Niks heb ik met iks

Henk Korbee

17 september 2021

Voorwoord

Het vele werk heeft me duidelijk gemaakt dat ik voor wiskunde weinig aanleg heb. Dat op zich is veel waard. Ik kan het nu onder woorden brengen en aangeven waar het te moeilijk wordt. Wat ik niet wilde was bewijzen leveren van allerlei stellingen zoals die van Ramsey in het laatste hoofdstuk maar de stelling zo proberen te verwoorden dat men de neiging krijgt een bewijs te leveren. Over deze stelling is heel veel geschreven en het is niet mijn bedoeling erop in te gaan want dat vereist weer een aparte studie. Een ander onderdeel is de monadische logica. Deze is beslisbaar en die van de dyadische logica is dat niet. Bewijzen daarvan leveren was en is niet mijn bedoeling. Wel is dieper ingegaan op monadische predikaten. Verschillende leiboeken heb ik gebruikt om min of meer na te gaan wat ik van de gepresenteerde theorie zou kunnen begrijpen. Het riep, zoals gebruikelijk, heel veel vragen op die nauwelijks te beantwoorden zijn door mij. In het onderwerp verzamelingen ben ik dieper ingegaan. Herformuleringen bleek voor mij soms nodig te zijn waarbij de eis dat ook de ontkenning van het beweerde, zinvol moet zijn en na gegaan moet worden. Dat leverde wel iets op. In de natuurkunde heb ik me aangeleerd om iedere stap in een afleiding van een formule te vragen naar een natuurkundige grondslag ervan. Dat toepassen in de wiskunde en formele logica blijkt toch ook nodig te zijn. Ook een bewijs van het theorema van Ramsey geef ik niet want het was absoluut niet mijn bedoeling daar naar te streven. Wel heb ik geprobeerd het zo te herformuleren dat het duidelijker werd wat de bedoeling was en is van dat theorema. Ook heb ik vaagheden uit vorige boeken geprobeerd te verhelderen zoals de notie 'uitspraak' en 'waarheid'. Ik heb niet de illusie een definitief antwoord te hebben gevonden dan wel de beste omschrijving van wat een bewering is. Ergo, het is nog net zo duister als toen ik begon. Ook schrijf ik zo gedetailleerd mogelijk over de onderwerpen die me bezig houden ook al is het al eeuwen lang besproken. De paradox van de Leugenaar komt ook weer aan bod maar nu met een andere benadering, die van Bradwardine. Het doe-het-zelf heb ik ook toegepast op de redactie van de tekst. Achter gebleven zijn vergissingen en fouten of vaagheden. Zo hoort het.

N.B. In het tv-programma MINFF*CK werd een experiment getoond met betrekking tot conditionering van mensen. Een groep, genaamd X, geïnstrueerde mensen moesten een bepaald gedrag vertonen bij een bepaald geluid. Een schoonblad persoon Y komt een kamer binnen waarbinnen X zit te wachten. Na verloop van tijd weet X persoon Y te conditioneren waarop X één voor één ontbonden wordt en daarna één voor één aangevuld met schone blad mensen die door Y geconditioneerd worden. Dit lijkt me ook aan de hand te zijn bij kennisoverdracht. Door goed gekozen metaforen en bijbehorende plaatjes nemen mensen kennis over die zij als eigen gaan opvatten en door willen geven zonder ook maar iets na te gaan waarop kennis gebaseerd is. Ook associeert het aan een klok-experiment omtrent synchroniciteit. Hang tien klokken aan een muur. Zij gaan synchroon lopen. Hang dan een klok erbij. Ook die gaat synchroon lopen. Haal één voor één de tien klokken weg. De ene klok zet dan de synchroniciteit in van de andere toe te voegen klokken. Leven mensen soms synchroon aan elkaar. Dat wil zeggen, stemmen zich op elkaar af?

Wittgenstein schreef "How do we know how to follow a rule"? Ik maak er het volgende van: "How do we know how to follow your mother after being born"? Dit weten en het weten in het experiment, is een ander weten dan ik omschreef in Korbee (2017) want dat was gebaseerd op overtuigend-zijn èn aannemelijk zijn.

Inhoud

Hoofdstuk 1

Kennis vergaren

> Vleugel vleugel vlieg je nog,
> je bent mijn lief,
> toch?

Ik neem een gedeelte van hoofdstuk 2 van Korbee (2018) over met de toegevoegde opmerking dat men niet een betrekking kan vinden tussen objecten op basis van alleen het correlatie coëfficiënt uit de statistiek maar dat men op basis van waarneming van een zeker verschijnsel tussen objecten behorende tot verschillende categorieën, men kan besluiten om statistisch onderzoek te doen naar die betrekking. Het komt neer op het gedrag van een berggids die, op een keer, de bergen ingaat met een groep mensen. Op grote hoogte aangekomen valt iemand een paar honderd meter naar beneden. De berggids zegt dan tegen de resterende groepsleden dat zoiets, statistisch gesproken, weinig voorkomt.

Ik citeer uit Frege (2006) S.3 ook al omdat het naar voren komt in het laatste hoofdstuk.

> Wenn mein Gedanke richtig ist, dass die Arithmetik ein Zweig der reinen Logik sei, so muss für ‚Zuordnung' ein rein logischer Ausdruck gewählt werden. Ich nehme dafür ‚Beziehung'. Begriff und Beziehung sind die Grundsteine, auf denen ich meinen Bau aufführe.

Meer is daar niet aan toe te voegen. Alleen de opmerking dat men zich moet afvragen wat nu eigenlijk een betrekking is. Of rekenkunde een tak van de logica is, is niet mijn opvatting. Opmerkelijk is dat op S.6 een variabele x is opgevoerd als een open plaats dat te bezetten is door een getal. Dat herinnert aan de notie variabele in de programmeerkunde. De gelijkheidsbetrekking is op S.7 als volgt ingevoerd

> Ich spreche dies so aus: der Werth der Function $\xi^2 = 4$ ist entweder der Wahrheitswerth des Wahren oder der des Falschen.

1.1 Betrekkingen

Als ik een schets maak van twee personen, die naast elkaar zitten, gebruik ik een bewering X die vermeld dat twee personen naast elkaar zitten. Het is ruimtelijk te beschrijven, namelijk de een, met die rode hoed, zit links van degene met het korte been. Deze situatie is te vatten in een bewering Y. De betekenis van beide beweringen is hetzelfde, namelijk, dat zij naast elkaar zitten waarbij het naast elkaar zitten betekent dat de afstand tussen beide personen gehoorzaamd aan de wetten van sociale biologie, intieme omgeving, sociale omgeving et cetera, van een individu. Het links - of rechts zitten van elkaar heeft daar niets mee te maken. Op moment dat het links zitten een noodzaak is vanwege een lichamelijke beperking bij de ander, verandert ook het naast elkaar zitten van karakter maar dan is er meer informatie nodig om dat in een goede formulering te gieten. Bij een propositie hoort een stand van zaken en andersom, bij een stand van zaken als eending, hoort een propositie. Het liefst eenvoudig verwoord. Aangenomen hierbij is dat de stand van zaken door middel van elementaire zinnen is te beschrijven.

