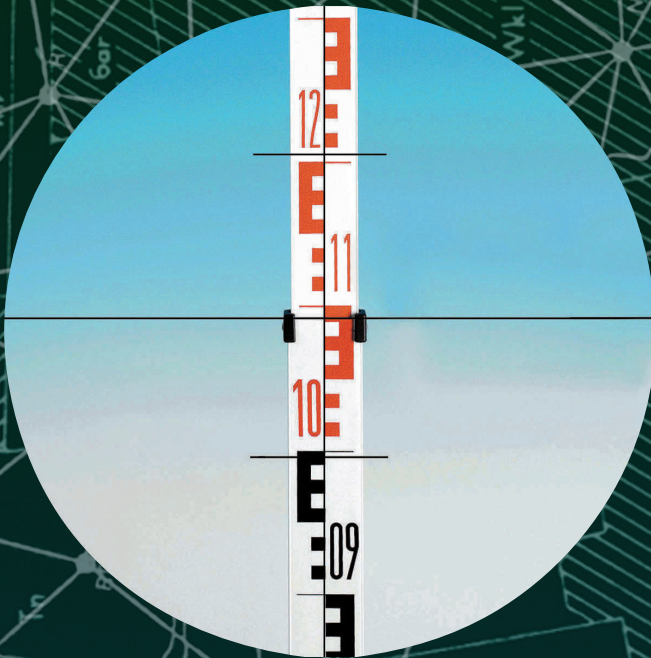


Inleiding Landmeetkunde



J.E. Alberda
J.B. Ebbinge

Inleiding Landmeetkunde

Inleiding Landmeetkunde

J.E. Alberda

J.B. Ebbinghe

© **VSSD**

Eerste druk 1978

Zevende druk **2003-2006**

Uitegegeven door de VSSD

Leeghwaterstraat 42, 2628 CA Delft, The Netherlands

tel. +31 15 27 82124, telefax +31 15 27 87585, e-mail: hlf@vssd.nl

internet: <http://www.vssd.nl/hlf>

URL over dit boek: <http://www.vssd.nl/hlf/landmeet.html>

De uitgever stelt aan docenten die dit boek in cursusverband gebruiken, desgewenst de collectie digitale illustraties ter beschikking. Een verzoek kan ingediend worden bij hlf@vssd.nl

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveel-voudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of op enige andere manier, zonder vooraf-gaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

Gedrukte versie:

ISBN-10 90-407-2387-7

ISBN-13 9789040723872

Elektronische versie:

ISBN-10 90-71301-87-7

ISBN-13 978-90-71301-87-2

NUR 930, 950

Trefw.: landmeetkunde

Voorwoord bij de zevende druk

De eerste druk verscheen in 1978. In het voorwoord van die eerste druk is aangegeven op welke gebruikers het boek zich richt. Deze oriëntatie is in deze nieuwe editie niet wezenlijk veranderd, maar de geodesie inclusief de landmeetkunde heeft in die 25 jaar wél een enorme ontwikkeling doorgemaakt.

In de opeenvolgende edities is getracht deze ontwikkeling op het beoogde niveau van het boek te schetsen. Verouderende en verouderde technieken zijn daarbij slechts mondjesmaat geschrapt omdat die voor het begrip van belang kunnen zijn en incidenteel een oplossing kunnen bieden voor wie niet over de modernste apparatuur beschikt.

Nu een nieuwe druk nodig werd en de eerste ondergetekende door persoonlijke omstandigheden onvoldoende aandacht aan de noodzakelijke herziening kon besteden, werd J.B. Ebbinge bereid gevonden het redactionele werk over te nemen.

In de zevende editie van Inleiding Landmeetkunde is de nadruk gelegd op de beschrijving van de inwinningstechnieken die in de landmeetkunde werden en worden gebruikt en op de technische verwerking van de ingewonnen gegevens. De omvang van het boek kon enigszins worden teruggebracht door samenvoeging van enkele kleine hoofdstukken en door weglating van enkele onderwerpen, zoals de behandeling van enkele intussen verouderde methodes van meten en berekenen, alsmede gedetailleerde beschouwingen over nog nauwelijks in gebruik zijnde instrumenten. Verder noemen wij:

- de afleiding van de correcties die op afstanden en richtingen moeten worden aangebracht bij de stereografische projectie;
- het hoofdstuk over bogen (hoofdstuk 27 in de 6e druk), dat te specialistisch werd geacht;
- het hoofdstuk over het kadaster en landinrichting (hoofdstuk 31 in de 6e druk), dat niet zozeer een landmeetkundig karakter als wel een administratief en procedureel karakter had en dat eerder behoort tot het omvangrijke vakgebied van de geo-informatie.

Gebruikers die deze en andere weggelaten teksten toch tot hun beschikking willen hebben, kunnen de bestanden ophalen van webstek <http://www.vssd.nl/hlf/landmeet.html>.

Bij de herziening van de behandeling van de fotogrammetrie werd dankbaar gebruik gemaakt van de collegedictaten van prof.dr.ir. M.G. Vosselman en de adviezen van ir. F. van den Heuvel. Dr.ir. C.D. de Jong nam de herziening van het hoofdstuk over Hydrografie voor zijn rekening.

Onze dank gaat uit naar hen en naar de vele anderen die aan eerdere drukken hebben bijgedragen.

Delft, mei 2003
Assen, mei 2003

J.E. Alberda
J.B. Ebbinge

Voorwoord bij de eerste druk

Dit boek is gegroeid uit het collegedictaat van het vak Inleiding landmeetkunde, bestemd voor studenten in de Mijnbouwkunde aan de Technische Hogeschool Delft. Bij contacten met collega's die voor civiele en bouwkundige studenten de landmeetkunde doceren aan verschillende Hogere Technische Scholen, bleek dat na een zekere bewerking en uitbreiding van dit dictaat een boek zou kunnen ontstaan dat ook voor deze categorie van nut zou kunnen zijn. Uit deze voorgeschiedenis blijkt dat het boek vooral bedoeld is om gebruikt te worden bij de opleiding van T.H.- of H.T.S.-ingenieurs die de landmeetkunde weliswaar niet permanent als hoofdbezigheid hebben, maar toch, hetzij incidenteel hetzij regelmatig, geroepen kunnen worden het vak praktisch te beoefenen. Ook als zij zelf zelden metingen of berekeningen verrichten, zullen zij in ieder geval landmeetkundig werk van anderen moeten benutten en beoordelen.

Hoewel een zekere wiskundige en natuurkundige voorkennis ondersteld wordt, is de behandeling elementair, en afgesteld op de praktijk. Toch is getracht het kader vrij breed te houden door een aantal onderwerpen die niet bepaald tot het eenvoudige handwerk behoren schetsmatig te behandelen. Het is nu eenmaal moeilijk, vast te stellen waar de algemeen vereiste vakkennis ophoudt en het specialisme begint. Dit geldt voor de te behandelen vakonderwerpen en toepassingsgebieden zoals die tot uitdrukking komen in de hoofdstuktitels, maar ook voor de diepgang van de behandeling. Bij de keuze van onderwerpen is er van uitgegaan dat verschillende gebruikers in het buitenland zullen gaan werken en zich moeten kunnen oriënteren over zaken die in Nederland geen grote rol spelen of uitsluitend door specialisten worden behandeld. Voor verdere studie worden aan het eind van ieder hoofdstuk literatuurverwijzingen gegeven, die overigens geen aanspraak kunnen maken op volledigheid en zeker vatbaar zijn voor verbetering.

Landmeten is een vak dat men niet alleen uit een boek kan leren: de studie moet gepaard gaan met een aantal praktische oefeningen en toelichtingen. Omdat de student dan toch in natura kennis maakt met allerlei instrumenten, zijn er daarvan maar weinig in hun geheel afgebeeld. Verder ligt de nadruk op hoofdzaken en principes, daarom is bij de behandeling van de diverse onderwerpen meestal niet ver in details getreden. De docent zal altijd een wezenlijke functie bij de presentatie, selectie en aanvulling van de stof moeten vervullen. Overigens kon door uiteenlopende gebruikseisen niet een zeer uniform niveau van detaillering worden gehandhaafd.

Aan het eind van ieder hoofdstuk zijn enkele vragen opgenomen waarmee de lezer zijn kennis kan toetsen. Gehoopt wordt dat dit kan helpen bij het overbruggen van de kloof tussen het passief begrijpen wat men leest en het actief beheersen van de stof.

Een van de grootste moeilijkheden van het presenteren van een samengesteld vak als de landmeetkunde is de indeling van de stof. Men kan op verschillende manieren tot een logische indeling komen, maar, ook al omdat inconsequenties niet zijn te vermijden, behoeft een logische indeling niet het meest praktisch te zijn. Hier is in de eerste plaats gestreefd naar overzichtelijkheid; de bij de groepering en de volgorde van de verschillende onderwerpen gedane keuzen zullen ongetwijfeld hun bezwaren hebben, maar in de volgorde van behandeling is elke docent uiteraard vrij.

De eerste oplage verscheen om praktische redenen in twee delen; tegelijk met het gereedkomen van het tweede deel wordt nu het boek ook in de definitieve vorm in één band uitgegeven.

De schrijver is aan velen dank verschuldigd. Ing. H.C. Pouls heeft veel medewerking verleend aan het oorspronkelijke collegedictaat, waarbij eveneens gebruik werd gemaakt van practicumhandleidingen van ir. Th.W. Harmsen en de heer D. Kleinendorst. Deze uitgave zou niet tot stand zijn gekomen als de eerder genoemde H.T.S.-docenten het idee niet

hadden gesteund. De groep bestond uit de heren ir. G.H. te Kronnie, ir. H.C.M. Luijten, K. Mantel c.i., ir. K. van der Molen, ir. F. Prak, ing. W. Roeffaer en ir. C. Roos. Hun wensen en hun raad zijn van veel belang geweest voor de opzet van het boek, hoewel er soms van werd afgeweken, hetzij door beperking, hetzij door uitbreiding van onderwerpen. Naast de hieronder te noemen bijdragen heeft de groep veel opbouwende kritiek op het manuscript geleverd. Bij de behandeling van de vele en sterk gespreide onderwerpen was de hulp van deze en andere deskundige collega's onmisbaar, een hulp die in verscheidene gevallen neerkomt op mede-auteurschap omdat door enkele collega's volledige bijdragen werden geleverd die alleen een redactionele bewerking door ondergetekende hebben ondergaan. In de eerste plaats moet hier worden genoemd ir. C. Roos, die de hoofdstukken 25 (oppervlakte- en inhoudsbepalingen) en 26 (bogen) heeft geschreven. Het gedeelte over poolplanimeters in hoofdstuk 25 is echter ontleend aan een publicatie van de hand van de heer N.D. Haasbroek, die hiervoor zijn vriendelijke toestemming gaf. Ir. Roos schreef ook grote gedeelten van hoofdstuk 27 (maatvoering van projecten) en 30 (over o.a. het gebruik van kadastrale gegevens bij de voorbereiding van projecten en over ruilverkaveling). Ir. G.H. te Kronnie heeft paragraaf 27.2 (algemene beginselen bij de maatvoering) geschreven. Voor andere delen van hoofdstuk 27 en voor hoofdstuk 29 (hydrografische metingen) kon gebruik worden gemaakt van schriftelijke bijdragen van zijn hand, terwijl zijn raad evenals die van ir. Roos van groot belang is geweest voor het werk als geheel. Ir. J.C. de Munck heeft toestemming gegeven een publicatie van zijn hand te gebruiken voor paragraaf 7.8 (lasers) en veel steun verleend bij de gedeelten over optica, elektronische afstandmeting, barometrische hoogtemeting en hydrografische metingen. Bij de opzet is mede gebruik gemaakt van publicaties of manuscripten van dr.ir. G.H. Ligterink (fotogrammetrie), ir. K. van der Molen (ruilverkaveling), dr.ir. C. de Jong (hydrografische metingen) en ir. F. Prak (kadaster). De figuren zijn verzorgd door de heer M.G.G.J. Jutte. Hierbij wil ik allen die hun medewerking hebben verleend van harte danken. Het spreekt vanzelf dat eventuele gebreken van dit boek niet voor hun rekening komen maar voor die van ondergetekende. Naast de reeds genoemden zijn velen bereid gevonden, delen van het manuscript te lezen die op hun speciale terrein van deskundigheid liggen, en daarop kritiek te leveren. Het is ondoenlijk hen allen hier met name te noemen zonder het gevaar te lopen iemand te vergeten. Daarom wil ik hen gezamenlijk hartelijk danken voor de vele opmerkingen en voorstellen, die tot belangrijke aanvullingen en verbeteringen hebben geleid. Zeer welkom zijn op- en aanmerkingen van gebruikers die kunnen leiden tot verbetering van dit hulpmiddel bij het onderwijs in de landmeetkunde.

Delft, september 1978

J.E. Alberda

Inhoud

	Voorwoord	5
1	ENIGE GRONDBEGRIPPEN VAN DE GEODESIE	13
	1.1. Geodesie en landmeetkunde	13
	1.2. Vorm van de aarde	14
	1.3. Situatie en hoogte	15
	1.4. Kaartprojecties	18
	Literatuur	24
	Toets uw kennis	25
2	OVERZICHT VAN METHODEN. LANDELIJKE STELSELS	26
	2.1. Methoden van puntsbepaling	26
	2.2. Methoden van hoogtemeting	30
	2.3. Methoden van detailmeting	32
	2.4. Satelliet plaatsbepaling	33
	2.5. Inertiële plaatsbepaling	34
	2.6. Fotogrammetrie	35
	2.7. Landelijke stelsels	36
	2.8. Markering (verzekering) van punten	41
	2.9. Signalen	43
	2.10. Baken	44
	Literatuur	46
	Toets uw kennis	46
3	UITVOEREN VAN BEREKENINGEN	48
	3.1. Maateenheden	48
	3.2. Meetdocumenten	51
	3.3. Praktisch rekenen	52
	3.4. Plaatsbepaling in een plat vlak	54
	3.5. De gelijkvormigheidstransformatie	58
	Literatuur	62
	Toets uw kennis	62
4	ENKELE ASPECTEN VAN DE WAARNEMINGSREKENING	64
	4.1. Wiskundige modellen	64
	4.2. Definitie van meten; meetschalen	66
	4.3. Het karakter van meetuitkomsten	67
	4.4. Precisie	71
	4.5. Systematische afwijkingen	74
	4.6. Nauwkeurigheid	75
	4.7. Controle	77
	4.8. Vereffening	79
	4.9. Opzet van metingen	79
	Literatuur	81

