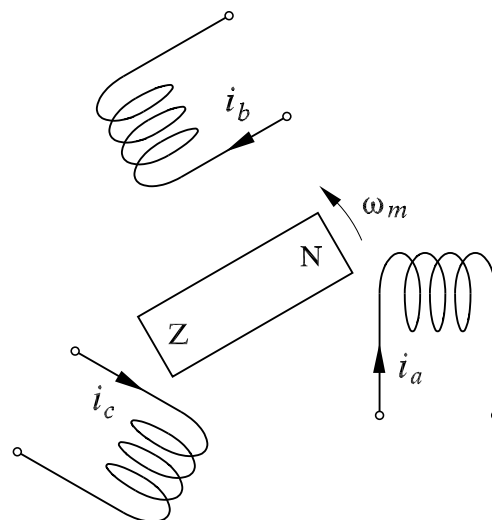
fasoren overigens eenvoudiger in te zien als we kijken naar figuur 2.18. We zien dan zo dat de som van drie fasoren die onderling $\frac{2}{3}\pi$ uit elkaar liggen gelijk is aan nul.

Dat de som van de drie fasestromen gelijk is aan nul betekent dat we bij een symmetrische systeem de retourgeleider weg kunnen laten. Verder heeft dit een belangrijk gevolg voor de geleiderverliezen, de verliezen ten gevolge van de weerstand van de geleiders. Als de figuren 2.17a en 2.17b met elkaar vergelijken, kunnen we zien dat de geleiderverliezen halveren.

Verklaar dit.

Draaistroommachines

Het grootste voordeel van driefasensystemen is echter gelegen in de mogelijkheid om gebruik te maken van draaistroommachines. Om dit te verduidelijken breiden we de primitieve generator in figuur 2.7 uit naar een driefasige machine zoals getekend in figuur 2.19 (met twee in plaats van vier polen).



Figuur 2.19 Een primitieve draaistroommotor

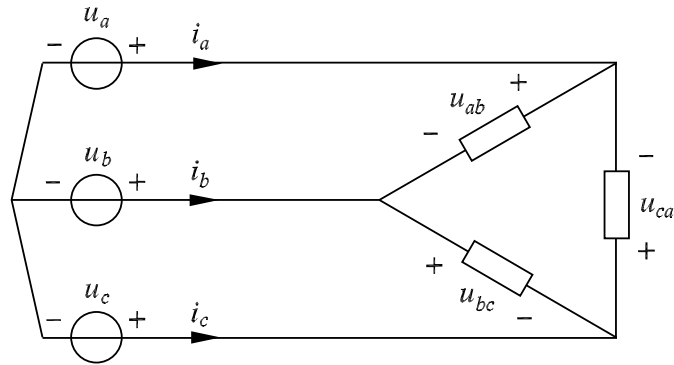
Als we de spoelen in deze machine voeden met een driefasig stelsel van stromen, ontstaat er door de achtereenvolgende bekrachtiging van elk van de spoelen een draaiend magneetveld dat de rotor met permanente magneten voorttrekt. Hiermee kan een zeer robuuste motor verkregen worden.

Vanwege de eigenschap om draaivelden op te kunnen wekken wordt een driefasig stelsel van wisselstromen vaak draaistroomstelsel genoemd.

Driefasenschakelingen

In de in figuur 2.17b gegeven schakeling zijn zowel de bron als de belasting in ster geschakeld. Het is echter ook mogelijk om de bron of de belasting, of beide, in driehoek te schakelen (zie het voorbeeld in figuur 2.20).