Reflexief Een reflexieve betrekking $Refl$[R] is vastgelegd door: $R\,\mathrm{x\,y} \rightarrow\sim V\,\mathrm{x\,y}$ en een totaal reflexieve betrekking $TRefl$[R] is dan $\forall\mathrm{x}\forall\mathrm{y} \because Refl$[R]. Als geen verwarring mogelijk is gebruik ik beide termen door elkaar. Niet-reflexief $nRefl$[R] is $\exists\mathrm{x}\exists\mathrm{y} \because R\,\mathrm{x\,y} \barwedge V\,\mathrm{x\,y}$. Is R totaal niet-reflexief is geldt $\forall\mathrm{x}\forall\mathrm{y} \because [V\,\mathrm{x\,y} \barwedge R\,\mathrm{x\,y}]$ wat irreflexiviteit $Irrefl$[R] uitdrukt. R is niet-irreflexief als R reflexief is; expliciet $\exists\mathrm{x}\exists\mathrm{y} \because [R\,\mathrm{x\,y} \rightarrow V\,\mathrm{x\,y}]$. Op te merken is nog dat $Irrefl$[R] vastlegt dat R bestaat, dat wil zeggen, krachtens kennis en omstandigheden en dat $Refl$[R] op het bestaan van objecten duidt.

Symmetrie Betrekking R is symmetrisch $Symm[\mathrm{R}]$ tussen x en y is vastgelegd door $Irrefl[\mathrm{R}] \rightarrow R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}$. Het is totaal symmetrisch $TSymm[\mathrm{R}]$ als $\forall \mathrm{x} \forall \mathrm{y} \because Irrefl[\mathrm{R}] \rightarrow R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}$. Niet-symmetrische betrekking $nSymm[\mathrm{R}]$ is dan $\sim Symm[\mathrm{R}] \stackrel{\mathrm{def}}{=} Irrefl[\mathrm{R}] \barwedge \sim R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}$. Totaal niet-symmetrisch $TnSymm[\mathrm{R}]$ is dan $\forall \mathrm{x} \forall \mathrm{y} \because nSymm[\mathrm{R}]$. Betrekking R is asymmetrisch $Asymm[\mathrm{R}]$ tussen x en y is vastgelegd door $Irrefl[\mathrm{R}] \rightarrow \sim R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}$. Het is totaal asymmetrisch $TAsymm[\mathrm{R}]$ als $\forall \mathrm{x} \forall \mathrm{y} \because Irrefl[\mathrm{R}] \rightarrow \sim R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}$. Niet-asymmetrische betrekking $nAsymm[\mathrm{R}]$ is dan $\sim Asymm[\mathrm{R}] \stackrel{\mathrm{def}}{=} Irrefl[\mathrm{R}] \barwedge \sim R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}$. Totaal niet-asymmetrisch $TnAsymm[\mathrm{R}]$ is dan $\forall \mathrm{x} \forall \mathrm{y} \because nAsymm[\mathrm{R}]$.

Betrekking R is onsymmetrisch is ingevoerd: $Onsymm(\mathrm{R}) \stackrel{\mathrm{def}}{=} nTSymm(\mathrm{R}) \barwedge nTAsymm(\mathrm{R})$. Dan volgt het niet onsymmetrisch zijn als volgt: $nOnsymm(\mathrm{R}) \leftrightarrow TSymm(\mathrm{R}) \sqcup TAsymm(\mathrm{R})$ waarbij het gelijktijdig optreden van de laatste predikaten is uitgesloten. Niet-symmetrische betrekking is dan $nSymm[\mathrm{R}] \equiv \sim Symm[\mathrm{R}] \stackrel{\mathrm{def}}{=} Irrefl[\mathrm{R}] \barwedge \sim R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}$. Totaal niet-symmetrisch is dan $TnSymm[\mathrm{R}] \stackrel{\mathrm{def}}{=} \forall \mathrm{x}\colon \forall \mathrm{y} \because nSymm[\mathrm{R}]$. Een niet-asymmetrische betrekking is dan te geven door $nASymm[\mathrm{R}] \stackrel{\mathrm{def}}{=} Irrefl[\mathrm{R}] \barwedge R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}$. Totaal niet asymmetrisch is dan $TnAsymm[\mathrm{R}] \stackrel{\mathrm{def}}{=} \forall \mathrm{x}\colon \forall \mathrm{y} \because nAsymm[\mathrm{R}]$.

Ook geldt $nTSymm(\mathrm{R}) \leftrightarrow \exists \mathrm{x}\colon \exists \mathrm{y} \because V\,\mathrm{x}\,\mathrm{y} \barwedge [R\,\mathrm{x}\,\mathrm{y} \barwedge \sim R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}]$ alsook $nTAsymm(\mathrm{R}) \leftrightarrow \exists \mathrm{x}\colon \exists \mathrm{y} \because V\,\mathrm{x}\,\mathrm{y} \barwedge [R\,\mathrm{x}\,\mathrm{y} \barwedge R\,\mathrm{y}\,\mathrm{x}]$. Naast deze gelijkwaardigheden geldt ook nog $Symm(\mathrm{R}) \rightarrow nASymm(\mathrm{R})$ en dan natuurlijk ook $Asymm(\mathrm{R}) \rightarrow nSymm(\mathrm{R})$.

Transitief $Trans[\mathrm{R}]$ staat voor betrekking R is transitief. Uitgeschreven is dat $[V\,\mathrm{x}\,\mathrm{y} \rightarrow \exists \mathrm{z}\colon [R\,\mathrm{x}\,\mathrm{z} \rightarrow R\,\mathrm{z}\,\mathrm{y}] \rightarrow R\,\mathrm{x}\,\mathrm{y}]$. Totaal transitief $TTrans[\mathrm{R}]$ is dan $\forall \mathrm{x} \forall \mathrm{y} \because Trans[\mathrm{R}]$. Nu is $Trans[\mathrm{R}]$ gelijkwaardig aan $[V\,\mathrm{x}\,\mathrm{y} \rightarrow [\forall \mathrm{z} \because [R\,\mathrm{x}\,\mathrm{z} \rightarrow R\,\mathrm{z}\,\mathrm{y}] \rightarrow R\,\mathrm{x}\,\mathrm{y}]]$. Het niet-transitief

$nTrans$[R] is dan $[V\,\mathrm{x\,y}\barwedge \sim [\forall \mathrm{z} \because [R\,\mathrm{x\,z} \rightarrow R\,\mathrm{z\,y}] \rightarrow R\,\mathrm{x\,y}]]$ wat gelijkwaardig is aan $[V\,\mathrm{x\,y} \barwedge [\forall \mathrm{z} \because [R\,\mathrm{x\,z} \rightarrow R\,\mathrm{z\,y}]\barwedge \sim R\,\mathrm{x\,y}]]$. Totaal niet-transitief $TnTrans$[R] is dan expliciet $\forall\mathrm{x}\forall\mathrm{y} \because nTrans$[R]. Niet-totaal transitief $nTTrans$[R] is dan $\exists\mathrm{x}\exists\mathrm{y} \because nTrans$[R].

Dichtheid *Dicht*[R] staat voor een dichte betrekking R. Het is expliciet $V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow [R\,\mathrm{x\,y} \rightarrow \exists \mathrm{z} \because [R\,\mathrm{x\,z} \rightarrow R\,\mathrm{z\,y}]]$ wat te schrijven is als $Irrefl$[R] $\rightarrow [\exists \mathrm{z} \because [R\,\mathrm{x\,z} \rightarrow R\,\mathrm{z\,y}]]$. Totaal dicht $TDicht$[R] is dan $\forall\mathrm{x}\forall\mathrm{y} \because Dicht$[R]. Niet Dicht $nDicht$[R] is dan gegeven door $V\,\mathrm{x\,y}\barwedge \sim [R\,\mathrm{x\,y} \rightarrow \exists \mathrm{z} \because [R\,\mathrm{x\,z} \rightarrow R\,\mathrm{z\,y}]]$ en equivalent aan de formule $Irrefl$[R] $\barwedge \forall \mathrm{z} \because R\,\mathrm{x\,z}\barwedge \sim \exists \mathrm{z} \because R\,\mathrm{z\,y}$. Totaal niet Dicht $TnDicht$[R] is dan gegeven door $\forall\mathrm{x}\forall\mathrm{y} \because nDicht$[R].