	Toets uw kennis	81
5	NATUURKUNDIGE EN ALGEMENE INSTRUMENTELE ONDERWERPEN	83
	5.1. Het menselijk oog. Lenzen en kijkers	83
	5.2. Richtkijker en afstanddraden	87
	5.3. Hoekspiegel en -prisma	90
	5.4. Planparallele plaat	92
	5.5. Nonius	93
	5.6. Niveaus	94
	5.7. Lasers	97
	5.8. De atmosfeer	100
	Literatuur	103
	Toets uw kennis	103
6	WATERPASINSTRUMENTEN	105
	6.1. Principe van een waterpasinstrument	105
	6.2. Reversieniveau	109
	6.3. Voorzieningen voor het waarnemen van het niveau en de baakaflezing	110
	6.4. Automatische waterpasinstrumenten	112
	6.5. Digitale waterpasinstrumenten	116
	6.6. Algemene gegevens over waterpasinstrumenten	117
	Literatuur	118
	Toets uw kennis	118
7	UITVOERING VAN WATERPASSINGEN	120
	7.1. Doorgaande waterpassing	120
	7.2. Fouten bij de doorgaande waterpassing en remedies daartegen	121
	7.3. Waterpasformulier, berekening en resumptie	124
	7.4. Vereffening van waterpassingen	127
	7.5. Profiel- en vlaktewaterpassing	128
	Literatuur	133
	Toets uw kennis	133
8	DE THEODOLIET	135
	8.1. Principe en algemene constructie	135
	8.2. Instrumentele fouten en hun eliminatie	138
	8.3. Technische uitvoering van theodolieten	144
	8.4. Algemene gegevens over theodolieten	149
	Literatuur	151
	Toets uw kennis	151
9	OVERIGE INSTRUMENTEN VOOR HOEK- EN RICHTINGSMETING	153
	9.1. Azimuts; meridiaanconvergentie	153
	9.2. Gyrotheodolieten	157
	9.3. Boussole-instrumenten	159
	9.4. De sextant	162
	Literatuur	165
	Toets uw kennis	165

10	AFSTANDMETING	167
	10.1. Algemeen	167
	10.2. Mechanische methoden	169
	10.3. Optische afstandmeting	175
	10.4. Elektronische afstandmeting	179
	Literatuur	192
	Toets uw kennis	192
11	SATELLIET- EN INERTIËLE PLAATSBEPALING	194
	11.1. Plaatsbepaling met radiosatellieten	195
	11.2. Inertiële plaatsbepaling	212
	Literatuur	215
	Toets uw kennis	216
12	UITVOERING VAN HOEK- EN RICHTINGSMETINGEN	218
	12.1. Algemene beschouwing	218
	12.2. Richtingsmeting volgens Bessel	220
	12.3. Hoekmeting; repetitiemethode	224
	12.4. Excentrische opstelling	225
	Literatuur	227
	Toets uw kennis	228
13	OVERIGE METHODEN VAN HOOGTEMETING	229
	13.1. Trigonometrische hoogtemeting	229
	13.2. Barometrische hoogtemeting	235
	13.3. Hydrostatische waterpassing	244
	Literatuur	245
	Toets uw kennis	245
14	OPZET VAN EEN MEETKUNDIGE GRONDSLAG	247
	14.1. Factoren die van belang zijn voor de opzet	247
	14.2. De nauwkeurigheid van coördinaten in een grondslag	249
	14.3. Bekende punten	251
	14.4. Enkele aanwijzingen voor de puntsbepaling	252
	14.5. Terreinverkenning; uitvoering van metingen	254
	Literatuur	255
	Toets uw kennis	255
15	ENKELE PUNTSBEPALING; MEETLIJNBEREKENINGEN	257
	15.1. Voorwaartse en zijwaartse insnijding	257
	15.2. Achterwaartse insnijding	262
	15.3. Insnijding door afstandmeting	265
	15.4. Meetlijnberoeeningen	267
	Literatuur	271
	Toets uw kennis	271
16	VEELHOEKSMETING	273
	16.1. Methode en gebruik van veelhoeken	273
	16.2. Berekening van een volledig aangesloten veelhoek	276
	16.3. Opsporen van fouten; schaalafwijking	278
	16.4. Invloed van centreerafwijkingen	280

16.5.	Verhouding van de nauwkeurigheid van hoek- en afstandmeting	281
16.6.	Praktijkvoorbeeld: berekening van kaarthoeken en een eenvoudige veelhoek	282
16.7.	Driehoeksmeting	285
16.8.	Bijzondere constructies	287
	Toets uw kennis	288
17	DETAILMETING MET MEETBAND EN HOEKPRISMA	289
17.1.	Doel en algemene opzet van een detailmeting	289
17.2.	Benodigdheden	290
17.3.	Meetlijnenstelsel	291
17.4.	Veldwerk; uitvoering van de meting	293
17.5.	Het uitbakenen van rechte lijnen met jalons	295
17.6.	Het uitzetten van rechte lijnen met een theodoliet	297
17.7.	Lasers	299
	Literatuur	299
	Toets uw kennis	299
18	TACHYMETRIE (DETAILMETING VOLGENS DE POOLCOÖRDINATENMETHODE)	303
18.1.	Algemeen	303
18.2.	Veldtachymetrie	305
18.3.	Nauwkeurige tachymetrie	311
18.4.	Bepaling van de afstanden door verticale hoekmeting	316
	Literatuur	316
	Toets uw kennis	317
19	BEGINSELEN VAN DE FOTOGRAMMETRIE	318
19.1.	Inleiding	318
19.2.	Camera en foto	320
19.3.	Opneming	324
19.4.	Foto's van vlak terrein; ontschrinking	326
19.5.	Stereoscopie	331
19.6.	Hoogtebepaling met de parallaxmeter	334
19.7.	Stereo-uitwerkingsinstrumenten	337
19.8.	Fotogrammetrische puntsbepaling	348
19.9.	Terrestrische fotogrammetrie	353
19.10.	Foto-interpretatie	355
	Literatuur	357
	Toets uw kennis	358
20	KARTOGRAFIE	360
20.1.	Overzicht van de kartografie	360
20.2.	Kaarttekenen	366
20.3.	Automatisering in de kartografie	371
	Literatuur	374
	Toets uw kennis	375
21	OPPERVLAKTE- EN INHOUDSBEPALINGEN	377
21.1.	Oppervlaktebepalingen	377

21.2. Inhoudsberekeningen	384
Literatuur	387
Toets uw kennis	387
22 MAATVOERING IN PROJECTEN	389
22.1. Inleiding	389
22.2. Algemene beginselen bij de maatvoering	391
22.3. Apparatuur en hulpmiddelen	394
22.4. Diverse uitzetwerkzaamheden	397
22.5. Matenplan en uitzetstaat	400
22.6. Loden	401
22.7. Roterende lasers	411
Literatuur	416
Toets uw kennis	417
23 ONDERGRONDSE METINGEN	419
23.1. Algemeen	419
23.2. Hoogtemeting	422
23.3. Relatie tussen het ondergrondse en het bovengrondse stelsel voor de situatiemeting	425
23.4. Schachtlodging	426
23.5. Het overbrengen van de oriëntering	429
23.6. Uitzetwerkzaamheden	434
23.7. Detailmeting	441
Literatuur	444
Toets uw kennis	445
24 HYDROGRAFISCHE METINGEN	447
24.1. Algemeen	447
24.2. Plaatsbepaling met eenvoudige middelen	448
24.3. Elektronische plaatsbepalingssystemen	454
24.4. Dieptemetingen en akoestische systemen	462
Literatuur	474
Toets uw kennis	476
REGISTER	478

1 Enige grondbegrippen van de geodesie

Samenvatting. Een korte begripsomschrijving van geodesie en landmeetkunde wordt gegeven. De vorm van de aarde wordt bepaald door de zwaartekracht; bij de beschrijving van die vorm worden de begrippen niveau, vlak en geoïde ingevoerd. Verder komen ter sprake loodlijnen en de begrippen horizontaal vlak en verticaal. De vorm en afmetingen van de aarde, lijkend op een omwentelingsellipsoïde, worden besproken, en daarna de vraag in hoeverre men stukken van het aardoppervlak als plat mag beschouwen. De aardkromming en de speciale rol van de zwaartekracht zijn er oorzaak van dat de situatiemeting en de hoogtemeting in de landmeetkunde meestal gescheiden worden behandeld.

Wanneer grote stukken van het aardoppervlak moeten worden opgemeten en samenhangend afgebeeld, kan men de ‘bolvorm’ niet verwaarlozen. De afbeelding op een plat vlak kan niet zonder vervorming plaatsvinden, maar men kan de afbeeldingsmethode zó kiezen dat zij zo goed mogelijk aan bepaalde doelstellingen beantwoordt. Ingevoerd worden de begrippen vergroting, conformiteit (hoekgetrouwheid) en equivalentie (oppervlaktegetrouwheid). Enkele voorbeelden van kaartprojecties worden gegeven..

1.1. Geodesie en landmeetkunde

De geodesie is de wetenschap die zich bezig houdt met de bepaling van de vorm van de aarde en van delen van het aardoppervlak. Deze omschrijving heeft slechts betrekking op een deel van het vakgebied, dat is de meetkundige beschrijving van de aarde en van stukken land of zee. De naam geodesie wordt ook in ruimere zin gebruikt voor een beroepsgebied dat zich uitstrekt van enerzijds de geofysica tot anderzijds bijvoorbeeld de maatvoering van technische projecten en de administratie van grondeigendom.

De landmeetkunde is globaal dat deel van de geodesie dat betrekking heeft op de meetkundige beschrijving van stukken land die voor wat betreft de situatiemeting (plattegrond) als vlak kunnen worden beschouwd, d.w.z. waarbij de aardkromming kan worden verwaarloosd, hetgeen voor gebieden tot ca. $50 \times 50 \text{ km}^2$ in de regel toelaatbaar is. De delen van de geodesie waarbij o.a. wegens de aardkromming meer ingewikkelde wiskundige beschouwingen gebruikt worden vat men wel samen onder de naam ‘hogere geodesie’, waartegenover de landmeetkunde wel ‘lagere geodesie’ heet. Opgemerkt moet worden dat met het Engelse *geodesy* en het Franse *géodésie* uitsluitend de hogere geodesie wordt bedoeld. Wij zullen ons in dit boek bezig houden met de ‘vlakke’ landmeetkunde, maar

het is nodig eerst enkele begrippen te introduceren die samenhangen met de ‘bolvorm’ van de aarde.

1.2. Vorm van de aarde

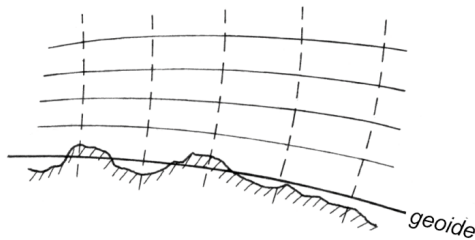
De aarde is een onregelmatig lichaam met bergen en dalen, zeeën enz. Wij kunnen de vorm het gemakkelijkst beschrijven door een minder onregelmatig lichaam als grondvorm te nemen en de oneffenheden daarop gesuperponeerd te denken; dit is hetgeen wij doen als wij spreken van hoogten boven zeeniveau. Men kan zich nu de zeeën en oceanen in rust voorstellen, zonder invloed van eb en vloed, wind, verschillen in temperatuur of zoutgehalte, enz., en het zo ontstane gladde oppervlak als grondvorm voor de aarde nemen. Dit oppervlak kan men zich onder de continenten voortgezet denken.

Het zo ontstane oppervlak noemt men de *geoïde* en dit bedenkfel kan men de ‘vorm van de aarde’ noemen waarop het zichtbare reliëf van de aarde gesuperponeerd is.

Wat is nu het kenmerkende van zo’n wateroppervlak in rust?

Het stelt zich zo in dat het loodrecht op de *zwaartekracht* staat. De zwaartekracht is de resultante van de aantrekkingskracht van de aardmassa en de middelpuntvliedende kracht ten gevolge van de aardrotatie. De richting ervan is gemakkelijk aan te geven: het is de richting waarin een schietlood hangt. De lijn die de richting van de zwaartekracht in een bepaald punt aangeeft heet de *verticaal* in dat punt. De krachtlijnen van het zwaartekrachtveld (vergelijk de krachtlijnen van een magneetveld) worden *loodlijnen* genoemd. Het blijken zwak gekromde lijnen te zijn; in elk punt van een loodlijn geeft de raaklijn de plaatselijke richting van de zwaartekracht aan, m.a.w. de plaatselijke verticaal.

Een oppervlak dat in elk van zijn punten loodrecht op de richting van de zwaartekracht staat noemt men een *niveaувlak* of *equipotentiaalvlak* van de zwaartekracht.



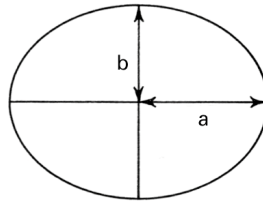
Figuur 1.1. De aarde en het zwaartekrachtsveld.

In figuur 1.1 is schetsmatig een doorsnede van een stukje aarde met loodlijnen en niveauvlakken gegeven. Volgens de eerder gegeven omschrijving is de geoïde het niveauvlak op gemiddeld zeeniveau.

De waterspiegel van een bergmeer maakt een stukje van een hoger gelegen niveauvlak zichtbaar. De geoïde is veel ‘gladder’ dan het fysische aardoppervlak met zijn bergen en dalen, maar het is geen regelmatig, wiskundig gemakkelijk te beschrijven oppervlak. De geoïde blijkt echter voor vele doeleinden goed benaderd te kunnen worden door een omwentelingsellipsoïde, met de korte as als omwentelingsas. De afmetingen kunnen door astronomische en geodetische metingen worden bepaald.

Er zijn in de loop der tijden veel verschillende berekeningen uitgevoerd die alle enigszins verschillende uitkomsten gaven, hetgeen verklaard wordt door de onvermijdelijke onnauwkeurigheid der gebruikte metingen en door het feit dat de waarnemingen in verschillende gebieden zijn gedaan, nog afgezien van verschillende berekeningswijzen.

Als basis voor geodetische berekeningen zijn er in verschillende landen dan ook verschillende ellipsoïden in gebruik, bijvoorbeeld die van Bessel, Clarke, Krassovski, enz. Zulk een ellipsoïde doet niet in de eerste plaats dienst als vervanging van de geöïde, maar als goed gedefinieerd wiskundig oppervlak ten opzichte waarvan de ligging van punten wordt aangegeven, vandaar de term die men ervoor gebruikt: referentie-ellipsoïde.



Figuur 1.2.

In 1984 werd door de International Union of Geodesy and Geophysics aanbevolen voor wetenschappelijk werk de volgende parameters te gebruiken (zie figuur 1.2):

$$a = 6.378.137 \text{ m} \quad \text{halve lange as}$$

$$\frac{a-b}{a} = \frac{1}{298,257223563} \quad (\text{afplating})$$

Deze waarden maken deel uit van het zogeheten World Geodetic System 1984 (WGS 84). De nieuwe waarde voor de afplating berust voor een belangrijk deel op waarnemingen van de baan van kunstmatige aardsatellieten.

Wanneer men niet al te grote gebieden beschouwt, dan kan men voor veel doeleinden de geöïde voldoende nauwkeurig als een bol beschouwen, bijvoorbeeld in Nederland met een straal van 6371 km of ruwweg 6400 km.

1.3. Situatie en hoogte

Wij beschouwen een gebied op aarde dat cirkelvormig is met een straal van zeg 25 km, geheel vlak en op zeeniveau gelegen.

Figuur 1.3 geeft een bovenaanzicht en figuur 1.5 een doorsnede van dit gebied dat de vorm van een bolkap heeft; de straal van de bol stellen wij $R = 6400$ km.

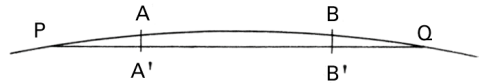
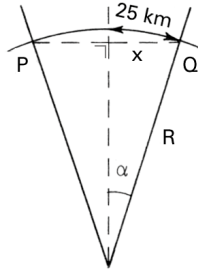
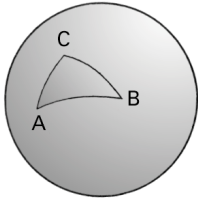
Uit figuur 1.4 ziet men:

$$\alpha = \frac{25}{R}$$

$$\sin \alpha = \frac{25}{R} - \frac{25^3}{3!R^3} + \dots$$

$$x = R \sin \alpha \approx 25 - \frac{25^3}{6R^2}$$

De tweede term bedraagt $0,64 \times 10^{-4} \text{ km} = 0,064 \text{ m}$.