We krijgen dan te maken met de lijnspanningen of gekoppelde span-



Figuur 2.20 Een in ster geschakelde bron en een in driehoek geschakelde belasting

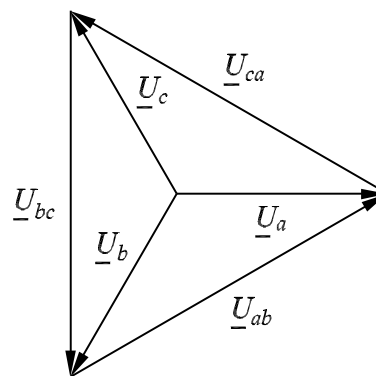
ningen, die volgen uit de verschillen van de fasespanningen:

$$\begin{aligned}
 u_{ab} &= u_a - u_b = U \sqrt{2} \left[\cos(\omega t) - \cos\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right) \right] \\
 &= U \sqrt{2} \left[-2 \sin\left(\frac{1}{3}\pi\right) \sin\left(\omega t - \frac{1}{3}\pi\right) \right] = \sqrt{3} U \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{1}{6}\pi\right) \\
 u_{bc} &= \sqrt{3} U \sqrt{2} \cos\left(\omega t - \frac{1}{2}\pi\right) \\
 u_{ca} &= \sqrt{3} U \sqrt{2} \cos\left(\omega t + \frac{5}{6}\pi\right)
 \end{aligned}$$

De bij deze spanningen behorende fasoren zijn:

$$\underline{U}_{ab} = \sqrt{3} U e^{j\frac{\pi}{6}} \quad ; \quad \underline{U}_{bc} = \sqrt{3} U e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad ; \quad \underline{U}_{ca} = \sqrt{3} U e^{j\frac{5\pi}{6}}$$

Deze fasoren en de fasoren van de fasespanningen zijn weergegeven in figuur 2.21. Als over de grootte van de spanning in een driefasensysteem gesproken wordt, wordt vrijwel altijd de gekoppelde spanning bedoeld, en niet de fasespanning.



Figuur 2.21 De spanningsfasoren van een driefasig systeem

2.8 Het elektriciteitsvoorzieningssysteem

In het voorgaande hebben we al een aantal aspecten van de elektriciteitsvoorziening besproken, zonder daarbij in te gaan op het systeem. In deze paragraaf bekijken we de opbouw van het systeem en besteden we enige aandacht aan belastingskarakteristieken en beveiliging.

Opbouw van het elektriciteitsvoorzieningssysteem

Voor de beschrijving van de opbouw van het elektriciteitsvoorzieningssysteem maken we gebruik van figuur 2.22.

Vrijwel alle elektrische energie wordt opgewekt in elektriciteitscentrales, waarin meestal enkele productie-eenheden (generator met zijn aandrijving) zijn opgesteld. Deze centrales zijn over het gehele land verspreid. Bij grote eenheden wordt de generator meestal aangedreven door een stoomturbine, die de stoom krijgt van een ketel die verwarmd wordt door verbranding van fossiele brandstoffen of van een kernsplijtingseenheid. Soms worden grote generatoren echter ook wel aangedreven door een waterturbine. Daarnaast zijn er nog kleinere eenheden waarbij een gasturbine de aandrijving verzorgt.

In verband met de isolatie in de generator ligt de opgewekte spanning rond 20 kV; met de generatortransformator wordt deze spanning omhoog getransformeerd naar bijvoorbeeld 150 kV of 380 kV.

Vervolgens wordt de energie getransporteerd via transmissielijnen naar de diverse onderstations. Voor de transmissie binnen provincies wordt veelal een spanning gebruikt van 150 kV of 110 kV, terwijl voor de transmissie binnen Nederland en binnen Europa spanningen van 380 kV of 220 kV worden gehanteerd. Het samenstel van deze laatste transmissieverbindingen heet het landelijke (of het Europese) koppelnet. Door in de netten mazen aan te brengen of door verbindingen dubbel uit te voeren, is de elektriciteitsvoorziening ook verzekerd wanneer er een verbinding door storingen of voor onderhoud buiten bedrijf is.