Euclidisch Betrekking R is euclidisch $Eucl$[R] is gegeven door $V\,\mathrm{y\,z} \rightarrow [\exists \mathrm{x} \because [R\,\mathrm{x\,y} \barwedge R\,\mathrm{x\,z}] \rightarrow R\,\mathrm{y\,z}]$. Totaal Euclidisch $TEucl$[R] is dan vast gelegd in $\forall\mathrm{y}\forall\mathrm{z} \because Eucl$[R]. Het niet-Euclidisch zijn is dan $nEucl$[R] $\stackrel{\mathrm{def}}{=} V\,\mathrm{y\,z}\barwedge \sim [\exists \mathrm{x} \because [R\,\mathrm{x\,y} \barwedge R\,\mathrm{x\,z}] \rightarrow R\,\mathrm{y\,z}]$ wat equivalent is aan $V\,\mathrm{y\,z} \barwedge \forall \mathrm{x} \because [R\,\mathrm{x\,y} \barwedge R\,\mathrm{x\,z}]\barwedge \sim R\,\mathrm{y\,z}$. Totaal niet-Euclidisch $TnEucl$[R] is dan $\forall\mathrm{y}\forall\mathrm{z} \because nEucl$[R]. In plaats van totaal niet-Euclidisch noteer ik onEuclidisch: $OnEucl$[R]. Dan is niet totaal Euclidisch: $nTEucl$[R] $\stackrel{\mathrm{def}}{=} \exists\mathrm{y}\exists\mathrm{z} \because nEucl$[R].

Open Betrekking R is $Open$[R]: $Irrefl$[R] $\rightarrow \exists \mathrm{x} \because [R\,\mathrm{x\,y} \barwedge R\,\mathrm{x\,z}]]$. Totaal open $TOpen$[R] is dan $\forall\mathrm{y}\forall\mathrm{z} \because Open$[R]. Het nu volgende is toegevoegd aan de eerdere opzet van het boek.

extensioneel Betrekking R is extensioneel Ext[R] als de volgende redenering $\forall \mathrm{x} \because [R(\mathrm{x},\mathrm{a}) \leftrightarrow R(\mathrm{x},\mathrm{b})] \rightarrow\sim V\,\mathrm{a\,b}$ gestand houdt. Niet extensioneel $nExt$[R] is dan $\exists \mathrm{x} \because [R(\mathrm{x},\mathrm{a}) \leftrightarrow R(\mathrm{x},\mathrm{b})] \barwedge V\,\mathrm{a\,b}$.

Samenhangend Een relatie R heet samenhangend $Conn$[R] als $V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow [R(\mathrm{x,y}) \sqcup R(\mathrm{y,x})]$. R is totaal samenhangend $TConn$[R] als $\forall\mathrm{x}\colon \forall\mathrm{y} \because [V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow [R(\mathrm{x,y}) \sqcup R(\mathrm{y,x})]]$. Niet samenhangend $nConn$[R] is dan $V\,\mathrm{x\,y} \barwedge [\sim R(\mathrm{x,y}) \barwedge \sim R(\mathrm{y,x})]]$. Totaal niet samenhangend $TnConn$[R] is dan $\forall\mathrm{x}\colon \forall\mathrm{y} \because [V\,\mathrm{x\,y} \barwedge [\sim R(\mathrm{x,y}) \barwedge \sim R(\mathrm{y,x})]]$ wat een uitdrukking is voor onsamenhangend. Niet totaal samenhangend $nTConn$[R] is dan $\sim \forall\mathrm{x}\colon \forall\mathrm{y} \because [V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow [R(\mathrm{x,y}) \sqcup R(\mathrm{y,x})]]$ wat equivalent is aan $\exists\mathrm{x}\colon \exists\mathrm{y} \because [V\,\mathrm{x\,y} \barwedge [\sim R(\mathrm{x,y}) \barwedge \sim R(\mathrm{y,x})]]$. Met andere woorden $onConn$[R] $\rightarrow nTConn$[R].

Neem $Irrefl$[R] onder de loep. Er staat dat voor ieder tweetal verschillende objecten er een betrekking bestaat tussen beide objecten. Samenhang zonder Irreflexiviteit gaat dus niet. Met andere woorden: $TConn$[R] $\rightarrow Irrefl$[R].

Punt uit Een relatie R heet punt-samenhangend in x, geschreven als $PtConn$[R,x], als x vast is en $V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow [R(\mathrm{x,y}) \sqcup R(\mathrm{y,x})]$. R is totaal punt-samenhangend in x, genoteerd als $TPtConn$[R,x], als x vast is en er geldt dat $\forall\mathrm{y} \because [V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow [R(\mathrm{x,y}) \sqcup R(\mathrm{y,x})]]$. Niet punt-samenhangend $nPtConn$[R,x]: $V\,\mathrm{x\,y} \barwedge [\sim R(\mathrm{x,y}) \barwedge \sim R(\mathrm{y,x})]]$. Totaal niet punt-samenhangend $TnPtConn$[R,x] is dan gegeven door $\forall\mathrm{y} \because [V\,\mathrm{x\,y} \barwedge [\sim R(\mathrm{x,y}) \barwedge \sim R(\mathrm{y,x})]]$.

Een onderzoek Een samenhangende betrekking is voor mij $\forall\mathrm{x} \because [\exists\mathrm{y}\colon [V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow [R(\mathrm{x,y}) \sqcup R(\mathrm{y,x})]]$. Dit is, om bekende redenen, equivalent aan $\forall\mathrm{x} \because [\forall\mathrm{y} \because V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow \exists\mathrm{y} \because [R(\mathrm{x,y}) \sqcup R(\mathrm{y,x})]]$ en hieruit volgt dat $\forall\mathrm{x}\colon \forall\mathrm{y} \because V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow \forall\mathrm{x} \because \exists\mathrm{y}\colon [R(\mathrm{x,y}) \sqcup R(\mathrm{y,x})]]$. Dit is nog steeds een bevattelijke redenering die afgekapt wordt bij $\forall\mathrm{x}\colon \forall\mathrm{y} \because V\,\mathrm{x\,y} \barwedge \exists\mathrm{x} \because \forall\mathrm{y}\colon [\sim R(\mathrm{x,y}) \barwedge \sim R(\mathrm{y,x})$. Dit laatste drukt uit dat x geïsoleerd is van de rest. Het is een gevolg van $TnConn$[R].

Samengestelde betrekking van R en S is de betrekking $R \circ S$ met $R \circ S = \{ \langle \mathrm{a, c} \rangle \mid \exists \mathrm{b} \because R\,\mathrm{a\,b} \barwedge R\,\mathrm{b\,c} \}$. Noteer betrekking R^2 voor $R \circ R$. $TTrans$[R] is nu $\forall$x: $\forall$y $\because V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow [R^2(\mathrm{x, y}) \rightarrow R(\mathrm{x, y})]$. $nTrans$[R] is dan $V\,\mathrm{x\,y} \barwedge R^2(\mathrm{x, y}) \barwedge \sim R(\mathrm{x, y})$. Dan is $TnTRans$[R] makkelijk te noteren.

Keten De structuur $\langle K, R \rangle$ is een keten als $TConn$[R]. Objecten x en y uit de structuur $\langle AK, R \rangle$ zijn te vergelijken als $O\,\mathrm{x\,y}$ geldt en anders $TV\,\mathrm{x\,y}$. De structuur $\langle AK, R \rangle$ is een anti-keten als de redenering $\forall$x,y $\because V\,\mathrm{x\,y} \rightarrow TV\,\mathrm{x\,y}$ geldt.