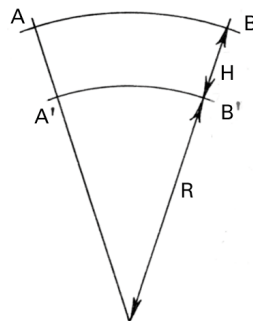
Figuur 1.3.

Figuur 1.4.

Figuur 1.5.

De koorde PQ is dus ongeveer $2 \times 0,064 \text{ m}$ of circa 13 cm korter dan de boog PQ . Op een afstand van 50 km is een dergelijk bedrag veelal te verwaarlozen. De afstand tussen de projecties A' en B' in figuur 1.5 is praktisch gelijk aan die tussen de punten A en B .

Beschouwt men een boldriehoek ABC die ontstaat door de punten A , B en C te verbinden door grote cirkels (kortste verbindingen op de bol), dan zullen de hoeken van de vlakke driehoek die gevormd wordt door de projecties A' , B' en C' slechts weinig verschillen van de boldriehoek. Voor de onderlinge ligging der punten, d.w.z. voor de *situatiemeting*, kan het gebied zonder voor de praktijk ontoelaatbare vervormingen als vlak worden beschouwd. Uit de later in deze paragraaf te geven beschouwing is af te leiden dat de pijl van de boog PQ ongeveer 50 m is, zodat de afstanden AA' en BB' in figuur 1.5 ten hoogste deze waarde hebben. Wanneer A en B echter niet op zeeniveau liggen, moet de projectie over een langere afstand geschieden, en moet men in bepaalde gevallen rekening houden met de convergentie der verticalen van A en B . In figuur 1.6 ziet men A en B elk op een hoogte H boven zeeniveau; er geldt:



Figuur 1.6.

$$A'B' : AB = R : (R + H)$$

$$AB = \frac{R + H}{R} \times A'B' = (1 + H/R) \times A'B'$$

$$AB - A'B' = \frac{H}{R} \times A'B' \approx \frac{H}{R} \times AB \quad (1.1)$$

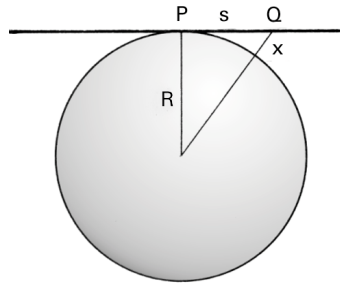
Wanneer de afstand AB in het terrein is gemeten, dient dus een correctie voor de convergentie der verticalen te worden aangebracht.

Wanneer A en B op 1 km boven zeeniveau zijn gelegen bedraagt de correctie $(1/6400) = 1,56 \times 10^{-4}$ maal de gevonden afstand, dus ongeveer 1,5 cm per 100 m.

Deze correctie is dus een gevolg van de bolvorm van de aarde, maar moet onderscheiden worden van het veelal verwaarloosbare verschil tussen de projectie op de bol en die op een plat vlak.

Voor de *hoogte* geldt deze verwaarlozing van de bolvorm echter niet. De hoogte van een punt boven zeeniveau kunnen wij (voor onze doeleinden voldoende nauwkeurig) definiëren als de lengte van de loodlijn uit dat punt op de geoid neergelaten.

Wij nemen nu weer aan dat de geoid bolvormig is met een straal $R = 6400$ km en beschouwen een punt P op zeeniveau, zie figuur 1.7.



Figuur 1.7.

Het *horizontale vlak* in P is het platte vlak dat in P loodrecht staat op de verticaal van P , dus het raakvlak aan het niveauvlak door P . Dit vlak verwijderd zich al op geringe afstand aanmerkelijk van het niveauvlak. Hebben we een punt Q op s km van P , dan geldt:

$$\begin{aligned} (R+x)^2 &= s^2 + R^2 \\ R^2 + 2Rx + x^2 &= s^2 + R^2 \\ x &= \frac{s^2}{2R} - \frac{x^2}{2R} \end{aligned}$$

Bij niet te grote afstand is de term $x^2/2R$ te verwaarlozen, en men vindt:

$$x = \frac{s^2}{2R}$$

Drukt men s en R in km uit, dan vindt men

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{12800} s^2 \text{ km} = \frac{1000}{12800} s^2 \text{ m} \\ x &= 0,078s^2 \text{ m} \end{aligned}$$

Op 1 km afstand van P ligt het niveauvlak dus al bijna 8 cm onder het horizontale vlak van P , op 4 km afstand is dit 1,25 m. (Ga na hoe groot bij deze afstanden de verwaarloosde term $x^2/2R$ is.) De aardkromming is dus bij de hoogtemeting beslist niet te ver-

waarlozen; het blijkt echter dat wij onze metingen zo kunnen inrichten dat we er geen last van hebben.

In de landmeetkunde worden de situatiemeting en de hoogtemeting in de regel gescheiden behandeld. Hoewel in principe elk driedimensionaal assenstelsel gebruikt zou kunnen worden voor een wiskundige beschrijving van de vorm van het fysisch aardoppervlak, biedt het grote praktische voordelen één as te kiezen in de richting van de zwaartekracht en de andere twee loodrecht daarop. De bijzondere rol die de richting van de zwaartekracht speelt geeft, tezamen met het effect van de aardkromming, aanleiding tot genoemde splitsing die echter niet verhindert dat hoogte en situatie soms uit gecombineerde metingen bepaald worden. Bij de beschrijving van de onderlinge ligging van een aantal op willekeurige hoogte gelegen punten zullen wij in het vervolg onder *situatiemeting* verstaan: de bepaling van de ligging van projecties op de geoïde. Onder *hoogtemeting* verstaan wij de bepaling van hun afstand tot de geoïde (in de regel zijn wij echter meer geïnteresseerd in de hoogteverschillen dan in hoogten boven zeeniveau). Men kan als primair doel van de landmeetkunde zien: de situatie en de hoogte van punten in getallen en in afbeeldingen (kaarten) vast te leggen.

1.4. Kaartprojecties

Een gebied dat groter is dan ca. $50 \times 50 \text{ km}^2$ kan niet zonder merkbare vervormingen in een plat vlak afgebeeld worden. Als men een dergelijk groot gebied in kleinere stukken verdeelt die elk voor zich wel als vlak mogen worden beschouwd, kan men natuurlijk van elk stuk een kaart maken die praktisch geen vervormingen vertoont, maar de deelkaarten zullen niet tot een geheel aaneengesloten kunnen worden. In de leer der *kaartprojecties* bestudeert men hoe het aardoppervlak op een plat vlak kan worden afgebeeld, uiteraard met bijzondere belangstelling voor de daarbij optredende vervormingen.

Afbeeldingen wil hier zeggen: aan elk punt van het aardoppervlak een punt in het platte vlak toevoegen. Dit kan op allerlei manieren geschieden; elke methode geeft vervormingen van een eigen type die de afbeelding voor bepaalde doeleinden geschikt en voor andere doeleinden ongeschikt maken.

Wij zullen slechts enkele voorbeelden geven, voornamelijk van kaartprojecties die gemakkelijk meetkundig te interpreteren zijn. Dit is echter bij lang niet alle projecties het geval.

De plaats van een punt op aarde wordt vastgelegd door zijn geografische breedte φ en zijn geografische lengte λ ; de plaats van een punt in een plat vlak door bijvoorbeeld rechtehoekige coördinaten x en y in een of ander stelsel. Een kaartprojectie is nu een stel formules dat aan het getallenpaar of coördinaten (φ, λ) éénduidig een getallenpaar of coördinaten (x, y) toevoegt, bijvoorbeeld:

$$x = f(\varphi, \lambda)$$

$$y = g(\varphi, \lambda)$$

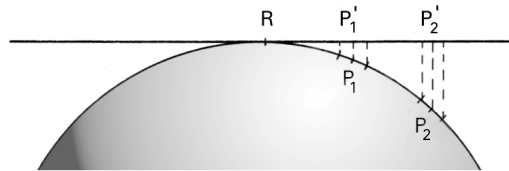
Een kaartprojectie is de wiskundige beschrijving van de afbeelding van coördinaten van punten op een plat vlak. Men moet zich hierbij voorstellen dat de afbeelding geschiedt

met de aarde op ware grootte. Voor het maken van een kaart kan de vlakke afbeelding op zekere schaal, bijv. 1:100.000, verkleind worden. Door de vervormingen kan de schaal echter niet over de hele kaart constant zijn. In verband met de vervormingen voert men in het begrip *vergroting* van een kaartprojectie:

$$\text{vergroting} = \frac{\text{lengte van de afbeelding van een lijnstuk}}{\text{lengte van het afgebeelde lijnstuk}}$$

Het zal duidelijk zijn dat het hier om ‘differentiële lijnstukjes’ gaat; in het algemeen is de vergroting van punt tot punt verschillend en zal in een bepaald punt de vergroting in verschillende richtingen verschillende waarden hebben. Elk land heeft zijn eigen kaartprojectie. Nederland gebruikt voor de coördinaten in het stelsel van de Rijksdriehoeksmeting (RD-coördinaten, zie Hoofdstuk 2, Landelijke Stelsels) de stereografische projectie. In België gebruikt men de Lambert-projectie en in Duitsland een transversale Mercator projectie (de zgn. Gauss-Krüger-projectie). Mondiaal wordt de Universal Transverse Mercator (UTM-)projectie veel gebruikt (onder meer in NAVO-verband). Bij de hierna volgende voorbeelden wordt de aarde als een bol beschouwd. Voor geografische kaarten op zeer kleine schaal is dit wel toelaatbaar; in het algemeen moet voor topografische kaarten en voor geodetische doeleinden rekening worden gehouden met de ellipsoïdische vorm. Men kan de ellipsoïde rechtstreeks in een plat vlak afbeelden, of ook eerst de ellipsoïde op een bol afbeelden, en daarna de bol in een plat vlak.

a. De orthografische projectie



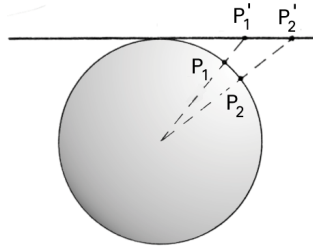
Figuur 1.8. Orthografische projectie.

Het af te beelden gebied wordt loodrecht geprojecteerd op een aan de aardbol rakend plat vlak (evenwijdige verplaatsing maakt uiteraard geen verschil). De cirkels op de bol waarvan het vlak evenwijdig is aan het raakvlak, worden op ware grootte afgebeeld. Grote cirkels door R worden als rechte lijnen afgebeeld, een stukje van zo'n cirkel wordt echter des te sterker verkleind naarmate het verder van R verwijderd is (vgl. P_1 en P_2). In het raakpunt is de vergroting in alle richtingen 1. Een cirkeltje om P_1 wordt afgebeeld als een ellips om P_1' : daar is de vergroting dus niet in alle richtingen gelijk. De projectie is slechts goed bruikbaar voor een klein gebied om R (vgl. § 1.3). Slechts de halve bol kan één-éénduidig worden afgebeeld.

b. De gnomonische projectie

De afbeelding geschiedt door centrale projectie vanuit het middelpunt van de aardbol op een raakvlak. Er treden enorme vervormingen op, en slechts de halve bol kan afgebeeld

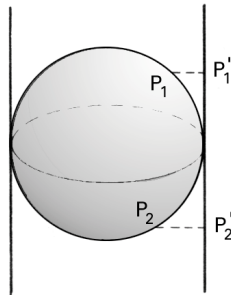
worden. Maar de projectie heeft de prettige eigenschap dat grote cirkels als rechte lijnen worden afgebeeld, m.a.w. de kortste verbinding op aarde wordt als kortste verbinding in het kaartvlak afgebeeld. Daarom zijn kaarten in gnomonische projectie o.a. van belang bij het maken van plannen voor scheep- en luchtvaartroutes. Andere projecties kunnen in dit opzicht zeer misleidend zijn.



Figuur 1.9.

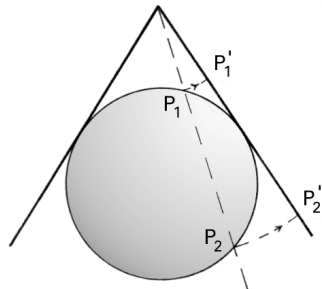
c. De cilinderprojectie van Lambert

Deze wordt gegeven als voorbeeld van een projectie die tot stand komt door eerst de aarde op een omhullende cilinder af te beelden en dan de cilinder a.h.w. open te knippen en af te wikkelen. Deze projectie heeft als bijzonderheid dat zij *oppervlaktegetrouw* of *equivalent* is. Men kan gemakkelijk nagaan dat een smalle ring tussen twee parallelcirkels als een ring op de cilinder wordt afgebeeld die dezelfde oppervlakte heeft; hetzelfde geldt voor eindige stukken. Kaarten in een equivalente projectie geven dus oppervlakten in hun juiste verhouding weer, hetgeen bijvoorbeeld voor statistische doeleinden van belang kan zijn. Er treden echter sterke vormveranderingen op.



Figuur 1.10.

d. De equivalente kegelprojectie



Figuur 1.11.

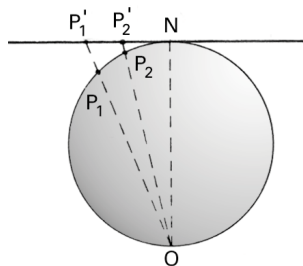
Dit is een voorbeeld van een zgn. kegelprojectie. De meridianen worden afgebeeld als beschrijvende lijnen van de kegel, afgebeeld punt en beeldpunt hebben dezelfde afstand tot de top van de kegel. Eén parallelcirkel wordt op ware lengte afgebeeld.

e. De Mercatorprojectie

Deze afbeelding kan niet als een simpele meetkundige projectie worden opgevat. De equator wordt lengtegetrouw als rechte lijn afgebeeld, de meridianen als rechte lijnen loodrecht daarop. De parallelcirkels worden eveneens als rechte lijnen afgebeeld; de afbeelding van elke parallelcirkel is even lang als die van de equator. Hoe verder een parallelcirkel van de equator is verwijderd, des te sterker wordt hij vergroot. Maar de afstand tussen de afbeeldingen van parallelcirkels wordt daarmee evenredig vergroot; hierdoor wordt bereikt dat de projectie conform is. De vergroting neemt sterk toe naarmate men verder van de equator afkomt. Voor topografische kaarten e.d., is de projectie slechts bruikbaar in gebieden rond de equator, maar zij heeft een bijzondere eigenschap die haar zeer geschikt maakt voor navigatie: een rechte lijn op de kaart stelt namelijk een lijn met vaste kompasrichting voor. Zulk een lijn, een zgn. *loxodroom*, snijdt alle meridianen onder dezelfde hoek (maar is in het algemeen geen kortste verbindinglijn).

Omdat de equator lengtegetrouw en de meridianen als evenwijdige rechte lijnen worden afgebeeld, rekent men deze projectie ook onder de cilinderprojecties. Hetzelfde type afbeelding kan men zich denken, maar dan op een cilinder waarvan de as in het equatorvlak ligt, zodat de cilinder de aarde volgens een meridiaan raakt. Hiermee verkrijgt men de projectie van Gauss-Krüger, die tegenwoordig veel gebruikt wordt voor de topografische kaarten van grote landen en voor wereldomvattende karteringen. Omdat slechts een smalle strook zonder grote vervormingen wordt afgebeeld, werkt men om de 3° of 6° met een andere cilinder zodat er in verschillende stelsels gewerkt moet worden. Een toepassing is de U.T.M.-projectie (Universal Transverse Mercator) waarbij de centrale meridiaan met een vergroting van 0,9996 wordt afgebeeld om de vervorming aan de randen te beperken.

f. De stereografische projectie



Figuur 1.12.