Vanuit de onderstations wordt de energie via distributielijnen met spanningen van bijvoorbeeld 10 kV of 50 kV gedistribueerd. Middelgrote verbruikers nemen veelal energie af bij een spanning van 10 kV, terwijl voor de kleinverbruikers een spanningsniveau van 400 V gebruikelijk is. Voor huishoudelijk gebruik wordt niet de gekoppelde spanning van 400 V gebruikt, maar de fasespanning van 230 V.

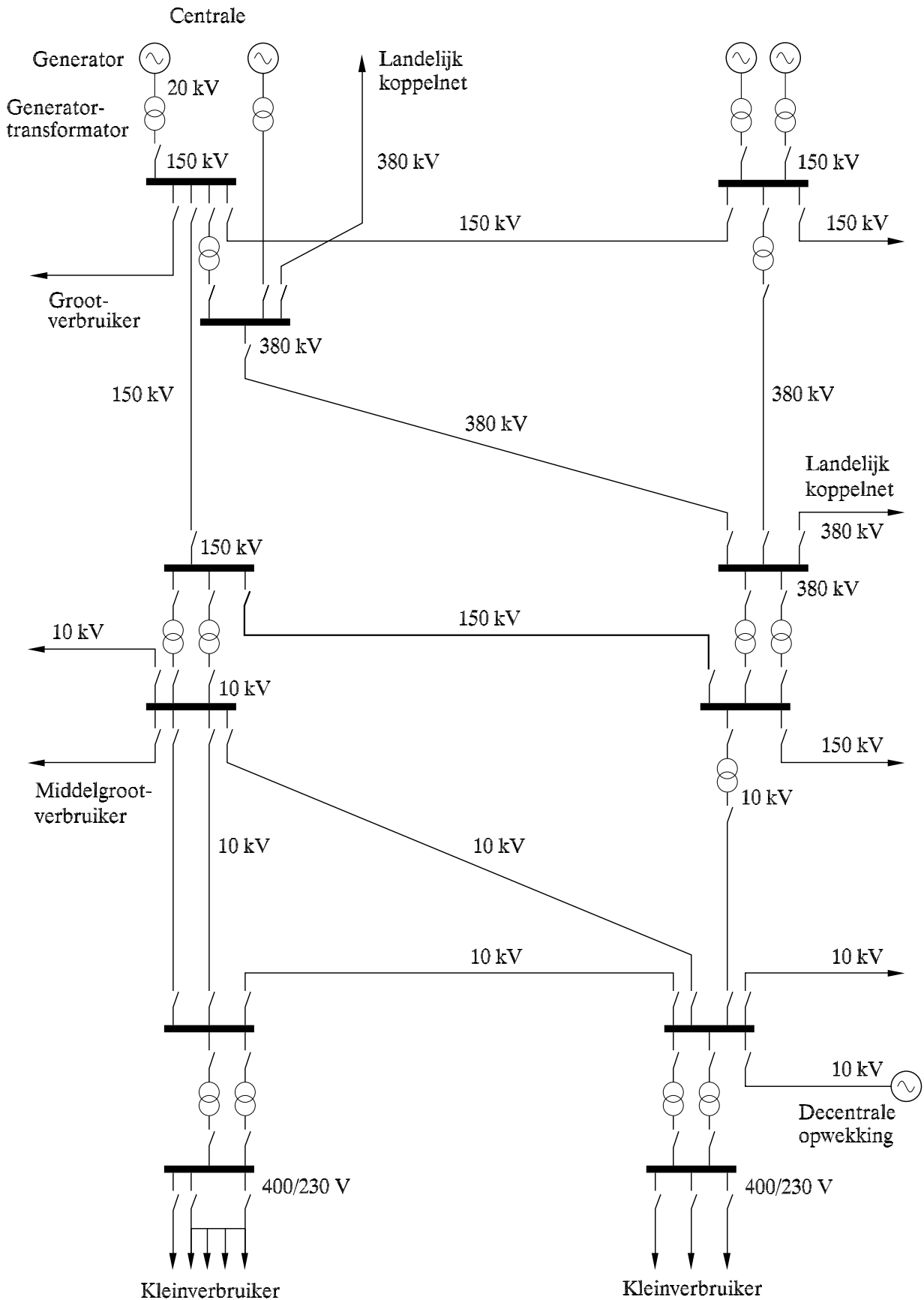
Leg dit uit aan de hand van de figuren 2.20 en 2.21.