Dicht Gegeven structuur $\langle P, R \rangle$. Ik las het volgende: Verzameling D heet dicht in verzameling P als $\forall \mathrm{p} \exists \mathrm{q} \because \mathrm{p} \in \mathrm{D} \barwedge \mathrm{q} \in \mathrm{P} \rightarrow R\,\mathrm{q\,p}$. Zoals eerder gedaan bij andere predikaatlogische formules neem ik de uitgangsredenering $\exists \mathrm{q}\colon \forall \mathrm{p} \because \mathrm{p} \in \mathrm{D} \barwedge \mathrm{q} \in \mathrm{P} \rightarrow R\,\mathrm{q\,p}$. Hieruit volgt $\forall \mathrm{q}\colon \forall \mathrm{p} \because \mathrm{p} \in \mathrm{D} \barwedge \mathrm{q} \in \mathrm{P} \rightarrow \exists \mathrm{q}\colon \forall \mathrm{p} \because R\,\mathrm{q\,p}$. Deze afbreken bij $\forall \mathrm{q}\colon \forall \mathrm{p} \because \mathrm{p} \in \mathrm{D} \barwedge \mathrm{q} \in \mathrm{P} \barwedge \forall \mathrm{q}\colon \exists \mathrm{p} \because \sim R\,\mathrm{q\,p}$.

Filter Zie Korbee (2018) hoofdstuk 2 bladzijde 87. Neem als voorbeeld het begrip 'filter'. Betrekking R is gedefinieerd op X en stelt een lineaire ordening voor. Laat X een geordende verzameling zijn en Z een echt deel van X. Verzameling Z is een filter als: X niet leeg is, $\forall$x,y $\in$ Z $\because O\,\mathrm{x\,y}$ en als de R-voorgangers van y tot Z behoren, dan ook y, dus: $\forall \mathrm{y}\colon [\forall \mathrm{x} \because [\mathrm{x,y} \in \mathrm{Z} \barwedge R\,\mathrm{x\,y} \rightarrow [\mathrm{x} \in \mathrm{Z} \rightarrow \mathrm{y} \in \mathrm{Z}]]]$. Het is te herformuleren naar $\forall \mathrm{y}\colon [\forall \mathrm{x} \because Irrefl[\mathrm{R}] \rightarrow [\mathrm{x}\colon \mathrm{x} \in \mathrm{Z} \rightarrow \mathrm{y} \in \mathrm{Z}]]$. Enkele voorbeelden: De triviale filter $\mathrm{F} = \{ \mathrm{X} \}$. Laat X oneindig zijn. Dan is $\{ \mathrm{A} \mid \mathrm{A} \subseteq \mathrm{X}\ \&\ \mathrm{X\text{-}A}$ is eindig, $\}$ een co-eindige filter.

Ultrafilter Gegevens als bij filter. Een deelverzameling Z van X is een ultrafilter als het een filter is met de eigenschap dat

$$\exists \mathrm{z}\colon \forall \mathrm{x,y} \because \mathrm{x,y} \in \mathrm{Z} \barwedge \mathrm{z} \in \mathrm{Z} \to [R\,\mathrm{x\,z} \sqcup R\,\mathrm{y\,z}].$$

Anders geschreven met behulp van overkoepeling U:

$$\exists \mathrm{z}\colon \forall \mathrm{x,y} \because \mathrm{x,y} \in \mathrm{Z} \barwedge \mathrm{z} \in \mathrm{Z} \to U\,\mathrm{x\,y}.$$

Voor een handzame notatie is $\mathrm{z} = U(\mathrm{x}, \mathrm{y})$ goed te gebruiken. Bij een overlapping is dat $\mathrm{z} = O(\mathrm{x}, \mathrm{y})$. In plaats van het bovenstaande kan men ook het volgende doen. Een ultrafilter is een filter F met de eigenschap $\forall \mathrm{A} \because [\mathrm{A} \subseteq \mathrm{X} \to [\mathrm{A} \in \mathrm{F} \veebar \mathrm{A}^c \in \mathrm{F}]]$. Stel namelijk dat voor filter F geldt dat $\exists \mathrm{A} \because [\mathrm{A} \subseteq X \barwedge \mathrm{A} \notin \mathrm{F} \barwedge \mathrm{A}^c \notin \mathrm{F}$. Er geldt de redenering $\forall \mathrm{Y} \notin \mathrm{F} \because \forall \mathrm{B}\colon [\mathrm{B} \subset \mathrm{Y} \to \mathrm{B} \notin \mathrm{F}]$. Omdat $\mathrm{X} \in \mathrm{F}$ en $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{X}$ is er maximale Z met $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{Z} \subset \mathrm{X} \,\&\, \mathrm{Z} \notin \mathrm{F}$. Verzameling Z^c is dan minimaal, niet leeg en $\mathrm{Z}^c \subseteq \mathrm{A}^c$. Er is een U met $\mathrm{U} \neq \varnothing \barwedge \mathrm{U} \subset \mathrm{Z}^c \barwedge \mathrm{U} \in \mathrm{F}$. Tegenspraak, want $\mathrm{U} \notin \mathrm{F}$. Dus zo een Z bestaat niet. A is dan volledig geïsoleerd van F. De definitie is dan ook correct te noemen, het voegt iets aparts toe aan F. Een ultrafilter is maximaal. Stel er is een filter F' met $\mathrm{F} \subset \mathrm{F'}$, dan $\mathrm{A} \in \mathrm{F'} \barwedge \mathrm{A} \notin \mathrm{F}$, dus $\mathrm{A}^c \in \mathrm{F} \to \mathrm{A}^c \in \mathrm{F'}$. Tegenspraak.

Met A, B tot filter F behoort ook $\mathrm{A} \cup \mathrm{B}$ tot F. Er geldt $\mathrm{A} \cap \mathrm{B} \in \mathrm{F}$. Vanwege $[\mathrm{A} \cap \mathrm{B}] \subseteq [\mathrm{A} \cup \mathrm{B}]$ volgt het gestelde. F is nu een ultrafilter. Nu dan $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} \in \mathrm{F} \to \mathrm{A} \in \mathrm{F} \sqcup \mathrm{B} \in \mathrm{F}$. Stel $\mathrm{A} \cup \mathrm{B} \in \mathrm{F} \barwedge \mathrm{A} \notin \mathrm{F} \barwedge \mathrm{B} \notin \mathrm{F}$. Dan $\mathrm{A}^c \in \mathrm{F} \barwedge \mathrm{B}^c \in \mathrm{F} \to \mathrm{A}^c \cap \mathrm{B}^c = (\mathrm{A} \cup \mathrm{B})^c \in \mathrm{F}$. Tegenspraak. Er is meer over ultrafilters zeggen. Ik neem er nog een paar uit.

Ultra Een bijzondere ultrafilter. Voor alle gefixeerde x in X is $\hat{\mathrm{x}} = \{\, \mathrm{A} \mid \mathrm{A} \subseteq \mathrm{X} \barwedge \mathrm{x} \in \mathrm{A} \,\}$. Noteer $[\mathrm{A}]^n$ voor de verzameling van rijtjes getallen met vaste lengte n. Zo een rij noem ik een n-rij. Dan is $[\hat{\mathrm{x}}]^n = \{\,[\mathrm{A}]^n \mid [\mathrm{A}]^n \subseteq [\mathrm{X}]^n \barwedge [\mathrm{x}]^n \in [\mathrm{A}]^n\,\}$ een ultrafilter. Een ander voorbeeld is het volgende: $[\mathrm{n}] = \{\,0, 1, 2, \ldots, \text{n-1}\,\}$. Neem $\mathrm{i} \in [\mathrm{n}]$ en fixeer i, dan is $\hat{\mathrm{i}}$ te vormen. Men kan nog verder gaan. Gegeven structuur $\langle X, R\rangle$ en R lineair geordend. Neem $\mathrm{Y} \subset \mathrm{X}$. Vorm $[\mathrm{X}]^n$. Laat $[\mathrm{Y}]^n$ de verzameling n-rijen zijn, dan is $[\mathrm{Y}]^n \subset [\mathrm{X}]^n$. Filter $\mathrm{F}^n = \{\,[\mathrm{A}]^n \mid [\mathrm{A}]^n \subseteq [\mathrm{X}]^n \barwedge [\mathrm{Y}]^n \subset [\mathrm{A}]^n\,\}$ is gegenereerd door verzameling $[\mathrm{Y}]^n$.