Projectie geschiedt op een raakvlak, het centrum is het punt O , diametraal tegenover het raakpunt N . Op grote afstand van het raakpunt nemen de vervormingen snel toe, maar voor niet al te grote gebieden is dit een zeer geschikte projectie. Een zeer belangrijke eigenschap is dat deze projectie *conform* of hoekgetrouw is. Dit houdt in dat de hoek tussen twee lijnen op het aardoppervlak gelijk is aan de hoek tussen hun afbeeldingen.

Stel dat twee grote cirkels elkaar onder een hoek α snijden, d.w.z. de hoek tussen hun raaklijnen in het snijpunt is α . De twee cirkels zullen als kromme lijnen afgebeeld worden die elkaar tevens onder α snijden. Een kleine driehoek op aarde zal dus als een daarmee gelijkvormige driehoek worden afgebeeld (de driehoek moet zo klein zijn dat de zijden als rechte lijnstukjes kunnen worden beschouwd). Daarmee zal elk stukje van de kaart een vrijwel gelijkvormige afbeelding van het corresponderende stukje terrein vormen, hoewel de schaal over de gehele kaart varieert. De eigenschap van conformiteit houdt in dat in elk punt de vergroting in alle richtingen gelijk is; een cirkeltje wordt als cirkeltje afgebeeld. Men kan aantonen dat bij de stereografische projectie in alle punten die op dezelfde cirkel om N gelegen zijn de vergroting dezelfde waarde heeft. P'_1 zal echter een sterkere vergroting hebben dan P'_2 . Verschillende andere projecties zijn eveneens conform. Voor geodetische doeleinden worden vrijwel uitsluitend conforme projecties gebruikt.

De stereografische projectie is voor ons van bijzonder belang omdat deze afbeelding ten grondslag ligt aan het vlakke coördinatenstelsel dat in Nederland voor vrijwel alle geodetische en kartografische doeleinden gebruikt wordt, het stelsel van de Rijksdriehoekmeting.

De vervorming die de stereografische projectie veroorzaakt is voor Nederland relatief klein, maar over het algemeen niet te verwaarlozen. Speciaal wanneer het om puntsbepaling in een groot gebied gaat moeten afstand- en richtingmetingen voor de kaartprojectie worden gecorrigeerd om in het stelsel van de Rijksdriehoekmeting (RD) te passen.

In figuur 1.12 zal een klein gebied rond het centrale punt N op ware grootte worden afgebeeld. Naarmate een punt verder van N ligt neemt de vergroting toe. Men zal het punt N ongeveer in het midden van het af te beelden land kiezen. In N is de verdrotting 1, terwijl de maximale vergroting bij de verste grenspunten zal optreden. Om praktische redenen is het gewenst dat de vergroting weinig van 1 verschilt. De maximaal voorkomende absolute waarde van de vergroting kan worden teruggebracht door een algemene verkleining van de afbeelding toe te passen, wat kan worden opgevat als het resultaat van afbeelding op een evenwijdig snijvlak dat de bol snijdt volgens een cirkel waar de vergroting 1 is, en dus de afstandscorrectie nul. Voor het RD-net is het centrale punt Amersfoort.

De formule voor de correctie van een gemeten afstand ℓ is voor een punt P_i op afstand r_i van Amersfoort:

$$\Delta\ell = -9,2 + \frac{r_i^2}{1629} \text{ mm per 100 m}$$

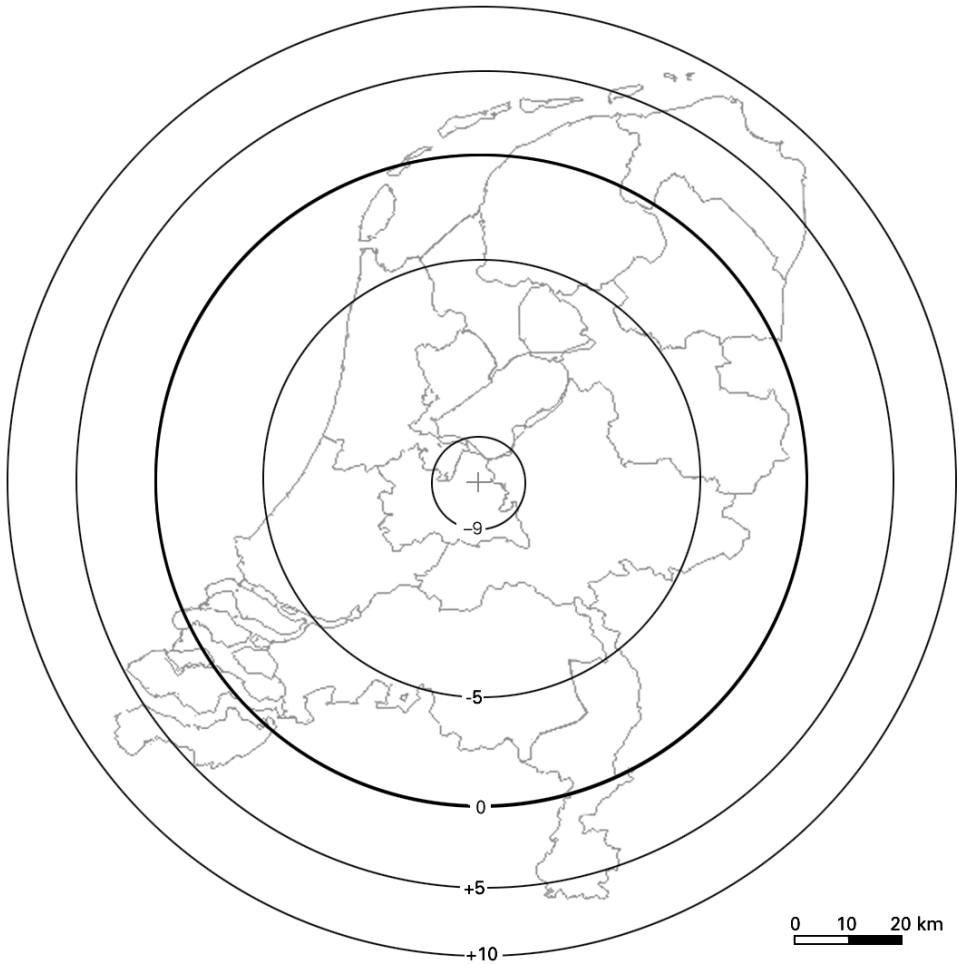
Het centrale punt Amersfoort heeft de RD-coördinaten

$$X = 155.000 ; Y = 463.000 \text{ (in meters)}$$

De gebruiksformule voor de correctie $\Delta\ell$ in een punt met RD-coördinaten X, Y wordt daarmee, met $\Delta\ell$ in mm/100 m, X en Y in km (afgerond).

$$\Delta\ell = -9,2 + \frac{(X - 155)^2 + (Y - 463)^2}{1629} \quad (1.2)$$

Punten met gelijke correctie vormen cirkels met Amersfoort tot middelpunt, zie figuur 1.13. Op een cirkel met een straal van ca 120 km is de afstandcorrectie nul. Bij afstanden tot enkele kilometers kan men de correctie in het midden van de betrokken lijn gebruiken. Bij grotere afstanden berekent men $\Delta\ell$ voor elk der eindpunten en neemt men het gemiddelde.



Figuur 1.13. Correcties aan gemeten afstanden voor stereografische projectie in mm per 100 m.

Naast de correctie voor afstanden maakt de stereografische projectie ook correcties aan gemeten richtingen nodig. De projectie beeldt namelijk de kortste verbinding tussen twee punten A en B (die in feite een stukje van een grote cirkel op de bol is) af als een cirkel. Omdat in het kaartvlak wordt gerkend met rechte lijnen is een correctie van boog naar koorde nodig. De formule voor de correctie aan de gemeten richting van A naar B kan in RD-coördinaten worden uitgedrukt.

Stel

$$\begin{aligned} X'_A &= X_A - 155.000 \\ Y'_A &= Y_A - 463.000 \quad \text{enz.} \end{aligned}$$

dan krijgt men de aan de gemeten richting van A naar B aan te brengen correctie δ_{AB} compleet met teken uit

$$\delta_{AB} = \frac{-X'_A Y'_B + X'_B Y'_A}{2560} \text{ mgon}^*) \quad (1.3)$$

X' en Y' in km (afgerond)

Indien de lijn AB door het punt Amersfoort gaat is de correctie nul, voor een richting loodrecht daarop is de correctie maximaal of minimaal. Om een indruk te geven van de waarden van δ_{AB} die bij verschillende afstanden tussen A en B in verschillende delen van het land optreden geven wij hieronder enkele voorbeelden.

Afstand AB		1 km			5 km			10 km										
X_A km	Y_A km	10	0	100	0	170	0	10	0	90	0	108164						
X_B	Y_B	10	1	100	1	170	1	10	5	100	5	100170						
δ_{AB} mgon		-0,004		0,004		-0,07		-0,02		-0,19		-0,33		-0,04		0,00		+0,77

Literatuur

- G. BOMFORD, *Geodesy*, 4e druk, Oxford, 1980.
- W.A. HEISKANEN en H. MORITZ, *Physical geodesy*, San Francisco en London, 1967.
- H.J. HEUVELINK, *De stereografische kaartprojectie in hare toepassing bij de Rijks-driehoekmeting*, Delft, 1918.
- JORDAN – EGGERT – KNEISSL, *Handbuch der Vermessungskunde*, 10e druk, Band III, IV en V, Stuttgart, 1949-1968.
- E.J. KRAKIWSKY en P. VANICEK, *Geodesy, the Concepts*, 2e druk Amsterdarn, New York en Oxford, 1986.
- J.J. LEVALLOIS, *Géodésie générale*, 4 dln., Paris, 1969-1971.
- E.J. DE MIN, *De geoïde voor Nederland*, NGT Geodesia 1996 No. 5 blz. 191.
- World Geodetic System 1984
- P. RICHARDUS en R.K. ADLER, *Map projections*, Amsterdam-Oxford, 1971.
- A.A. ROBINSON en anderen, *Elements of cartography*, 5e druk, New York, 1984.
- G.L. STRANG VAN HEES, *Bepaling van de straal van de aarde*, NGT Geodesia 1994 No. 2 blz. 80.
- F.H. SCHREUTELKAMP, *De geoïde voor Nederland astrometrisch getoetst*, NGT Geodesia 2001 No. 9 blz. 404
- W. TORGE, *Geodäsie*, Berlin- New York, 1975 (Sammlung Göschen 2163).
Engelse versie: *Geodesy, an introduction*, Hawthorne, N.Y., 1980.

*) mgon betekent milligon, dit is het duizendste deel van een centesimale graad, de eenheid in het stelsel waarbij een rechte hoek 100 gon telt. Een radiaal is 63662 mgon.

Toets uw kennis

1. Geef beknopt maar duidelijk aan wat u verstaat onder de volgende begrippen, eventueel toegelicht met eenvoudige schetsen:
 - de verticaal in een punt van het aardoppervlak;
 - een niveaувlak;
 - de geoïde;
 - het horizontale vlak in een punt;
 - situatiemeting;
 - hoogtemeting.
2. Als een zelfstandig op te meten gebied niet te groot is, kan men wat de situatiemeting betreft de aarde als vlak beschouwen. Preciseer deze bewering en geef aan tot welke gebiedsgrootte ze voor de meeste doeleinden geldt. Geldt hetzelfde voor de hoogtemeting?
Motiveer Uw antwoord.
3. Iemand bevindt zich op een toren van 100 m hoogte, met rondom vlak land. Bereken tot op gehele km de straal van het gebied tot de horizon dat hij kan overzien (houd geen rekening met buiging der lichtstralen).
4. Twee punten liggen elk op 1280 m boven zeeniveau, hun direct gemeten afstand is 1200 m. Bereken de afstand tussen hun projecties op zeeniveau.
5. Twee punten A en B bevinden zich even hoog boven zeeniveau. Hoever is B van het horizontale vlak door A verwijderd als de afstand AB 4 km bedraagt?
6. Wat is de algemene formulevorm van een kaartprojectie?
7. Van welke vorm(en) van de aarde gaat men uit bij de afbeelding?
8. Wat weet u van de vergroting bij kaartprojecties?
9. Welke projectie beeldt grote cirkels als rechte lijnen af? Waarvoor wordt deze gebruikt?
10. Noem een belangrijke eigenschap van conforme kaartprojecties. Wat weet u van de vergroting in een punt van een conforme afbeelding?
11. Wat is een equivalente kaartprojectie? Is een kaart in deze projectie geschikt om kortste verkeersroutes tussen continenten te plannen?
12. Noem twee equivalente projecties en schets de meetkundige interpretatie.
13. Beschrijf de Mercatorprojectie.

2 Overzicht van methoden

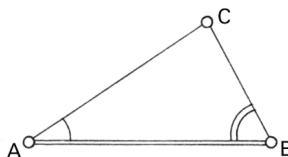
Landelijke stelsels

Samenvatting. De bedoeling van dit hoofdstuk is een globaal overzicht van landmeetkundige methoden te geven, vooruitlopend op een diepergaande behandeling in een later stadium. De lezer wordt dus enigszins wegwijs gemaakt, en een aantal belangrijke begrippen en termen worden ingevoerd. Bij de situatiemeting bepaalt men in de regel in een op te meten gebied eerst de onderlinge ligging van een aantal goed gemarkeerde punten, die tezamen een raamwerk (meetkundige grondslag) vormen voor de opmeting van terreindetails. Hier worden achtereenvolgens de methoden van puntsbepaling, van hoogtemeting en van detailmeting behandeld. De fotogrammetrie, die zich o.a. bezighoudt met het maken van kaarten uit luchtfoto's, wordt apart besproken, evenals de plaatsbepaling met radio satellieten en met het principe van de traagheidsnavigatie. Tenslotte volgt een bespreking van landelijke stelsels, die een van staatswege verzorgde grondslag vormen voor alle landmeetkundige werkzaamheden in een land, met speciale aandacht voor de Nederlandse situatie, terwijl in de laatste paragrafen aandacht wordt besteed aan het markeren van punten en signalen en baken.

2.1. Methoden van puntsbepaling

Onder 'punt' zullen wij in de landmeetkunde meestal een in het terrein aanwijsbaar object verstaan, bijvoorbeeld een torenspits of de kop van een spijker in een houten piket, in het algemeen dingen die klein genoeg zijn om als 'materiële vertaling' van het wiskundige begrip 'punt' dienst te doen. Het bepalen van de onderlinge ligging van zulke punten noemt men puntsbepaling; het resultaat is dat men de coördinaten van de punten in een of ander stelsel kan opgeven. Puntsbepaling berust altijd op het direct of indirect meten van zoveel elementen van een driehoek dat deze bepaald is.

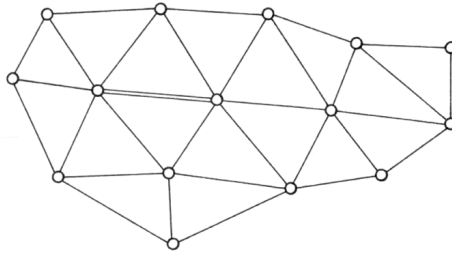
a. Driehoeksmeting



Figuur 2.1. Het principe van driehoeksmeting.