Grootverbruikers kunnen overigens ook energie rechtstreeks onttrekken op transmissiespanningsniveau.

Naast de centrale opwekking zien we steeds meer decentrale opwekking van elektriciteit (warmte/kracht-eenheden, waterkracht, windenergie, zonne-energie), waarbij over het algemeen wordt ingevoed op het distributienet.

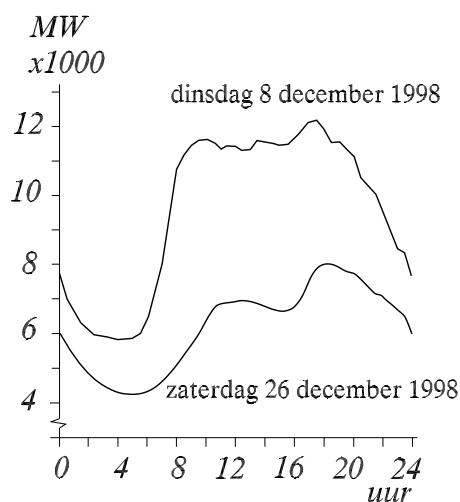
Belastingskarakteristieken

Het elektriciteitsvoorzieningssysteem wordt ontworpen om elektrische energie efficiënt en veilig aan de klant te leveren. De karakteristieken van de vraag naar elektrische energie maken deze taak vaak moeilijk. Met name de voorspelling van de groei van de vraag en het voldoen aan de dagelijkse en jaarlijkse belastingscycli zijn twee moeilijke uitdagingen.



Figuur 2.22 Een deel van het elektriciteitsvoorzieningssysteem

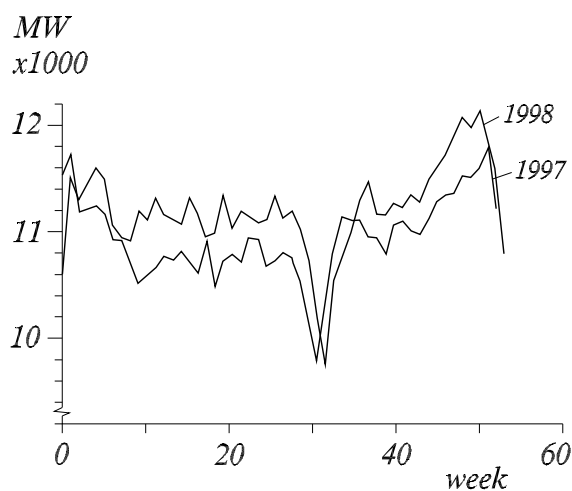
Aangezien de huidige stand van de techniek niet voorziet in de mogelijkheid om elektrische energie op te slaan op een efficiënte en economisch aantrekkelijke manier, moet elektrische energie opgewekt worden op het moment dat er om gevraagd wordt. De vraag naar elektrische energie varieert echter gedurende de dag, zoals we in de voorbeelden in figuur 2.23 kunnen zien. Omdat opwekeenheden alleen economisch werken in de buurt van vollast, moeten in de loop van de dag dus eenheden af- en bijge-



Figuur 2.23 Het verloop van de belasting voor heel Nederland over een dag

schakeld worden. Het starten van een grote eenheid vergt echter veel tijd en is een kostbare procedure. Dit heeft tot resultaat dat in geval van behoefte aan meer productievermogen gedurende enkele uren, kleinere pieklasteenheden ingezet worden. Deze eenheden, die vaak een gasturbine als aandrijfeenheid hebben, hebben weliswaar een kleiner rendement, maar hebben ook lagere opstartkosten en zijn vlug in bedrijf te stellen.