[1]Er zijn twee typen voor ultrafilter: hoofd- en vrije ultrafilters. Een hoofd-ultrafilter is een filter met een minimaal element. Is er geen minimaal element heet de filter vrij.

Halfordeningen [2] Betrekking R is een partiële ordening als R voldoet aan $Refl[\mathrm{R}]$, $OnSymm[\mathrm{R}]$ en $Trans[\mathrm{R}]$ is. Laat de structuur $\langle P, R\rangle$ van het type partiële orde zijn. Object Min heet minimaal als R punt-samenhangend is in Min en er geen voorwerp x is met $R(\mathrm{x}, \mathrm{Min})$: $\forall \mathrm{x} \because \mathrm{x} \in \mathrm{P} \barwedge PtConn[\mathrm{R,Min}] \rightarrow\sim R(\mathrm{x}, \mathrm{Min}) \,\&\, UC(\mathrm{Min})$ en het opmerkelijke is dat Min gedefinieerd is door de redenering af te breken. Object Max is maximaal als R punt-samenhangend is in Max en er geen object x is met $R(\mathrm{Max}, \mathrm{x})$:

$$\forall \mathrm{x} \because \mathrm{x} \in \mathrm{P} \barwedge PtConn[\mathrm{R,Max}] \rightarrow\sim R(\mathrm{Max}, \mathrm{x}) \,\&\, UC(\mathrm{Max}).$$

Een niet lege, halfgeordende, verzameling heeft zeker een maximaal element, want voor iedere x geldt er is een y met $\exists \mathrm{y}\colon \forall \mathrm{x}\colon R(\mathrm{x}, \mathrm{y})$. Dit associeert met $\exists \mathrm{Y}\colon \forall \mathrm{X} \because P(\mathrm{X}, \mathrm{Y}) \rightarrow \forall \mathrm{X}\colon \exists \mathrm{Y} \because P(\mathrm{X}, \mathrm{Y})$ wat een herschrijving is van het axioma van Spinoza. Op te merken is dat overeenkomstig de referent 0 in de kennisruimte, er een nulobject is in te voeren in deze structuur dat in betrekking staat tot de minimale elementen. Deze elementen zijn dan atomen te noemen.

Het eenobject is dan het object waarmee alle maximale elementen in betrekking staan en zijn dan anti-atomen te noemen.

Aansluitend kan men betrekking tot de deel-betrekking het volgende nog afspreken: Gegeven $\mathrm{z} = O(\mathrm{x}, \mathrm{y})$. Als voor iedere u met $V\,\mathrm{u}\,\mathrm{z}$ geldt dat $\mathrm{u} = O(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \barwedge P(\mathrm{u}, \mathrm{z})$ is z de grootste ondergrens van x en y. Op dezelfde wijze is de kleinste bovengrens van x en y vast te leggen. Formeel:

$$kbg(\mathrm{z}) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \exists \mathrm{z} \because \forall \mathrm{u} \because [\mathrm{u} = O(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \rightarrow P(\mathrm{u}, \mathrm{z})]$$

en

$$gog(\mathrm{z}) \stackrel{\mathrm{def}}{=} \exists \mathrm{z} \because \forall \mathrm{u} \because [\mathrm{u} = U(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \rightarrow P(\mathrm{z}, \mathrm{u})].$$

Of hiermede ook indirect een ordening moet bestaan is de vraag. Het sluit wel aan bij het volgende onderwerp.

vervolg halfordening Laat P de halfgeordende verzameling voorstellen en A een deel van P zijn. A is naar boven R-begrensd als: $\exists \mathrm{s}\colon \forall \mathrm{a} \because [\mathrm{s} \in \mathrm{P} \barwedge \mathrm{a} \in \mathrm{A} \rightarrow R(\mathrm{a}, \mathrm{s})]$. Ondergrens van A is dan: $\exists \mathrm{s}\colon \forall \mathrm{a} \because [\mathrm{s} \in \mathrm{P} \barwedge \mathrm{a} \in \mathrm{A} \rightarrow R(\mathrm{s}, \mathrm{a})$. Laat S(A) de bovengrenzen van A voorstellen en I(A) de ondergrenzen van A voorstellen. Heeft S(A) een kleinste element heet dat supremum van A: $Sup(\mathrm{A})$. Heeft I(A) een grootste element heet dat infimum van A: $Inf(\mathrm{A})$. Heeft P het nulobject 0 en het eenobject 1, dan $Sup(\mathrm{P}) = 1$ en $Inf(\mathrm{P}) = 0$ en noteer dat als P(0,1). Gegeven zijn P(0,1) en x, y voorwerpen hieruit dan zijn x en y elkaars absolute complement als de gemeenschappelijke eigenschappen van x en y niet te onderscheiden is van die van 0 en dat de eigenschappen bij elkaar genomen niet te onderscheiden is van die van 1: $x \curlywedge y = 0$ en $x \curlyvee y = 1$. Vanzelfsprekend zijn 0 en 1 elkaars complement. Een pseudocomplement c van a is gegeven door:

voor alle x met$R$(x, c) alleen als $x \curlywedge a \asymp 0$ en dus in het bijzonder $c \curlywedge a \asymp 0$. Het relatieve pseudocomplement a met betrekking tot b is dan gegeven door: voor alle x met R(x, c) alleen als $x \curlywedge a \asymp b$ en dus in het bijzonder $c \curlywedge a \asymp b$. Notatie: $a \rightarrowtail b$.

Tralie Structuur $\langle P, R\rangle$ is een tralie als voor iedere niet lege, eindige, deelverzameling A van P zowel Sup(A) alsook Inf(P) bestaat.

Volledige tralie is een tralie als iedere deelverzameling A van P een infimum en supremum heeft. Men kan ook volstaan met de eis dat iedere deelverzameling een infimum heeft want dan hebben de bovengrenzen van een deelverzameling een infimum wat het gevraagde supremum is.

Ik lees ook dat een halfgeordende deelverzameling Q van verzameling P consistent is, als iedere deelverzameling van Q van de vorm { u, v } een bovengrens heeft. P is dan consistent als iedere deelverzameling van P consistent is.

Neem een deel ervan Neem uit de propositielogica de redenering p ∧ q → p. Duidelijk is dat p $\overline{\wedge}$ q zonder p niet is op te stellen. Op het eerste gezicht maakt p deel uit van $p\overline{\wedge}q$ vanwege het gebruik van het voegwoord 'en'. De opvatting is dan dat proposities overeenkomen met wat bouwstenen zijn bij de bouw van een woning. Echter, p is bevat in het antecedent en dan is p ∧ q de kleinste bovengrens van p en q. Voor de propositie p ∨ q geldt dat Meixner (2006) het opvat als de grootste ondergrens van de proposities p en q en daarom is er de redenering p → [p ∨ q]. Wat betekent 'deel zijn van' en 'bevat in'? Ik krijg de indruk dat het een onbeholpen manier is van zich uitdrukken. [3]Dat object x deel is van object y, is voorgesteld door