Wanneer men in figuur 2.1 van $\triangle ABC$ de hoeken CAB en ABC meet, dan ligt de vorm van

de driehoek vast. Meet men bovendien de lengte van AB (wat is aangegeven door een dubbele streep), dan kan men met de sinusregel ook de lengte van AC en BC berekenen, en ten aanzien van de onderlinge ligging van A , B en C weet men alles wat er te weten valt; de berekening van coördinaten in een ten opzichte van, bijvoorbeeld, A en B vastgelegd stelsel is dan gemakkelijk. Dit principe ligt ten grondslag aan de *driehoeksmeting* of *triangulatie*.



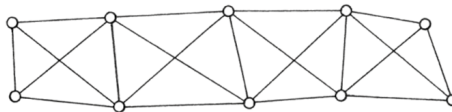
Figuur 2.2. Een driehoeksnet.

Figuur 2.2 toont een driehoeksnet. In principe hoeft men in elke driehoek slechts twee hoeken te meten om de vorm van het net vast te leggen (in de praktijk meet men in elke driehoek de drie hoeken). Door de lengte van slechts één zijde te meten ligt ook de grootte van het net vast, immers men kan dan met de sinusregel alle andere zijden berekenen. Een bijzondere vorm is de driehoeksketting (figuur 2.3), gebruikt voor bijvoorbeeld de opmeting van een rivier of een langgerekt dal.



Figuur 2.3. Een driehoeksketting.

Sinds de elektronische instrumenten zijn ontwikkeld die afstandmeting zeer vergemakkelijken, kunnen in een driehoeksnet rechtstreeks zijden gemeten worden. Men kan nu ook driehoeksnetten maken waarin alleen maar zijdelengten worden gemeten (*trilateratie*) en geen hoeken. Immers een driehoek is door zijn drie zijdelengten volledig bepaald. Vaker dan driehoeks-kettingen of -netten worden kettingen of netten toegepast bestaande uit vierhoeken waarvan dan de lengte van de zijden en de diagonalen worden gemeten

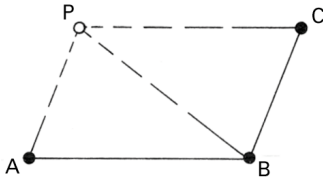


Figuur 2.4. Een trilateratie ketting.

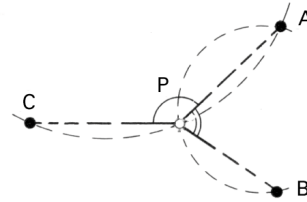
b. Voorwaartse en achterwaartse insnijding

Dit zijn in wezen vormen van triangulatie die dienen om, gebruikmakend van reeds in coördinaten bepaalde punten, een enkel nieuw punt te bepalen.

Bij de *voorwaartse insnijding* wordt hoekmeting verricht in minimaal twee bekende punten, in figuur 2.5: A , B en C . In het te bepalen punt P wordt geen hoekmeting verricht. Bij de *achterwaartse insnijding* wordt slechts hoekmeting verricht in het te bepalen punt, en wel naar minimaal drie in coördinaten bekende punten.



Figuur 2.5. Voorwaartse insnijding.

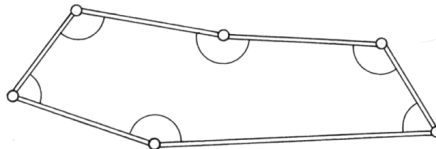


Figuur 2.6. Achterwaartse insnijding.

Meet men in figuur 2.6 de hoek APB , dan bepaalt deze hoek een cirkel door A , B en P , en geeft dus een meetkundige plaats voor P . Meting van de hoek CPA bepaalt een tweede meetkundige plaats. De twee meetkundige plaatsen bepalen de ligging van het punt P , zodat uit de gegeven coördinaten van A , B en C en de twee gemeten hoeken de coördinaten van P te bepalen zijn. Een eis is echter dat P niet op één cirkel met A , B en C ligt.

c. Veelhoeksmeting

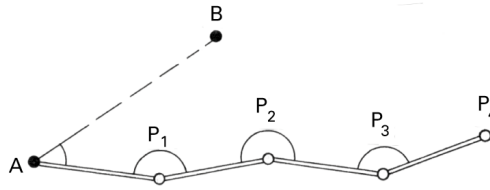
Meet men van een n -hoek $n - 2$ hoeken en $n - 1$ zijden, dan is de vorm en grootte van de *veelhoek* of *polygoon* bepaald. Wanneer de coördinaten van een hoekpunt en de kaarthoek (zie § 3.4) van een zijde bekend zijn, kan men de coördinaten van alle hoekpunten berekenen. In de praktijk meet men van een dergelijke *gesloten veelhoek* alle zijden en hoeken.



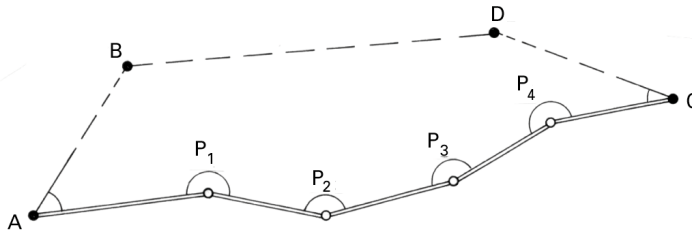
Figuur 2.7. Een gesloten veelhoek of kring.

Vaak wordt dit principe toegepast bij de bepaling van een reeks punten langs een weg, in een mijn gang enz. Men gaat uit van twee in coördinaten bekende punten A en B ; de kaarthoek van A naar B is te berekenen. Meet men nu in A de hoek BAP_1 (figuur 2.8) en de lengte AP_1 , dan kan men de coördinaten van P_1 berekenen. Meting van de hoek AP_1P_2 en de lengte P_1P_2 levert de mogelijkheid P_2 te berekenen, enz.

Hoewel de lengte AB niet gemeten is, is deze bekend, nl. te berekenen uit de gegeven coördinaten. Men heeft dus in principe dezelfde situatie als bij de veelhoek van figuur 2.7 wanneer $n - 2$ hoeken en $n - 1$ zijden gemeten zijn. In de praktijk maakt men van een dergelijke veelhoek slechts gebruik als het niet anders kan, bijvoorbeeld bij de aanleg van een tunnel; men zal er altijd naar streven op een derde bekend punt C uit te komen en daar de hoek tussen het voorlaatste veelhoekspunt en een vierde bekend punt D te meten, zie figuur 2.9.



Figuur 2.8. Een open veelhoek.

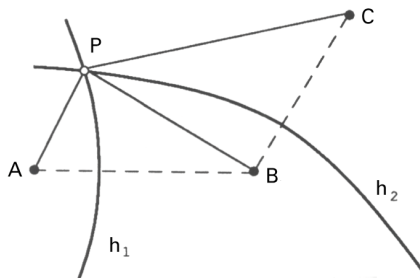


Figuur 2.9. Een volledig aangesloten veelhoek.

Door het trekken van de verbinding BD ziet men dat men hier in principe met een gesloten veelhoek te maken heeft, hoewel in B en D in het geheel geen metingen verricht worden,

d. Meting van afstandverschillen

In figuur 2.10 is P een te bepalen punt, A , B en C zijn in coördinaten bekend.



Figuur 2.10. "Achterwaartse insnijding" met afstand(sverschillen).

Kan men op een of andere wijze het verschil tussen de afstanden PA en PB meten, dan weet men dat P zich op een bepaalde hyperbool h_1 bevindt; per definitie is een hyperbool de verzameling (de meetkundige plaats) van punten die hetzelfde afstandverschil tot twee vaste punten hebben. Meet men eveneens het afstandverschil tussen PB en PC dan heeft men een tweede meetkundige plaats h_2 voor P , waardoor de positie van P vastligt.

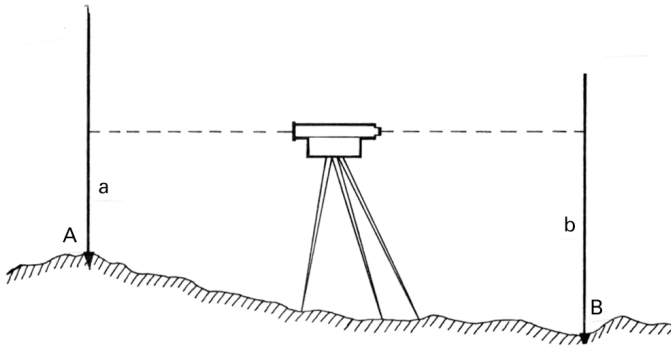
Bij een militaire toepassing meet men in de punten A en B resp. B en C de verschillen in aankomsttijden van het geluid van vijandelijke artillerie opgesteld in het onbekende punt P . Bij elektronische plaatsbepalingssystemen voor navigatie meet men in P de verschillen in aankomsttijden van radiosignalen die gelijktijdig zijn uitgezonden uit de bekende punten A , B en C . Door gebruikmaking van de voortplantingssnelheid van het geluid resp. de radiogolven worden de tijdsverschillen omgerekend tot afstandverschillen.

Meestal wordt gebruik gemaakt van vooraf berekende en op een kaart afgedrukte hyperboolpatronen waardoor een snelle grafische plaatsbepaling mogelijk wordt. Bij de navigatietoepassing gaat het uiteraard om grote gebieden en moet met de aardkromming rekening worden gehouden.

2.2. Methoden van hoogtemeting

a. Waterpassen

Een waterpasinstrument is een optisch instrument waarmee op een of andere wijze een horizontale lijn gerealiseerd wordt.



Figuur 2.11. Opstelling met waterpasinstrument en baken.

In figuur 2.11 staat het instrument tussen twee punten *A* en *B* waarvan het hoogteverschil bepaald moet worden. In *A* en *B* worden latten met een cm-verdeling (baken) zuiver verticaal opgesteld; men kan de afstanden *a* en *b* op deze baken aflezen en vindt:

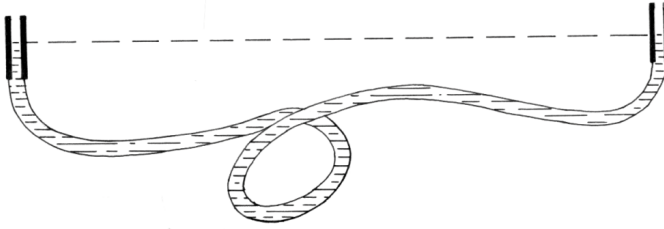
$$\text{hoogte } A - \text{hoogte } B = b - a$$

Hoogtemeting is altijd meting van hoogteverschillen; door sommering van gemeten hoogteverschillen kan men de hoogten van een aantal punten t.o.v. een per definitie vastgelegd vergelijkingsvlak vastleggen.

b. Hydrostatische waterpassing

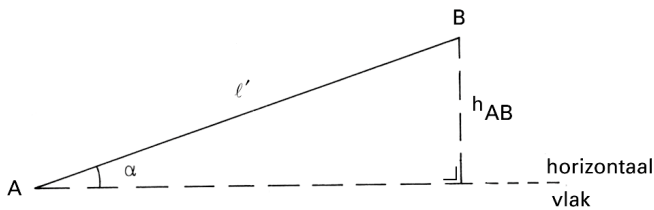
Soms is het mogelijk van een vrije stilstaande waterspiegel gebruik te maken om punten van gelijke hoogte te verkrijgen en met behulp daarvan hoogteverschillen te meten. Hetzelfde principe wordt vaker gebruikt in de vorm van communicerende vaten.

Figuur 2.12 geeft een schema van het zogenaamde flesjeswaterpas, dat bestaat uit twee van een streepverdeling voorziene glazen buisjes verbonden door een flexibele buis of slang.



Figuur 2.12. Slang- of flesjeswaterpas.

c. Trigonometrische hoogtemeting



Figuur 2.13. Berekening van hoogte uit afstand en verticale hoek.

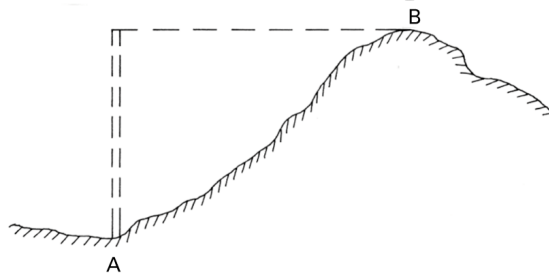
Figuur 2.13. stelt een verticaal vlak door de punten A en B voor. De elevatiehoek α kan gemeten worden, evenals de horizontale afstand ℓ of de schuine afstand ℓ' . Men heeft:

$$h_{AB} = \ell \operatorname{tg} \alpha = \ell' \sin \alpha$$

Er zijn verschillende complicaties, o.a. de aardkromming.

d. Barometrische hoogtemeting

Het is bekend dat de luchtdruk met de hoogte afneemt. De vlakken van gelijke luchtdruk zijn bij benadering niveaувlakken. Verschil in luchtdruk kan dus gebruikt worden als maat voor hoogteverschil; meet men (figuur 2.14) in A en B , liefst gelijktijdig, de luchtdruk met barometers, dan is hieruit het hoogteverschil tussen A en B af te leiden.



Figuur 2.14. Barometrische hoogtemeting.

e. Bijzondere metingen

In mijnschachten meet men hoogteverschillen direct met lange meetbanden. Waterdiepten worden gemeten met een peilstok, met een peillood aan een meetband of staaldraad, of met een echolood.

Door metingen met radar uit een vliegtuig of een satelliet kunnen hoogten worden bepaald van zee- zowel als landoppervlakken.

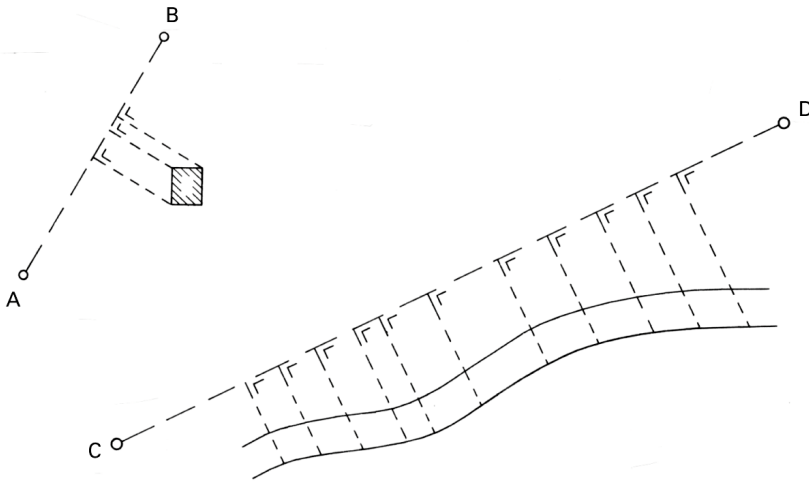
2.3. Methoden van detailmeting

Bij de puntsbepaling hebben we afzonderlijke, in het terrein meestal kunstmatig scherp gemarkeerde punten beschouwd. De bepaling hiervan gaat vooraf aan de opmeting van huizen, wegen, rivieren, grenzen enz., die nodig is om een kaart van een gebied te maken, de zogenaamde *detailmeting*.