Net zoals de belasting over de loop van de dag varieert, varieert hij ook gedurende een jaar. Als illustratie hiervoor zien we in figuur 2.24 de weke-



Figuur 2.24 Wekelijkse piekbelasting voor heel Nederland over een jaar

lijks opgetreden piekbelasting voor heel Nederland voor de jaren 1997 en 1998. De jaarlijkse belastingsvariaties zijn zeer belangrijk voor de planning van het onderhoud aan de componenten van het systeem: tijdens de piekbelasting is het wenselijk om alle middelen ter beschikking te hebben.

Beveiliging

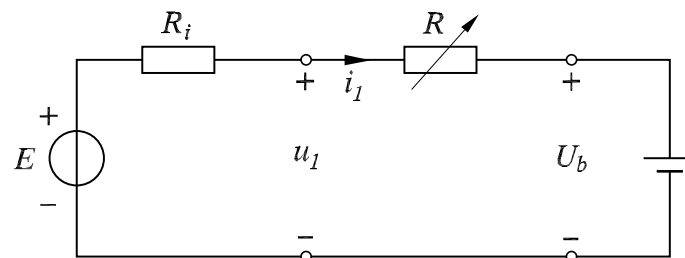
Een fout is elke omstandigheid die de energiestroom in het net verstoort. Fouten kunnen bijvoorbeeld optreden door zware weersomstandigheden (zeer sterke wind, blikseminslag), door kortsluiting van één of meer geleiders ten gevolge van uitwendige oorzaken (vallende bomen, graafmachines) en falen van de isolatie. Het beveiligingssysteem van de elektriciteitsvoorziening moet zodanig ontworpen zijn dat fouten snel gedetecteerd en gelokaliseerd worden, zodat de gestoorde systeemonderdelen snel geïsoleerd kunnen worden en de voorziening van elektriciteit voor zoveel mogelijk gebruikers niet verbroken wordt.

2.9 Vraagstukken

De uitwerkingen van onderstaande vraagstukken staan op de internetsite <http://www.vssd.nl/hlf/e004.htm>.

Opgave 2.1

Een accu wordt opgeladen met behulp van de schakeling volgens onderstaande figuur.



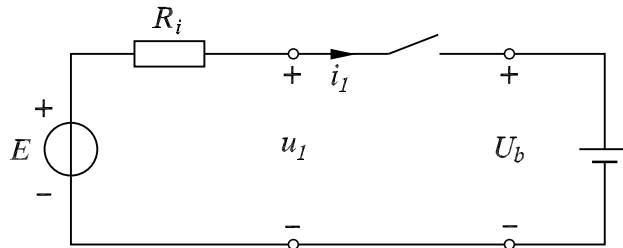
De accu met een spanning U_b van 12 V wordt opgeladen uit een gelijkspanningsvoeding met een inwendige spanning E van 20 V en een inwendige weerstand R_i van 0.1 Ω . De gemiddelde laadstroom van de accu moet 10 A zijn. De verliezen in de voedingsbron beperken zich tot de dissipatie in de inwendige weerstand R_i . De accu is verliesvrij.

- 2.1a Op welke waarde moet de regelbare weerstand R ingesteld worden?
- 2.1b Het rendement van de gehele schakeling wordt gedefinieerd als het quotiënt van het gemiddelde vermogen dat de accu opneemt en het gemiddelde vermogen dat de inwendige spanningsbron van de voeding afgeeft. Bereken het rendement η van de gehele schakeling.
- 2.1c Het rendement van de voeding wordt gedefinieerd als het quotiënt van het

gemiddelde vermogen dat de voeding afgeeft en het gemiddelde vermogen dat de inwendige spanningsbron van de voeding afgeeft.

Bereken het rendement η_1 van de voeding.