$P(\mathrm{x}, \mathrm{y})$ en dat x echt deel is van y is $PP(\mathrm{x}, \mathrm{y})$. Delen van object x is te schrijven als $Pr_x \stackrel{\text{def}}{=} \curlywedge y \cdot P(\mathrm{y}, \mathrm{x})$ en de daarbij behorende concretisering $\bar{x} \stackrel{\text{def}}{=} \mathrm{X}[Pr_x]$ wat ook uitdrukt dat $\bar{x}$ opslagplaats is van delen van x. Behoort x zelve hiertoe? Ik verkrijg een doe-het-zelf-pakket van een wasbak. Is de wasbak zelve hierin opgeslagen? Het antwoord is nee, want de wasbak is nog niet in elkaar gezet. Het gaat dus over echte delen van de wasbak. De verzameling $\bar{x}$ is de opslagplaats van echte delen van x. De vraag die blijft hangen is: kan x wel deel van zichzelf zijn? Het doe-het-zelf-pakket is een assortiment aan coherente delen van de nog in elkaar te zetten wasbak. Omdat $\bar{x}$ een coherente verzameling is, kan men ook spreken over delen hiervan alsook elementen ervan. Haal je een element eruit, neem je er een deel van weg: $y \in \bar{\mathrm{x}} \rightarrow P(\mathrm{y}, \bar{\mathrm{x}})$. In hoeverre is $\bar{x}$ coherent? En dan is ook de weg vrijgemaakt voor $P(\bar{\mathrm{y}}, \bar{\mathrm{x}})$. Het drukt uit dat delen van y, delen zijn van x. Aangezien delen van x, delen van x zijn, geldt $P(\bar{\mathrm{x}}, \bar{\mathrm{x}})$. Nu is de volgende definitie duidelijk: $\bar{\bar{\mathrm{x}}} \stackrel{\text{def}}{=} \curlywedge \bar{\mathrm{y}} \cdot P(\bar{\mathrm{y}}, \bar{\mathrm{x}})$. Of het zinvol is verder te gaan, waag ik te betwijfelen. Hoe dit lezen? Gegeven eending a en vorm de verzameling $\{\, \mathrm{a} \,\}$. Dus in deze verzameling ligt nu informatie opgeslagen. Zonder opvraagbaarheid heeft men daar niets aan en daarom betekent $\mathrm{a} \in \{\, \mathrm{a} \,\}$ dat de opgeslagen informatie opvraagbaar is, algemener: $\mathrm{a} \in \mathrm{A} \rightarrow \mathrm{a} \subset \mathrm{A}$. Dan is ook duidelijk dat verzameling A niet tot A behoort: informatie over A ligt elders opgeslagen maar niet in A. Dat is geen verbod want in een lade liggen objecten maar de lade zelf niet. Haal $\mathrm{x} \subseteq \mathrm{y}$ erbij. De afspraak is dat als ieder element van x ook element is van y, x deel is van y. Vanzelfsprekend is dan ook x deel van zichzelf. Laat $\mathrm{u} \in \mathrm{x}$ zijn. Hoe noteer ik de opdracht: Verwijder u uit x? Gebruikelijk is het om $\mathrm{x} := \mathrm{x} - \{\, \mathrm{u} \,\}$ te noteren. Om een element weg te halen, neemt men het eerst apart, vormt dus een verzameling en noteert dat op deze manier. Hetzelfde doet men ook bij een element toevoegen aan een verzameling. Vandaar dat ik van begin af aan schreef: wat is het verschil tussen element a en $\{\,\mathrm{a}\,\}$? Wat is het nut van het opschrijven van $\{\,\mathrm{a}, \{\,\mathrm{a}\,\}\,\}$? Denk aan Neumanniaanse natuurlijke getallen: $1 = \{\,0\,\}$ en $2 = \{\,0, 1\,\}$? Bekeken ten opzichte van wat ik net opschreef is het gewoon onzin om op die manier getallen te definiëren. De redenering $\mathrm{a} \in \mathrm{A} \to \mathrm{a} \subset \mathrm{A}$ afbreken geeft $\mathrm{a} \in \mathrm{A} \barwedge \mathrm{a} \not\subset \mathrm{A}$ wat uitdrukt dat men wel een element van A heeft maar dat het niet apart te nemen is. Wat zegt dat over $\bar{x}$? Elementen ervan zijn apart te nemen omdat verondersteld is dat zij alleen een R-betrekking hebben tot x. De volgende referent $Pl_x \stackrel{\text{def}}{=} \curlywedge \mathrm{y} \cdot P(\mathrm{x}, \mathrm{y})$ drukt uit dat x deel is van iets. Dan betekent $\bar{\mathrm{y}} = \mathrm{X}[Pl_x]$ dat het de opslagplaats is voor objecten waar x deel van is: $\mathrm{x} \in \bar{\mathrm{y}}$. Neem verzameling $\mathrm{Verz} = \{\,\mathrm{x}, \{\,\mathrm{x}, \mathrm{y}\,\}\,\}$ en haal hieruit het element x. Moet ik dan ook x verwijderen uit $\{\,\mathrm{x}, \mathrm{y}\,\}$? Omdat $\{\,\mathrm{x}, \mathrm{y}\,\}$ element is van Verz moet ik het bij verwijdering ervan, apart nemen. Dat moet dan genoteerd worden als $\{\,\{\,\mathrm{x}, \mathrm{y}\,\}\,\}$. Element x wordt dan niet verwijderd? Er is geen coherentie tussen x en $\{\,\mathrm{x}, \mathrm{y}\,\}$? Hier wreekt het zich dat een ongeordend iets als geordend wordt voorgesteld door een samenhang tussen element en verzameling vast te leggen. Verwijderen van x betekent Verz leeg maken want y is dan een zwevend element geworden. Idem dito voor het verwijderen van $\{\,\mathrm{x}, \mathrm{y}\,\}$. Geen wonder dat er allerlei grondslagen crises ontstaan in de wiskunde. In Korbee (2018) paragraaf 2.4 staan in feite deze gedachten al vermeld. Zich er bewust van zijn wat men doet, is een andere zaak, en nog meer welke gevolgen het heeft voor een opbouw van de theorie.

Neem weer $P(\mathrm{x}, \mathrm{y})$. Verwijder y, dan geldt de P-betrekking van x niet meer met betrekking tot y; $\bar{\mathrm{y}}$ bestaat niet meer. Het predikaat 'bestaan' zal toch ingevoerd moeten worden. Eveneens is $\sim P(\mathrm{x}, \mathrm{y})$

onder ogen te nemen. Het is uitgesloten dat x deel is van y. Leg dan vast: $nPl_x \overset{\text{def}}{=} \curlywedge\text{y}\cdot \sim P(\text{x},\text{y})$, dan staat X[$nPl_x$] voor de collectie objecten waarvan uitgesloten is dat x deel is van zo een object. Noteer nu $nPr_y \overset{\text{def}}{=} \curlywedge\text{x}\cdot \sim P(\text{x},\text{y})$, dan staat X[$nPr_y$] voor de collectie objecten die geen deel zijn van y. Ik ga door met $\forall\text{x}\colon \forall\text{y} \because PP(\text{x},\text{y})$ wat in feite $TIrrefl$[P] voorstelt en drukt uit dat het over een bestaande P-relatie handelt. Fixeer hierin de variabele x. Er staat dat x P-verbonden is met een collectie objecten y. Het drukt dus uit dat het om een eigenschap van x gaat, ergo een attribuut van x. Vorm nu het predikaat M: $M(\text{x}) \overset{\text{def}}{=} \forall\text{y} \because PP(\text{x},\text{y})$ waarin de quantor uitdrukt dat het gaat over alle objecten y uit het onderliggende domein. In dat geval is x benoemd met minimaal object. Ook nu is de vraag: 'Wat stelt dan $\sim M(\text{x})$ voor?'. Formeel is dat makkelijk: $\sim M(\text{x}) \overset{\text{def}}{=} \exists\text{y} \because\!\sim PP(\text{x},\text{y})$. Het komt neer op het falsifiëren versus verifiëren van M in de onderliggende kennisruimte. Nu is het zinloos om over $M(\text{x})$ te schrijven als er niet zo een object x is. Dan is men gedwongen te noteren $\exists\text{x} \because M(\text{x})$. Voeg dan M toe aan de kennisruimte: $\exists\text{x} \because M(\text{x}) \overset{\text{def}}{=} \exists\text{x}\colon \forall\text{y} \because PP(\text{x},\text{y})$. Dan vindt men $\sim \exists\text{x} \because M(\text{x}) \overset{\text{def}}{=} \forall\text{x}\colon \exists\text{y} \because\!\sim PP(\text{x},\text{y})$. Verwoord: bij ieder object is er een ander object te vinden waar het geen echt deel van is. Eigenlijk is dat het axioma, een principe zo men wil, want in de wereld om mij heen kijkend, heb ik de gedachte dat er altijd wel iets is dat er buiten ligt. Echter, beperk ik mijn blik tot bijvoorbeeld een organisatie, zal ik dat principe moeten uitsluiten en dan kom ik uit op een minimaal object. Is dit wel toe te passen op standen van zaken? Op dezelfde wijze is het predikaat T te vormen: $\exists\text{y} \because T(\text{y}) \overset{\text{def}}{=} \forall\text{x} \because PP(\text{x},\text{y})$ met $\sim \exists\text{x} \because T(\text{x}) \overset{\text{def}}{=} \forall\text{y}\colon \exists\text{x} \because\!\sim PP(\text{x},\text{y})$. Dit lijkt me een standpunt te zijn want men vindt steeds kleinere elementaire deeltjes.