De puntsbepaling verschaft a.h.w. een raamwerk waaraan de details ‘opgehangen’ worden, een zgn. *meetkundige grondslag*.

a. De orthogonale methode

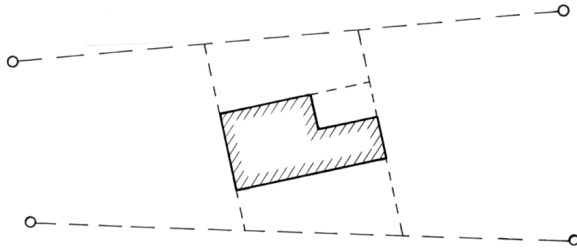
In figuur 2.15 is links een huis aan een meetlijn AB vastgelegd door uit de hoeken loodlijnen neer te laten; hun lengte en de plaats van hun voetpunten op de lijn AB worden gemeten. Op soortgelijke wijze is rechts in de figuur een sloot opgemeten.



Figuur 2.15. Vastleggen van terreinelementen met behulp van loodlijnen.

b. Het meetlijnenverband

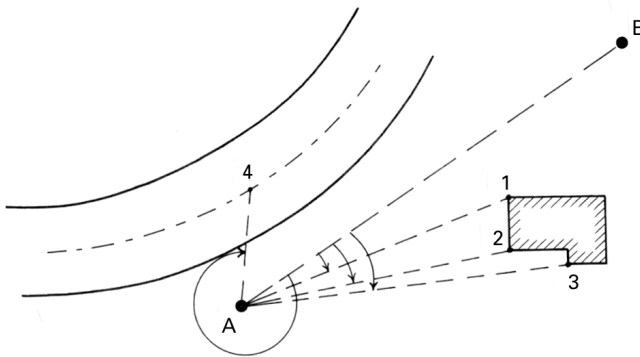
Figuur 2.16 illustreert hoe een huis door middel van verlengingen van de gevels aan twee meetlijnen wordt vastgelegd. De orthogonale methode en de methode van het meetlijnenverband worden vrijwel altijd met elkaar gecombineerd.



Figuur 2.16. Vastleggen van terreinelementen met behulp van een meetlijnen verband.

c. De poolcoördinatenmethode

Bij figuur 2.17 moet men zich voorstellen dat in *A* een instrument is opgesteld waarmee horizontale en verticale hoeken en afstanden (zgn. voerstralen) gemeten kunnen worden. Ten opzichte van de bekende lijn *AB* kunnen zo terreindetails, zoals hoeken van huizen en punten van de as van een weg, vastgelegd worden met poolcoördinaten, zowel in situatie als in hoogte.



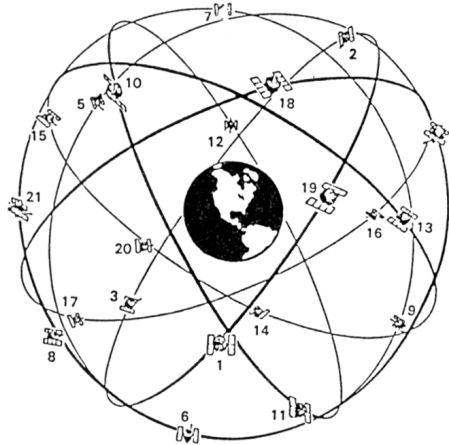
Figuur 2.17. Vastleggen van terreinelementen met behulp van voerstralen.

2.4. Satelliet plaatsbepaling

Plaatsbepaling met G.P.S.

De komst van kunstmatige aardsatellieten heeft een revolutionaire invloed op de ontwikkeling van de geodesie gehad, een ontwikkeling die nog steeds voortduurt. Het deel van de vernieuwing dat van rechtstreeks belang is voor de landmeetkunde is de mogelijkheid de onderlinge ligging van punten op het aardoppervlak met grote nauwkeurigheid te bepalen door middel van het waarnemen van radiosignalen, uitgezonden door speciale satellieten. Deze maken deel uit van een wereldwijd stelsel dat is opgezet voor navigatiedoeleinden, maar dat door verfijnde waarnemings- en verwerkingstechnieken ook bruikbaar is voor nauwkeurige puntsbepaling. Deze methode wordt zowel toegepast voor het bepalen van grondslagpunten als voor het meten van detailpunten. Wij beperken ons hier tot het Global Positioning System (GPS) dat is ontwikkeld en wordt onderhouden door de overheid van de Verenigde Staten en inmiddels voor de gehele wereld beschikbaar is. Het

principe is als volgt. Het systeem omvat een stelsel van 24 satellieten, waarvan 21 actief en 3 reserve, die in verschillende banen om de aarde draaien op een hoogte van ongeveer 20.000 km, zodanig dat er op elke plek op aarde minstens vier boven de horizon zijn.



Figuur 2.18. Het stelsel van 21 actieve GPS satellieten.

Door voortdurende waarnemingen van vaste volgstations is de plaats van elke satelliet op elk moment bekend in een driedimensioneel XYZ assenstelsel dat voor de hele aarde geldt. Op een te bepalen punt P worden gelijktijdig radiosignalen van drie satellieten ontvangen door een speciale ontvanger. De signalen zijn zodanig gecodeerd dat de afstanden van P tot de satellieten kunnen worden berekend via de looptijd van de signalen en hun voortplantingssnelheid. Er zijn dus drie gegevens die het mogelijk maken de drie onbekende coördinaten X , Y en Z van P te berekenen: P wordt gevonden als snijpunt van drie bollen. Voor de bepaling van de looptijd van de signalen bevatten zowel de satellieten als de ontvanger nauwkeurige klokken. Omdat de klok van de ontvanger niet precies gelijk zal lopen met de (gekoppelde) klokken van de satellieten is het in de praktijk voor nauwkeurige plaatsbepaling nodig de signalen van een vierde satelliet waar te nemen waardoor het onbekende verschil kan worden meeberekend.

De XYZ -coördinaten in het genoemde globale stelsel kunnen worden omgerekend naar andere referentiestelsels, waarbij het in principe mogelijk is zowel de situatie als de hoogte van punten te bepalen. Er zijn veel complicaties waarmee door de meet- en rekenmethoden rekening moet worden gehouden.

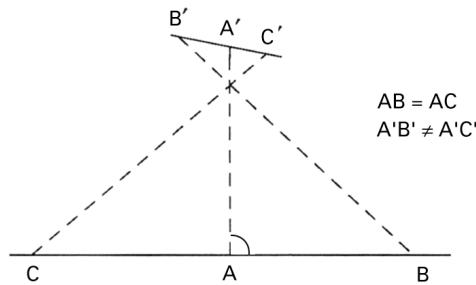
2.5. Inertiële plaatsbepaling

Wanneer men, uitgaande van een bekend punt A met bekende constante snelheid volgens een rechte lijn met bekende richting naar een punt B gaat, kan men door het tijdsverloop te meten de positie van B ten opzichte van A bepalen. In de praktijk heeft een voertuig geen constante snelheid en beweegt het niet in een rechte lijn. Als men nu kans ziet op elk ogenblik de versnelling te meten, dat wil zeggen de verandering in richting en grootte van de snelheid, dan kan bij een bekende beginsnelheid op elk ogenblik de snelheid worden

bepaald. Daar richting en grootte van de snelheid dan bekend zijn kan op elk ogenblik de positie worden bepaald. Kort gezegd bepaalt men dan dus de positie van B ten opzichte van A door dubbele integratie van versnellingen over de tijd. Dit is het principe van de traagheidsnavigatie of inertieële navigatie die onder andere in de luchtvaart wordt gebruikt. Door de ontwikkeling van speciale instrumenten is dit principe bruikbaar gemaakt voor geodetische toepassingen op het land. In hoofdzaak bevat zo'n instrument een cardanisch opgehangen platform dat zijn oriëntering in de ruimte behoudt door middel van drie gyroscopen die zorgen dat drie onderling loodrechte assen elk een vaste richting houden. Drie versnellingsmeters meten de componenten van de versnelling volgens elk der assen. Een computersysteem zorgt voor de meet- en regeltechniek, de berekeningen en de directe uitvoer van de resultaten. Voor landmeetkundig werk wordt de methode gebruikt in auto's, schepen en helikopters.

2.6. Fotogrammetrie

a. Ontschanking



Figuur 2.19. Stand van de foto ten opzichte van vlak terrein.

Een luchtfoto van vlak terrein geeft een perspectivische afbeelding, zie figuur 2.19. Door van de foto een diapositief te maken en deze op een vlak 'scherm' te projecteren, kan men op het scherm een afbeelding verkrijgen die niet perspectivisch vervormd is, m.a.w. die gelijkvormig aan het terrein is. Daarvoor is nodig dat de as van de projector dezelfde stand ten opzichte van het scherm inneemt als de as van de camera ten tijde van de opname ten opzichte van het terrein innam. Reconstructie van deze stand blijkt mogelijk als men van vier terreinpunten (waarvan er geen drie op een rechte liggen) door afzonderlijke meting de configuratie bepaalt en deze op een bepaalde schaal op het scherm aangeeft. Genoemde zgn. paspunten moeten op de foto's zichtbaar zijn; als men de as van de projector en de afstand tot het scherm zodanig instelt dat het beeld van deze punten samenvalt met de reeds aangegeven posities op het scherm, dan heeft men een gelijkvormige afbeelding met behulp waarvan een kaart kan worden vervaardigd. Deze werkwijze heet het *ontschranken* (ook wel onthoeken) van een foto; uiteraard is hiervoor speciale apparatuur ontwikkeld.

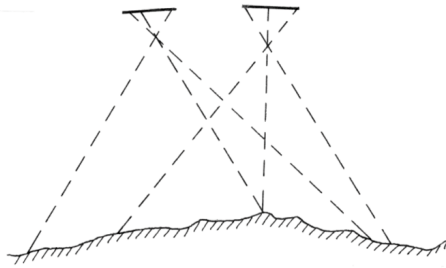
b. Stereofotogrammetrie

Voor niet vlak terrein kan men de methode van ontschrinking niet gebruiken. Men maakt hier twee foto's van hetzelfde gebied, zie figuur 2.20.

Diapositieven van deze foto's worden nu elk in een projector geplaatst; in het instrument waarvan deze projectoren deel uitmaken kan een waarnemer met één oog het linker- en met het andere oog het rechterbeeld zien. De projectoren kunnen nu zo worden bewogen dat ze ten opzichte van elkaar net zo staan als de camera tijdens de respectievelijke opnamen. Dit betekent dat overeenkomstige stralen in de twee stralenbundels elkaar snijden; de waarnemer ziet een stereoscopisch model van het terrein. Door gebruik te maken van paspunten en instrumentele voorzieningen kan aan het model de gewenste schaal en de gewenste positie ten opzichte van het horizontale vlak gegeven worden, waardoor de mogelijkheid wordt gegeven, metingen in dit model te verrichten die direct in een kaart worden omgezet. De methode levert situatie en hoogte.

Meestal wordt hiervoor gebruik gemaakt van luchtfoto's, maar vooral in bergland gebruikt men ook wel camera's op statieven, waarbij de onderlinge afstand en de stand van de assen der camera's apart worden gemeten (terrestrische fotogrammetrie).

Fotogrammetrische methoden kunnen gebruikt worden voor puntsbepaling zowel als voor detailmeting.



Figuur 2.20. Een dubbelbeeld opname van geaccidenteerd terrein.

2.7. Landelijke stelsels

Het voorzien in een stelsel van in coördinaten, respectievelijk hoogte, bekende punten en de instandhouding daarvan is in vrijwel alle landen een onderwerp van staatszorg, evenals het uitgeven van bepaalde soorten kaarten. De betrokken werkzaamheden zijn van groot belang voor velerlei maatschappelijke activiteiten, vereisen een landelijke aanpak, en zijn kostbaar en van lange duur, voldoende redenen om ze als nationale taken op te vatten. In ontwikkelingslanden en ook in zeer grote landen overdekken de bedoelde geodetische grondslagen in de regel nog niet uniform het gehele gebied, maar zijn ze bij stukken en brokken daar gelegd waar ze het meest nodig waren, soms met een gebrekkig onderling verband. Bij voortschrijdende behoefte worden de gaten opgevuld, wat veelal met grote moeilijkheden gepaard gaat, omdat bijvoorbeeld daarbij goede moderne metingen tussen gebrekkig bepaalde oude punten moeten worden gewrongen, of omdat oude punten verdwenen of verstoord zijn. De ervaring leert overigens dat de 'levensduur' van een

nationaal geodetisch netwerk niet meer dan circa vijftig jaar bedraagt, tenzij zorgvuldig en systematisch aandacht wordt geschonken aan her- en bijmeting: door geologische invloeden, bouwactiviteiten enz. veranderen de punten van ligging en geven de eenmaal bepaalde coördinaten of hoogten niet meer de juiste toestand weer.

Wij beperken ons hier tot enige algemene opmerkingen over grondslagen voor situatie- of hoogtemeting; kaarten worden in hoofdstuk 20 behandeld.

Puntsbepaling

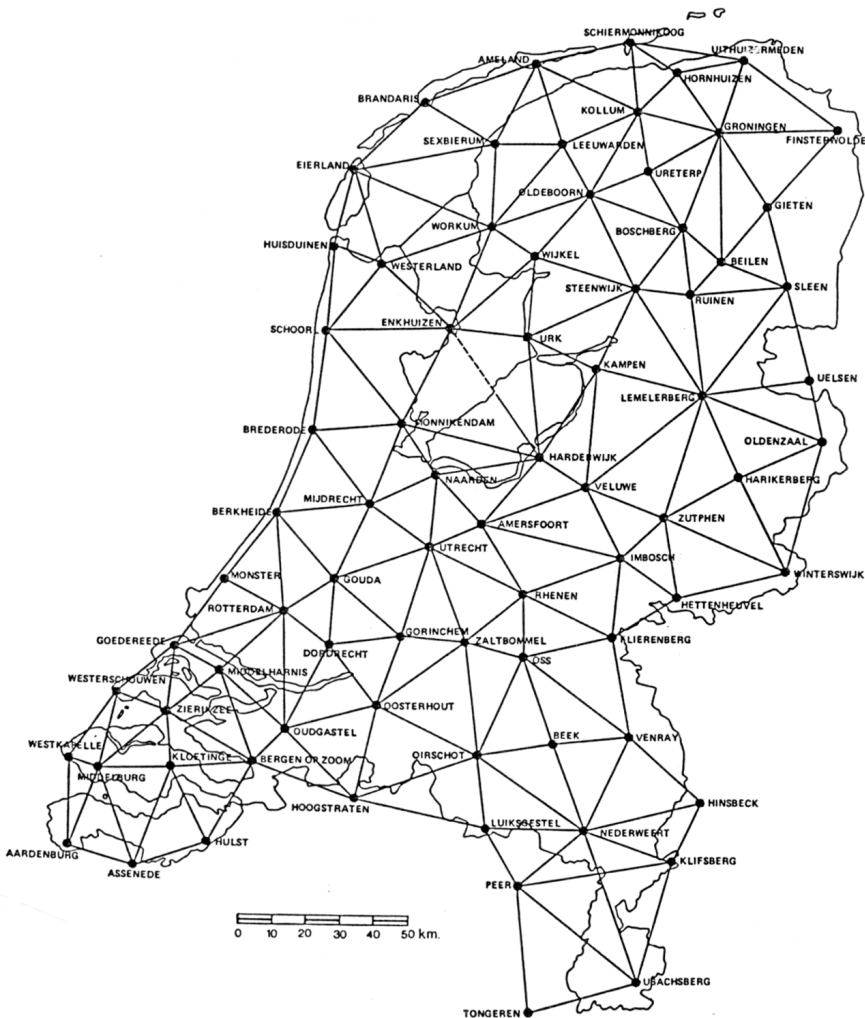
De klassieke manier om een land van een geodetische grondslag voor de situatiemeting te voorzien is het meten van een wijdmazig driehoeksnet, of, in grote landen, een stelsel van driehoekskettingen. In de negentiende eeuw zijn de meeste Europese landen voor het eerst voorzien van zo'n landelijke triangulatie, meestal in de eerste plaats dienend als grondslag voor topografische kaarten. Omdat deze kaarten hoofdzakelijk voor militaire doeleinden nodig waren zijn geodetische en topografische diensten vaak nog militaire of semi-militaire instellingen. In internationaal verband deden deze triangulaties ook dienst voor wetenschappelijke doeleinden; ook bij moderne geodetische activiteiten is dat vaak het geval. Tegenwoordig worden andere methoden dan driehoeksmeting gebruikt om een groot gebied van een zgn. *primair geodetisch netwerk* te voorzien, met name satellietmethoden. In elk geval kan zulk een wijdmazig netwerk, met onderlinge puntafstanden van tientallen of zelfs honderden kilometers, niet als vlak worden beschouwd. Het wordt in de regel berekend op een daartoe gekozen referentie-ellipsoïde, waarbij de plaats en de oriëntering van het net op aarde zijn vastgelegd met behulp van astronomische metingen. Na keuze van een geschikte kaartprojectie wordt het net afgebeeld op een plat vlak. Het land wordt zo voorzien van een *uniform stelsel* van 'vlakke' X,Y -coördinaten ten dienste van landmeetkundige en kartografische doeleinden. Naar gelang van de behoeften en de financiële mogelijkheden wordt het net in verschillende fasen verdicht, d.w.z. voorzien van tussenpunten met een geringere onderlinge afstand; men spreekt hierbij wel van metingen en punten van de tweede, derde en vierde orde. De verdichting moet liefst zover gaan dat de algemene gebruiker met de hem ter beschikking staande middelen en kennis van de landmeetkunde aan zijn behoeften op het gebied van de puntsbepaling kan voldoen. Men bedenke hierbij dat halvering van de afstand tussen bekende punten in een groot gebied het aantal punten ongeveer verviervoudigt, zodat verdichting zeer veel werk kost in verhouding tot het meten van een wijdmazig primair netwerk.