- 2.1d Bereken de arbeidsfactor λ_1 voor de klemmen van de voeding.
- 2.1e Vervolgens wordt de regelbare weerstand in de schakeling vervangen door een schakelaar zoals in onderstaande figuur is aangegeven. Deze schakelaar wordt periodiek in- en uitgeschakeld met periodetijd T . Hierbij is de schakelaar gedurende de tijd dT gesloten en gedurende de tijd $(1-d)T$ geopend.



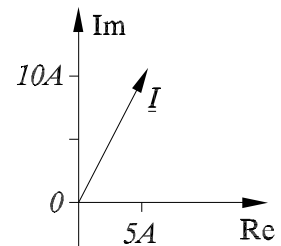
Schets het verloop van de stroom als functie van de tijd.

- 2.1f De factor d wordt zodanig gekozen dat de gemiddelde laadstroom weer 10 A is. Geef de waarde van d .
- 2.1g Bereken het rendement η van de gehele schakeling.
- 2.1h Bereken het rendement η_1 van de voeding.
- 2.1i Wat kun je opmerken ten aanzien van de rendementen in de twee beschouwde situaties?
- 2.1j Bereken de arbeidsfactor λ_1 voor de klemmen van de voeding.

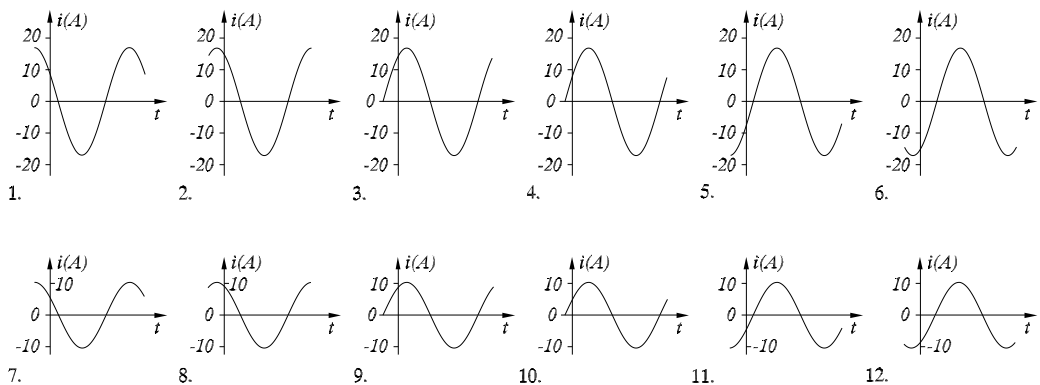
Opgave 2.2

Deze opgave is een oefening met een aantal basisbegrippen uit de wisselstroomtheorie.

Voor de stroom i geldt nevenstaande fasor.



- 2.2a Welke van onderstaande figuren behoort daarbij?

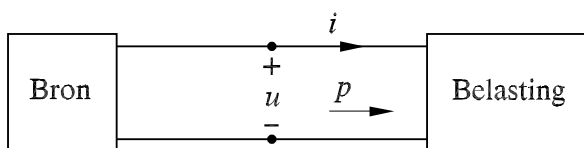


We beschouwen vervolgens het overdrachtsysteem in onderstaande figuur.

De voedende bron levert een wisselspanning volgens

$$u = 230\sqrt{2} \cos\left(2\pi 50t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ V.}$$

$$\text{Voor de stroom geldt: } i = 15\sqrt{2} \cos\left(2\pi 50t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ A.}$$

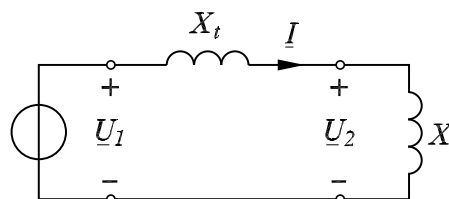


- 2.2b Geef voor de stroom i de volgende grootheden: de effectieve waarde, de amplitude, de gemiddelde waarde, de complexe effectieve waarde (fasor), de complexe amplitude, de frequentie en de cirkelfrequentie.
- 2.2c Geef de volgende grootheden die betrekking hebben op het vermogen p dat de bron levert (let op de referentierichting): (de tijdsfunctie voor) de momentele waarde van het vermogen, het schijnbare vermogen, het complexe schijnbare vermogen, het werkzame vermogen, het blindvermogen en de arbeidsfactor.