P0 Het nu volgende is P0 in het leiboek op bladzijde 66. Door $P(\mathrm{x},\mathrm{y}) \rightarrow [S(\mathrm{x}) \barwedge S(\mathrm{y})]$ op te nemen is vastgelegd dat het deel-zijn-van betrekking heeft op standen van zaken. Hierdoor is het mogelijk uit te spreken dat $s\mathrm{X}$ deel uitmaakt van $s\mathrm{Y}$. Voer dan in: $\mathcal{P}(\mathrm{S(x)},\mathrm{S(y)}) \stackrel{\mathrm{def}}{=} P(\mathrm{x},\mathrm{y}) \rightarrow [S(\mathrm{x}) \barwedge S(\mathrm{y})]$, dan geldt $\sim \mathcal{P}(\mathrm{S(x)},\mathrm{S(y)})$ als x weliswaar deel is van y maar het heeft geen betrekking op standen van zaken. In den beginne was er geen chaos maar het was nog niet uitgekristalliseerd? Het is het kip of ei probleem. Neem eens $\mathcal{P}(\mathrm{S(x)},\mathrm{S(y)}) \stackrel{\mathrm{def}}{=} [S(\mathrm{x}) \barwedge S(\mathrm{y})] \rightarrow P(\mathrm{x},\mathrm{y})$. Dan drukt de uitwendige ontkenning uit dat er weliswaar standen van zaken zijn maar geen deel relatie. Een ongeordende bende. [1]In den beginne was er chaos als uitgangspunt nemen? Ik kies voor het eerste want het drukt uit dat het bewustzijn standen van zaken ontwaarde. Ik neem eerst principe A op bladzijde 90 uit Meixner (2006) onder ogen: $\forall \mathrm{x}\colon \forall \mathrm{y} \because P(\mathrm{x},\mathrm{y}) \rightarrow P(\mathrm{dat}\ P(\mathrm{x},\mathrm{y}),\mathrm{y})$ wat uitdrukt dat het deel zijn van y deel uitmaakt van y. Nu is het deel zijn van y op te vatten als een eigenschap van y. Laten we dat accepteren. Neem dan ook principe B erbij $S(\mathrm{x}) \barwedge S(\mathrm{y}) \barwedge \sim P(\mathrm{x},\mathrm{y}) \rightarrow P(\mathrm{neg}\ (\mathrm{dat}\ P(\mathrm{x},\mathrm{y})),\mathrm{y})$ waarin 'neg' staat voor ontkenning. Hoe dit principe te lezen? Principe B moet veranderd worden. Het heeft niets te maken met de tweede optie want anders zou er geen sprake kunnen zijn van het consequent in B.

Nu eerst principe A. Ik formuleer het eerst voor relaties R. Gegeven objecten x en y binnen een zekere kennisruimte $\langle Y, \mathrm{X}\rangle$. Neem het aggregaat aan eigenschappen van respectievelijk x en y: $Y[\mathrm{x}]$ en $Y[\mathrm{y}]$. Gegeven is dat, onverbrekelijk met betrekking tot de kennisruimte, x in R-betrekking staat tot y, dan staat y in converse R-betrekking tot

[1]Een uitgangspunt is een te bewijzen uitspraak maar niet te weerleggen.

x. Het onverbrekelijk-zijn drukt dan een eigenschap uit van x alsook van y. In die zin kan men zeggen dat het deel uitmaakt van x alsook van y waarbij ik dan denk aan de metafoor CONTAINER voor de P-relatie die te berde is gebracht. Dat x onverbrekelijk verbonden is met y maakt deel uit van x, en aangezien x deel is van y, is de onverbrekelijkheid ook deel van y. [4]In Korbee (2018) bladzijde 90 staat: $\mathcal{E}x \rightarrow Loc(\mathrm{x}, \mathrm{x})$ als axioma opgenomen waarop volgende definitie steunt: $Loc(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \stackrel{\mathrm{def}}{=} PP(\mathrm{x}, \mathrm{y}) \barwedge Loc(\mathrm{y}, \mathrm{y})$. Als x in container A is, en container A is in container B, geldt dan x is in container B? Zij voorwerp a genesteld in voorwerp b, dan kan men b niet verplaatsen zonder a te verplaatsen, dus verplaatsing van b heeft tot gevolg dat a verplaatst wordt. Dus verwijdering van container B heeft tot gevolg dat container A ook verwijderd wordt als container A onverbrekelijk deel uitmaakt van container B.

P2 Ik neem over: $\forall \mathrm{x} \because S(\mathrm{x}) \rightarrow P(\mathrm{x}, \mathrm{x})$. Dit betekent dat een stand van zaken is, waar het is. Ook betekent $P(\mathrm{x}, \mathrm{x})$ dat $\sim V\,\mathrm{x}\,\mathrm{x}$ geldt en dus bestaat $\mathcal{E}\mathrm{x}$. In feite is geformuleerd: $\forall \mathrm{x} \because S(\mathrm{x}) \rightarrow \mathcal{E}\mathrm{x}$.

1.2 De wereld

De toekomst is onzeker. In het vorige boek heb ik $nZeker[\downarrow \mathrm{X}]$ geïntroduceerd. Op basis hiervan is $onZeker[\downarrow \mathrm{X}]$ te introduceren: $onZeker[\downarrow \mathrm{X}] \stackrel{\mathrm{def}}{=} nZeker[\downarrow \mathrm{X}] \barwedge nZeker[\downarrow\sim \mathrm{X}]$. De ontkenning van onzeker is dan: $\sim onZeker[\downarrow \mathrm{X}] \stackrel{\mathrm{def}}{=}\sim nZeker[\downarrow \mathrm{X}] \sqcup \sim nZeker[\downarrow\sim \mathrm{X}]$. Het doel is dus om één van de mogelijke toestanden zoveel als mogelijk uit te schakelen waardoor de andere mogelijkheid zekerder wordt. De wereld is al wat het geval is, maar wat het geval zal zijn, is onzeker.