Belangrijk is tenslotte de constatering dat bij het werken in een *landelijk coördinatenstelsel* rekening moet worden gehouden met de correcties voor vergroting en met de richtingscorrecties behorende bij de gebruikte kaartprojectie, ook al is het gehele gebied dat men aan het opmeten is zo klein dat het op zichzelf gerust als vlak zou kunnen worden beschouwd (dit geldt uiteraard voor zover de genoemde correcties niet verwaarloosbaar zijn voor het doel waarvoor de meting dient). Inlichtingen over de toe te passen correcties kan men verkrijgen bij de geodetische dienst van het land in kwestie, eventueel uit publicaties. In *Nederland* is het landelijke coördinatenstelsel het stelsel van de *Rijksdriehoeksmeting* (RD). De metingen van het hoofdnet (figuur 2.21), mede bedoeld als Nederlandse bijdrage aan de Europese Graadmeting, werden in hoofdzaak verricht tussen 1888 en 1904. Dit primaire net bestond oorspronkelijk uit 119 driehoeken en omvatte 77 punten, veelal gelegen op kerktorens. De grootste driehoekszijde is Ubachs-

berg - Nederweert, ca. 51 km. De schaal van het net werd afgeleid uit een bij Bonn gemeten basis; een controlebasis van ca. 4 km lengte werd in 1913 bij Stroe gemeten, waarbij slechts een onbeduidend verschil werd geconstateerd. De plaats van het net op de aarde en de oriëntering werden bepaald door astronomische lengte-, breedte- en azimutbepalingen, voornamelijk te Zierikzee, Ubachsberg en Leeuwarden. Uitgaande van het centrale punt, de spits van O.L.-Vrouwetoren te Amersfoort, zijn daarop voor de hoekpunten de geografische coördinaten op de ellipsoïde van Bessel berekend. Tot ca. 1970 was het punt Amersfoort tevens nulpunt van het X,Y -coördinatenstelsel, zodat in het land zowel positieve als negatieve waarden van de coördinaten voorkwamen. Daarna werd een parallelverschuiving van het coördinatenstelsel toegepast, waardoor het centrale punt de volgende coördinaten kreeg:

$$X = + 155.000,00 \text{ m}$$

$$Y = + 463.000,00 \text{ m}$$



Figuur 2.21. Het primaire driehoeksnet van Nederland.

en alle andere punten dezelfde vermeerdering van hun X -, resp. Y -coördinaat ondergingen. Hierdoor is bereikt dat uitsluitend positieve coördinaten voorkomen, waardoor vergissingen met het teken bij het opschrijven van coördinaten zijn uitgesloten. De verschuiving is zo gekozen dat voor elk punt in het land de Y -coördinaat groter is dan de X -coördinaat, waardoor men gemakkelijk kan zien of X en Y bij vergissing zijn verwisseld. De nauwkeurigheid van de coördinaten is zodanig dat bijvoorbeeld de plaats van een punt in Groningen ten opzichte van Amersfoort een onzekerheid in de orde van grootte van ca. 0,5 m heeft. De relatieve nauwkeurigheid van het coördinatenstelsel van naburige punten bedraagt globaal 1:300.000. De verdichtingsmetingen werden in eerste instantie verricht tussen 1898 en 1928. De instandhouding, uitbreiding en verdichting van het net zijn sinds 1930 de taak van de Rijksdriehoeksmeting die ressorteert onder het Kadaster, gevestigd te Apeldoorn. Tegenwoordig omvat het RD-net circa 6000 punten, inclusief enkele duizenden goed verzekerde zgn. hoofdpunten, die door het Kadaster in het RD-stelsel zijn bepaald. Uitbreiding en verbetering geschiedt sinds ca. 1990 vnl. met satellietmetingen, zie hoofdstuk 11. De afstand tussen naburige punten bedraagt ongeveer 2,5 km. De afdeling Rijksdriehoeksmeting van het Kadaster publiceert een coördinatenlijst met de voor gebruikers van belang zijnde gegevens van de RD-punten en de hoofdpunten van het Kadaster. Bij de coördinatenlijst worden overzichtskaarten op schaal 1 : 50.000 verstrekt, waarop de punten met hun nummers zijn aangegeven.

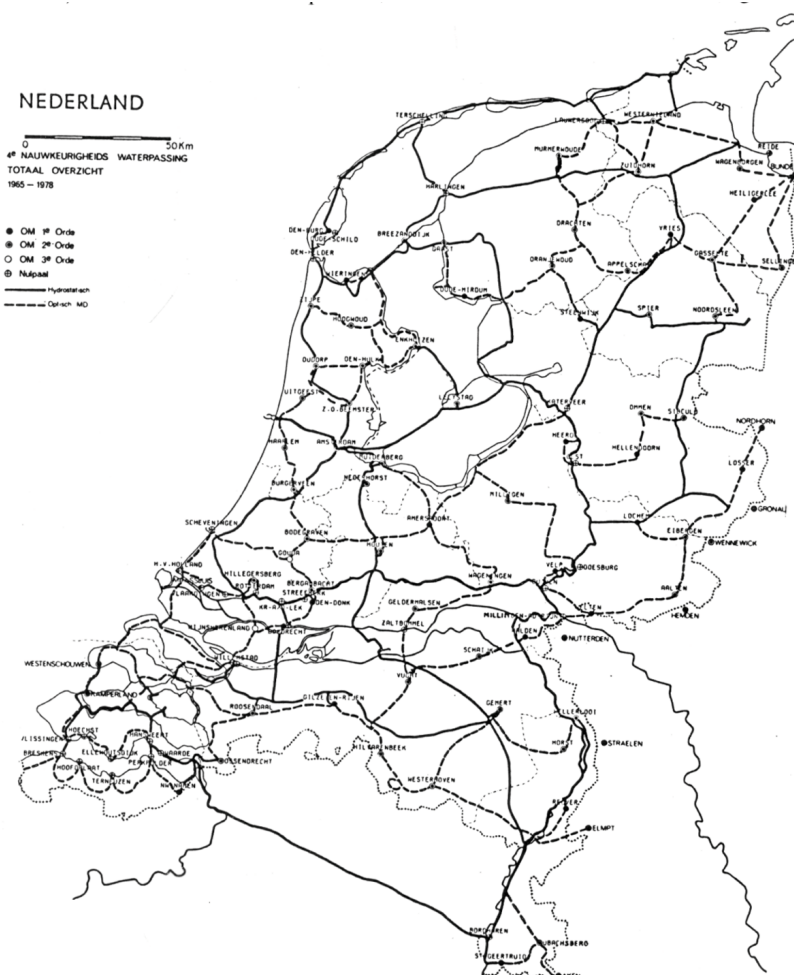
Hoogtemeting

Landelijke grondslagen voor de hoogtemeting worden vrijwel altijd verkregen door middel van waterpassing. Analoot aan de werkwijze bij de puntsbepaling wordt hierbij een stelsel van goed gemarkeerde punten gekozen waarvan men kan aannemen dat ze niet aan plaatselijke verzakking en verstering onderhevig zijn. De punten hebben onderlinge afstanden in de orde van enkele tientallen km, en worden verbonden door een net van waterpassingen; met het oog op de gebruikte instrumenten en methoden spreekt men van *nauwkeurigheidswaterpassing*, waarmee zowel de soort meting als het gehele net wordt bedoeld. Als vergelijkingsvlak wordt meestal een niveauvlak gekozen dat samenvalt met het gemiddeld zeeniveau dat gedurende een bepaalde periode is waargenomen op een of meer aan het net verbonden peilschalen; de hoogte nul wordt door de keuze van dit vergelijkingsvlak gedefinieerd. Vóór de invoering van een landelijk stelsel zijn in de regel in gebieden waar de ontwikkeling dit nodig maakte al plaatselijke of regionale stelsels met een eigen *peil* (d.w.z. vergelijkingsvlak) ontstaan. Een voorbeeld vormt de peilen in het Nederlandse polderwezen: Delflands peil, Rijnlands peil, enz.

In *Nederland* bestaat sinds de vroege zeventiende eeuw het Amsterdams Peil (AP), dat werd gelijkgesteld met het peil van de gemiddelde zomervloed en in 1684 werd vastgelegd door het aanbrengen van marmeren platen, voorzien van een horizontale groef, in een aantal Amsterdamse sluisen. Dit peil was al eeuwen gebruikt, ook buiten Amsterdam, toen het als vergelijkingsvlak voor de eerste Nederlandse nauwkeurigheidswaterpassing (1875–1885) werd ingevoerd. Voor vele peilmerken in het land vond men een hoogte die aanmerkelijk verschilde van de AP-hoogte uit andere metingen; dit kwam vooral door de onnauwkeurigheid der vroegere metingen. Ter onderscheiding werden de uit de eerste nauwkeurigheidswaterpassing volgende hoogten aangeduid als geldend in het stelsel van het Normaal Amsterdams Peil (NAP). NAP-hoogten hebben dus hetzelfde vergelijkings-

vlak als AP-hoogten, de aanduiding AP slaat echter op waterpasresultaten van vóór 1875, de aanduiding NAP op resultaten die daarna zijn verkregen.

Tussen 1926 en 1940 is de tweede nauwkeurigheidswaterpassing van Nederland uitgevoerd. Van 1950–1959, 1965–1978 en 1995–2001 volgden de derde resp. de vierde en de vijfde (figuur 2.22), waarvan de uitkomsten in hoofdzaak voor controle en wetenschappelijke doeleinden worden gebruikt. Inmiddels is, door de relatieve stijging van de zeespiegel het NAP nu ongeveer gelijk aan het gemiddeld zeeniveau langs de Nederlandse kust.



Figuur 2.22. Waterpastrajecten van de 4e nauwkeurigheidswaterpassing.

In 1953 is het NAP vastgelegd door de hoogte van de halfbolvormige bovenkant van een bronzen bout op een 22 m lange heipaal op de Dam in Amsterdam. De bout bevindt zich op 90 cm onder het plaveisel, zijn hoogte is ongeveer 1,43 m boven NAP. Een replica daarvan, op dezelfde hoogte bevindt zich in de toegankelijke kelderruimte van het stadhuis (Stopera) van Amsterdam. In het gehele land verspreid bevinden zich ca 500 ondergrondse peilmerken, waarvan de hoogte t.o.v. NAP is bepaald en die tezamen het

primaire net vastleggen. Door zgn. secundaire waterpassingen is het net verdicht, zodat van duizenden punten, meestal bestaande uit bouten in goed gefundeerde gebouwen, de NAP-hoogte bekend is. De juiste wijze van vermelding van een NAP-hoogte wordt gegeven door de volgende voorbeelden:

NAP + 1,172 m;

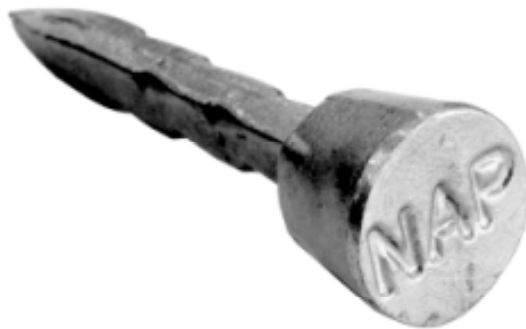
NAP – 0,873 m.

De verzorging van het NAP-stelsel is een taak van de Adviesdienst voor Geo-informatie en ICT (voorheen: de Meetkundige Dienst) van de Rijkswaterstaat te Delft, die lijsten van de peilmerken met hun NAP-hoogten publiceert.

2.8. Markering (verzekering) van punten

Het is van groot belang dat de punten waarvan de onderlinge ligging ten koste van veel moeite is bepaald, op deugdelijke wijze materieel in het terrein worden zijn gemarkeerd. De wijze waarop men deze zgn. verzekering van punten uitvoert hangt uiteraard samen met het doel van de meting; sommige grondslagen moeten tientallen jaren dienst doen, andere hebben hun belang grotendeels verloren als een bepaalde kaart geproduceerd of een technisch werk voltooid is. Men doet er echter altijd goed aan, aan eventueel later gebruik te denken. De puntverzekering kan een belangrijke kostenfactor vormen.

Meestal heeft men enige vrijheid in de keuze van de plaats waar men een ‘vast punt’ maakt. De eerste eis is natuurlijk dat men de metingen ter bepaling ervan kan verrichten, wat meestal betekent dat naburige punten zichtbaar moeten zijn met gebruikmaking van de nodige signalen. Verder moet het te gebruiken instrument er goed opgesteld en bediend kunnen worden met zo weinig mogelijk hinder van en aan verkeer enz. De kans op verstoring moet zo gering mogelijk zijn. Voor verzekering van punten komen afhankelijk van de omstandigheden en de vereiste duurzaamheid, in aanmerking piketten of buizen van hout, ijzer of kunststof, bouten (in rotsbodem of beton), betonnen of hardstenen palen of ter plaatse gegoten betonblokken of -pijlers. Uiteraard moet het eigenlijke punt op een of andere wijze scherp gedefinieerd worden door een spijker, kruis of cirkelvormig gaatje. Verder is het van belang dat er gemakkelijk een signaal opgezet en gecentreerd kan worden, om het punt vanaf andere punten zichtbaar te maken.



Figuur 2.23. Een waterpasbout.