Opgave 2.3

We beschouwen het overdrachtsysteem in nevenstaande figuur.

De voedende bron levert een wisselspanning van 230 V met een frequentie van 50 Hz (\underline{U}_1).



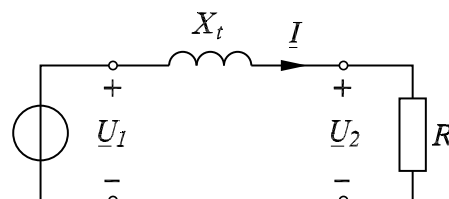
De transmissie wordt voorgesteld met een reactantie X_t met een waarde van 0.3Ω .

De belasting is een reactantie X (inductiviteit) van 1.5Ω .

- 2.3a Schets het fasordiagram in ongeveer de juiste verhoudingen. Geef de spanning over de belasting en het door de belasting opgenomen blindvermogen (denk aan de eenheden).

- 2.3b Vervolgens beschouwen we het geval dat de belasting bestaat uit een weerstand R van 1.5Ω .

Schets het fasordiagram in ongeveer de juiste verhoudingen.

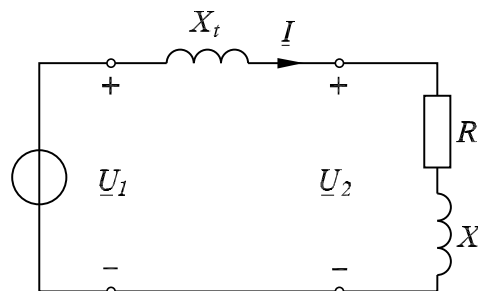


Geef de spanning over de belasting en het door de belasting opgenomen blindvermogen.

- 2.3c Ten slotte nemen we een gemengde belasting: $R = 1.5 \Omega$; $X = 1.5 \Omega$

Schets het fasordiagram in ongeveer de juiste verhoudingen.

Geef de spanning over de belasting en het door de belasting opgenomen blindvermogen.



- 2.3d Vervolgens passen we blindvermogenscompensatie toe door een condensator parallel aan de belasting te schakelen. Deze condensator wordt zodanig gekozen dat de belasting inclusief deze condensator geen blindvermogen opneemt.

Schets het fasordiagram in ongeveer de juiste verhoudingen. Noem de stroom door de belasting I_2 , de stroom door de condensator I_C en de stroom door de transmissie I_t .

Hoe groot moet de condensator zijn?

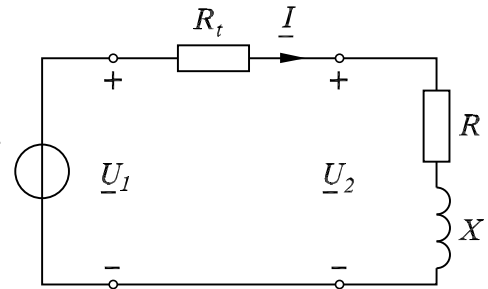
Opgave 2.4

We beschouwen het overdrachtsysteem in nevenstaande figuur.

De voedende bron levert een wisselspanning van 220 V met een frequentie van 50 Hz (\underline{U}_1).