Bij het in de grond slaan van piketten of ijzeren buizen moet men, speciaal langs een weg, bedacht zijn op de mogelijke aanwezigheid van ondergrondse leidingen! Meestal is het aan te raden het piket enz. zover in de grond te slaan dat de kop gelijk is met het maaiveld. Dit is zeker het geval bij punten in een weiland omdat hoge piketten een maaimachine kunnen beschadigen en zeker bij de eerste gelegenheid door een boze boer zullen worden verwijderd.

Bij industriële metingen, deformatiemetingen enz. markeert men vaak punten door plastic plaatjes, met bijv. een cirkelvormig of kruisvormig richtmerk, op wanden, kolommen enz. te lijmen. De puntverzekering dient dan tevens als richtmerk; men kan op zo'n punt uiteraard geen instrument opstellen.

In mijnen en tunnels maakt men de vaste punten vrijwel altijd in het dak, bijvoorbeeld in de vorm van een houten prop met een haakje waaraan een schietlood kan worden gehangen, of van een speciale klem bevestigd aan de kap van de ondersteuning. Een haakje of doorboorde pen voor een schietlood dient altijd scheef te staan en het koord moet er altijd op dezelfde wijze door lopen om geen verschillende puntdefinities te krijgen. Zie figuur 23.1, waar het haakje overdreven groot is getekend.

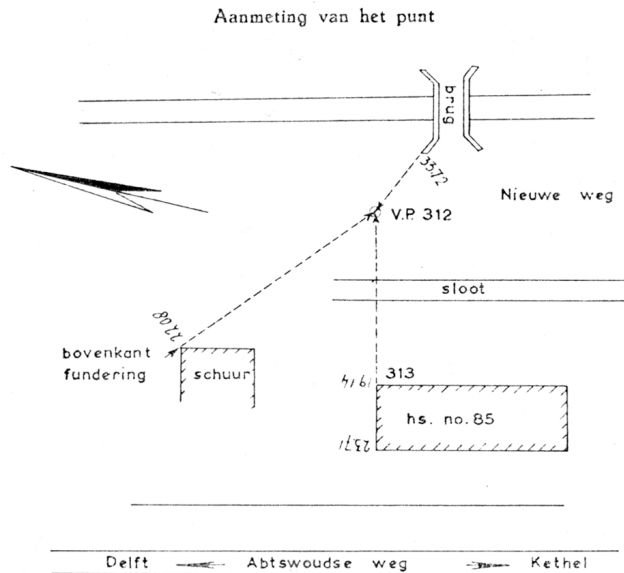
Voor verzekering van punten met bekende hoogte dienen meestal bouten die in een muur worden ingemetseld en waarop een waterpasbaak kan worden gezet. Cilindrische bouten worden enigszins schuin ingezet om een duidelijk hoogste punt te verkrijgen.

De belangrijkste oorzaak van verstoring van punten is het ingrijpen van mensen als gevolg van werkzaamheden (vaak die ten behoeve waarvan de meting dient!), onderhouden hinder, nieuwsgierigheid, belustheid op het materiaal of gewoon vernielzucht. Natuurlijke oorzaken van verstoring zijn vertering, grondverzakking of opvriazing. Men kan zich tegen verstoring wapenen door het aanbrengen van verklikkers of vastleggingen, dit zijn bijv. drie secundaire verzekeringen waarvan de afstanden tot het punt worden gemeten. Bij bouwprojecten dienen de hoofdpunten voor de plaatsbepaling en tenminste twee hoogtemerken aangebracht te worden buiten het eigenlijke werkterrein, ze moeten goed verklikt en beschermd zijn. Bij paspunten voor fotogrammetrische opnamen plaatst men vaak drie piketten op een rechte lijn met verschillende onderlinge afstanden. Het binnenste piket wordt van een signaalplaat voorzien, de twee buitenste dienen als verklikkers. Door die verschillende onderlinge afstanden kan men een verdwenen piket identificeren.

Vastlegging en vergemakkelijking van het terugvinden van een punt geschiedt ook vaak door het aanmeten aan naburige gebouwen enz. Figuur 2.24 toont een zgn. aanmetingschets.

Als het niet mogelijk is de bepaalde punten zelf deugdelijk te verzekeren, kan men door aanvullende metingen speciaal aangebrachte bouten bepalen in gebouwen, kunstwerken enz.

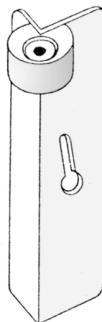
GEMEENTE ROTTERDAM sectie blad
 No. 312 X = 70162,64 Y = 21410,62
 Verzekerd met: ijzeren buis Datum 23-9-1954
 Verwijzing naar form. 24/59
 " " veldwerk



Figuur 2.24. Een voorbeeld van een aanmetingsschets.

2.9. Signalen

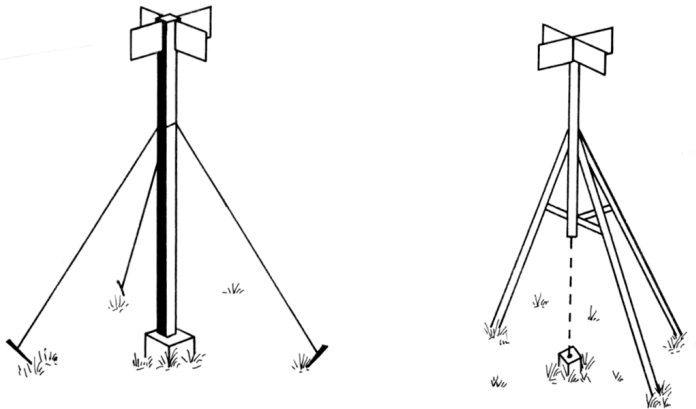
Voor afstanden tot enkele honderden meters bij werken met het blote oog, of ca. 1 km bij gebruik van een kijker, worden punten veelal zichtbaar gemaakt met jalons, zuiver rechte stokken van hout, metaal of kunststof, voorzien van een ijzeren punt waarmee ze in de grond gezet kunnen worden. Ze worden verticaal gezet met behulp van een jalonniveau (zie figuur 2.25) of een schietlood.



Figuur 2.25.

Jalons zijn meestal rood en wit geschilderd om tegen zowel lichte als donkere achtergrond goed af te steken; ook zwart en geel zijn bruikbare kleuren, terwijl tevens reflecterende verf wordt toegepast. Veel gebruikt worden jalons van 28 mm dikte en 2 m lengt, met rode en witte vakken van 50 cm lengte. Om een jalon op een piket of op een harde ondergrond te plaatsen, heeft men jalonstatieven; men kan ook een jalon schoren met twee schuin geplaatste andere jalons die eraan vastgesjord worden. Jalons worden verticaal gezet met behulp van een zgn. jalonniveau.

Figuur 2.26 toont enkele signalen die voor grotere afstanden, bijv. bij triangulaties gebruikt kunnen worden, en eventueel vervaardigd worden uit plaatselijk aanwezig materiaal. Van belang is dat van alle kanten de aanblik van het gedeelte waarop gericht wordt symmetrisch t.o.v. het betrokken punt is en dat eenzijdige belichting geen aanmerkelijke systematische fouten bij het richten geeft. Voor gebruik bij trigonometrische hoogtemeting moet een duidelijk richtpunt aanwezig zijn voor de verticale hoekmeting. Hoge signalen kunnen moeilijk nauwkeurig centratisch opgesteld worden; men moet daarbij in de regel een aparte centreringsmeting uitvoeren om de positie van het richtpunt t.o.v. de puntverzekering te bepalen. Bij het werken op grote afstanden is het vaak moeilijk een signaal te onderscheiden van zijn achtergrond of van andere voorwerpen. Het is daarbij zeer nuttig het signaal te voorzien van een vlag, liefst helgeel, om het vinden te vergemakkelijken.



Figuur 2.26. Afbeeldingen van grotere signalen.

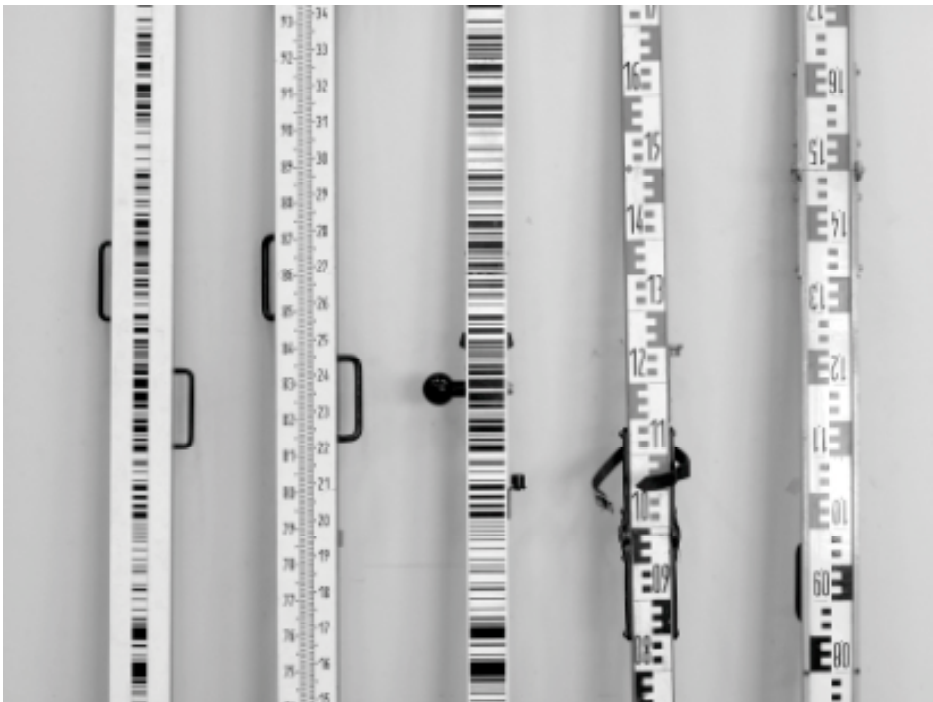
Voor nauwkeurige hoekmeting bij korte afstanden gebruikt men vaak speciale signalen op statieven die uitwisselbaar zijn met het bovenstel van een theodoliet, zie § 12.1 (gedwongen centrering).

2.10. Baken

Onder een baak verstaat men in de landmeetkunde een lat of staaf voorzien van een verdeling in centimeters of andere maateenheden. Wij behandelen hier de zgn. verticale baken, die voor diverse doeleinden worden gebruikt; bij de optische afstandmeting gebruikt men ook horizontaal opgestelde baken, die later ter sprake komen. Verticale

baken zijn in de regel 3 of 4 meter lang, in mijnen, of tunnels of gebouwen gebruikt men kortere. De aflezing op een baak geschiedt altijd van een zekere afstand met behulp van een richtkijker. Met de gebruikelijke kijkers kunnen millimeters worden geschat tot een afstand van maximaal 100 m.

Figuur 2.27 geeft enkele typen van baken. Afhankelijk van het te gebruiken instrument wordt de becijfering zo uitgevoerd dat men rechtopstaande cijfers afleest. De cijfers van baken met decimetervelden zoals de zgn. E-baak (tweede van rechts) in figuur 2.28, moeten zo zijn aangebracht dat de meters en decimeters van het af te lezen getal zijn aangegeven in het decimeterveld waarin de kruisdraad zich bevindt. Voor nauwkeurig werk worden liefst baken uit één stuk gebruikt. Zijn de te stellen eisen niet te hoog, dan refereert men zgn. klappbaken die in tweeën of drieën kunnen worden gevouwen; deze zijn gemakkelijker te transporteren en men neemt de eventuele onnauwkeurigheid veroorzaakt door de scharnieren voor lief. Ook uitschuifbare baken komen voor. Bij de nauwkeurigheidswaterpassing gebruikt men invarbaken, waarbij de verdeling op een invarband is aangebracht die onder constante spanning in een houten baak is gemonteerd. Invar is een nikkelstaal legering waarvan de uitzettingscoëfficiënt bijna 0 is. Hierop wordt later teruggekomen.



Figuur 2.27. Diverse typen van waterpasbaken.

Bij ophogingswerken is het vaak van belang, de zakking van de ondergrond te kunnen onderscheiden van de inklinking van de opgebrachte grond. Hiertoe worden voor het opstorten of opspuiten op verschillende punten van het maaiveld zgn. *zakbaken* geplaatst. Een zakbaak bestaat in het algemeen uit een vierkante stalen plaat, met zijden tot 2 m, met daarop een stalen buis met een diameter van 20 à 25 mm, die men bij de doorgaande

ophoging regelmatig met stukken van 1 m kan verlengen. Door herhaalde waterpassing van de bovenkant van de baak kan het verloop van de zakking van de ondergrond worden bepaald. De plaats van de zakbaak moet vastgelegd worden om hem bij eventueel onderstorten te kunnen terugvinden.

De plaat dient redelijk goed horizontaal te worden gesteld, en vergemakkelijkt het terugvinden als dit door 'prikken' moet gebeuren. Vooral bij opstorten is beveiliging van de baak van belang.

Literatuur

- W.A. VAN BEUSEKOM, *Bijzondere hoogtemerken van het (N)AP*, NGT Geodesia 1987 No. 9, blz. 321.
- H.J. HEUVELINK (Rijkscommissie voor Graadmeting en Waterpassing), *Triangulation du Royaume des Pays-Bas*, 2 dln., Delft, 1903, 1921.
- G.K. LORENZ E.A., *De 5e nauwkeurigheidswaterpassing, een geodetische uitdaging*, Geodesia 1996-3, blz. 95.
- G.L. STRANG VAN HEES, *Globale en lokale geodetische systemen*, 3e druk. Ned. Commissie voor Geodesie, publ. No. 30, Delft 1997.
- A. WAALEWIJN, *De tweede nauwkeurigheidswaterpassing van Nederland 1926 - 1940*, Rijkscommissie voor Geodesie, Delft, 1979.
- P.I. VAN DER WEELE, *De geschiedenis van het NAP*, Rijkscommissie voor Geodesie, Delft, 1971.

Toets uw kennis

1. Wat is puntsbepaling? Beschrijf in het kort enkele methoden met schetsen.
2. Welke methoden van detailmeting kent u? Geef schetsen.
3. Beschrijf in het kort drie verschillende methoden om het hoogteverschil tussen twee punten te bepalen, met schetsen.
4. Waarom laat men geodetisch en landmeetkundig werk niet geheel over aan het particulier initiatief?
5. Wanneer kwam ongeveer het Nederlandse RD-net tot stand? En de jongste nauwkeurigheidswaterpassing van Nederland?
6. Een land is rechthoekig van vorm, 200 bij 300 km. Men overdekt het land met aan elkaar gelijke vierkanten. Bereken het aantal hoekpunten en zijden in het geval dat de zijdelengte 50 km bedraagt, en doe hetzelfde voor zijdelengten van 20, 10 en 5 km.
7. Is Amsterdams Peil iets anders dan NAP?
8. Wat is het doel van puntverzekering?
9. Welke twee eisen stelt men aan de plaats van een verzekerd punt?

10. Welke markering past men vaak ten behoeve van deformatiemetingen toe?
11. Hoe worden hoogtemerken verzekerd?
12. Hoe wapent men zich tegen onvermijdelijk voorkomende verstoring?
13. Hoe vindt men verzekerde punten terug?
14. Wat zijn jalons en waarvoor dienen ze?
15. Welke hulpmiddelen zijn er voor het opstellen van jalons?
16. Welke eisen stelt men aan richtsignalen?
17. Wat is gedwongen centrering en waartoe dient die?
18. Wat is een baak? Noem enkele typen.