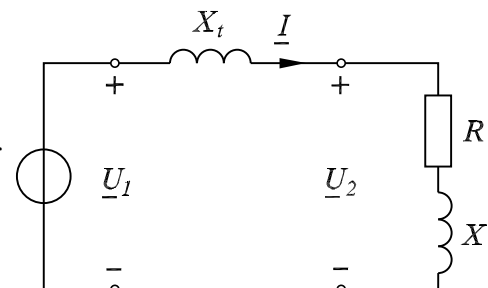
De transmissie wordt voorgesteld met een weerstand R_t met een waarde van 1 Ω .

De belasting is samengesteld uit een weerstand R (10 Ω) en een inductiviteit van 3.2 mH.



- 2.4a Schets het fasordiagram in ongeveer de juiste verhoudingen.
- 2.4b Bereken voor het door de bron afgegeven vermogen respectievelijk: P_1 , Q_1 , $|\underline{S}_1|$, \underline{S}_1 en λ_1 (denk aan de eenheden).
- 2.4c Bereken voor het door de belasting opgenomen vermogen respectievelijk: P_2 , Q_2 , $|\underline{S}_2|$, \underline{S}_2 en λ_2 .
- 2.4d Wat valt je bij een beschouwing van de berekende waarden op?
- 2.4e Hoe groot moet een condensator parallel aan de belasting zijn om ervoor te zorgen dat de belasting inclusief de condensator geen blindvermogen opneemt?
- 2.4f Hoe groot is in dat geval de stroom in R_t ?

- 2.4g Vervolgens wordt de transmissie voorgesteld met een reactantie X_t met een waarde van 1 Ω zoals in nevenstaande figuur is aangegeven. Schets het fasordiagram in ongeveer de juiste verhoudingen.



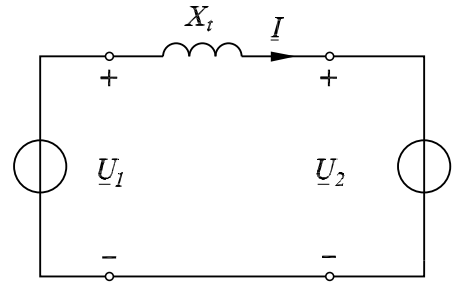
- 2.4h Bereken voor het door de bron afgegeven vermogen respectievelijk: P_1 , Q_1 , $|\underline{S}_1|$, \underline{S}_1 en λ_1 .
- 2.4i Bereken voor het door de belasting opgenomen vermogen respectievelijk: P_2 , Q_2 , $|\underline{S}_2|$, \underline{S}_2 en λ_2 .
- 2.4j Wat valt je bij een beschouwing van de berekende waarden op?

Opgave 2.5

Twee (eenfasige) wisselspanningsnetten zijn gekoppeld via een transmissielijn met een inductief karakter. Deze spanningsnetten stellen we hier voor als twee spanningsbronnen (zie nevenstaande figuur), met als fasoren:

$$\underline{U}_1 = |\underline{U}_1| e^{j\delta} \quad ; \quad \underline{U}_2 = |\underline{U}_2|$$

De reactantie X_t heeft een waarde van 4Ω , $|\underline{U}_1|$ is 200 V en $|\underline{U}_2|$ is 250 V. Schets voor $\delta = \pi/6$ rad en voor $\delta = -\pi/6$ rad, het fasordiagram in ongeveer de juiste verhoudingen, bereken het door bron 1 afgegeven werkzame vermogen en het door bron 1 afgegeven blindvermogen en bereken het door bron 2 opgenomen werkzame vermogen en het door bron 2 opgenomen blindvermogen.



Opgave 2.6

Een symmetrische driefasige bron met fasespanningen van 230 V voedt drie weerstanden die in driehoek geschakeld zijn. Voor de weerstand tussen de fasen a en b geldt $R_{ab} = 15 \Omega$. Voor de andere twee weerstanden geldt $R_{bc} = R_{ca} = 10 \Omega$.

- 2.6a Bereken de stromen door elk van de weerstanden.
 2.6b Bereken de stromen die elk van de fasen van de bron moet leveren.