Ik loop Meixner (2006) nog eens stapsgewijs na in de hoop het boek nu wel te begrijpen. Een aantal vragen: de eerste is bestempeld als semantisch, namelijk

> wat zijn de nodige en voldoende waarheidsvoorwaarden voor beweringen als 'het is mogelijk dat A', 'het is noodzakelijk dat A', en 'als A, dan B'?

en de tweede is bestempeld als kennistheoretisch,

> Hoe kunnen we weten dat een ware/niet-ware zin van de vorm 'het is mogelijk A', 'het is noodzakelijk A' en 'als A, dan B' waar is dan wel niet-waar is?

terwijl de laatste vraag ontologisch is, namelijk

> wat maken niet ware zinnen van genoemde vorm niet-waar dan wel ware zinnen waar?

De eerste vraag suggereert dat men over kennis moet beschikken waarbij vast te stellen moet zijn waarom die waarheidsvoorwaarden gesteld zijn. Het lijkt me dat de kennistheoretische vraag fundamenteler is want zonder kennisverwerving kan men de andere vragen niet beantwoorden.

betekenisvolle uitdrukking

> [5]Ik begin met 'Je moet een nieuwe Jezus voor ons uitvinden', zeiden de Paters, 'want die mensen hier hebben niets met katholieken beelden.' En dan even verderop. 'Voor die Paoea's heb ik een omgekeerde Jezus uitgezaagd: hij zat op zijn kop in de boom met zijn hoofd en armen in de wortels., en hij droeg een peniskoker. En hodverdorie, het werkte. Er wilde er zelfs eentje priester worden.'

Mij lijkt dit een goed voorbeeld om aan te geven dat wat gewoonlijk onder betekenis in de formele logica te verstaan is, volstrekt onduidelijk is. Hier stel ik tegenover dat twee logische equivalente proposities p en q dezelfde logische betekenis hebben, waarbij onder logische betekenis is te verstaan dat de betekenis behouden blijft onder vervanging van een deelformule door een andere formule, die dezelfde betekenis heeft. Hoe dit te lezen? Men bedoelt dan te zeggen dat de waarheidswaarde onder vervanging invariant is. Betekenissen veranderen dan niet? Eigenlijk zegt men dat p gelijk is aan q als zij dezelfde valuatie hebben. Het is dus gelijkheid met betrekking tot het valueren, wat materieel is genoemd. In Korbee (2017) deel I paragraaf 5,4 op bladzijde 173 zin A informatiever is dan zin B als de betekenissen van vervat zijn in die van zin B. In Korbee (2018) hoofdstuk 8 bladzijde 288 is genoteerd dat twee potloden dezelfde kwaliteit hebben als de kwaliteitseisen gesteld aan het ene potlood hetzelfde is als aan de ander. Voor het begrip 'kwaliteit' gebruikt men zinnen die even informatief zijn omtrent het object in kwestie. Kwaliteit van een propositie associeer ik dan met de waardering van de propositie. Gevoegd bij de wijze van samenstellen, compositie, van proposities, is dan duidelijk dat men in een propositionele formule een deelformule kan vervangen door een gelijkwaardige formule zonder aantasting van de kwaliteit van de propositie.

wat zijn termen? Het woord 'term' is te gebruiken voor zelfstandige naamwoorden, voornaamwoorden, bijvoeglijke naamwoorden, werkwoorden, naamwoordgroepen en werkwoordgroepen. Ook lees ik dat constanten en variabelen met de naam 'term' geduid worden. Dan neem ik nog e.a. (2003) erbij namelijk bladzijde 91. Subjecttermini zijn woordgroepen of woorden die in het spraakgebruik voorwerpen duiden zoals bijvoorbeeld 'Kopje van Bloemendaal' of 'de holle boom bij Kraantje Lek'. Predikaattermini zijn woorden of woordgroepen die eigenschappen van voorwerpen duiden of betrekkingen duiden tussen voorwerpen. Een singuliere subjecterminus is een subjectterminus met de opdracht precies één voorwerp te duiden. Een algemene subjectterminus is een subjectterminus met de opdracht meerdere voorwerpen te duiden. Een categoriale subjectterminus is een subjectterminus met de opdracht alle voorwerpen te duiden. Voor een singuliere subjectterminus is de Griekse letter 'ι' in zwang. Ook is een singuliere subjecterminus benoemd als individuele termini. Er zijn meerdere termen te vormen. Neem het volgende voorbeeld uit de rekenkunde: de rij getallen 1-0, 1-1, 1-2, ... dan is dit te verwoorden als 'één min een getal' wat een handeling aangeeft toegepast op het getal 1. Het resultaat van de toepassing van die handeling moet ook opgeschreven worden: 1, 0, -1, -2, ... Gebruikt men hierbij predikatenlogica moet deze verwoording omgezet worden. Nu zijn getallen singuliere subjecttermen waarvan er velen voorkomen in de rij en dat is aan te geven met de letter 'a'. De singuliere subjectterm wordt constante term genoemd en is van het type natuurlijke getal en daarom fungeert a als variabele van het type natuurlijk getal. Voor het antwoord noteer ik de letter 'b' die dezelfde status krijgt als die van a. De rij getallen is ordentelijk opgeschreven om een idee te krijgen of er een algemene gedachte achter het opschrijven van die rij getallen aanwezig is. Het blijkt dat men voor a ieder natuurlijk getal kan nemen. De volgorde waarin de elementen van de rij zijn opgeschreven verlaat ik nu en noteer $\forall \mathrm{x} \in \mathbb{N} : \mathit{doe}\, \mathrm{y} := 1 - \mathrm{x}$. Hierin is $\forall$x een categoriale subjectterminus en dan kan men het beste spreken over $-$a spreken als singuliere actterminus en 'min natuurlijk getal' als categoriale actterminus. De vraag die opkomt is of y de status van x erft. Nu geldt dat iedere act '-x' toegepast op het getal 1 een antwoord oplevert en dan moet men nagaan wat de status is van y en in dit geval is die status van categoriale subjectterminus. Opmerkelijk is dat men nooit de uitdrukking $1 - \forall \mathrm{x}\colon \mathrm{x} \in \mathbb{N}$ tegenkomt. Nu is er nog een uitdrukkingswijze in gebruik namelijk $\lambda \mathrm{a} \cdot \mathrm{b} = 1 - \mathrm{a}$ met de verwoording 'b is gelijk aan 1 min getal a' en hierin staat λa voor kies maar een getal uit voor a. Gebruikelijk is het om a en b termen van een vergelijking te noemen. Het is dus een singuliere subjectterminus. Zo eenvoudig is wiskunde?

recapitulatie Ik recapituleer in het kort wat in voorgaande boeken beschreven is omtrent uitspraken en situaties maar, onvermijdelijk, aangepast aan verworven inzichten en hopelijk helderder op te schrijven. [6] Opvallend is dat in het leiboek niet geschreven is over gebeurtenissen dan wel handelingen verrichten maar alleen over standen van zaken alsof de wereld statisch is. Betrekkingen tussen subjecten zijn dynamisch, veranderen al naar gelang de omstandigheden zoals het begrip 'etniciteit'.

Op vele kerktorens is een haan gemonteerd die soepel om een verticale as kunnen draaien waardoor zij te gebruiken zijn om de windrichting te duiden. Laat X staan voor de term '*het haantje op de toren van een kerk*' en laat Y staan voor de bewering dat X soepel draait om zijn as. Wi staat voor de term '*de wind waait uit een richting*'. Waar de term Y naar verwijst is een fysiek object en is dan te gebruiken als index voor de fysieke windrichting Wi. Zonder Wi verliest Y haar index en dus haar functie voor het waarnemen van een windrichting. Anders gezegd, Y is vervat in Wi: $Y \rightharpoonup W_i$. Y is een benaming en tY betekent dan dat Y een uitspraak of bewering is. Alleen maar Y uitspreken betekent dat Y als naam gebruikt is. Nu staat een naam niet op zich maar is verbonden met iets anders en in dit geval is dat windrichting. De uitspraak *het haantje op toren van een kerk duidt de windrichting* geeft die betrekking aan tussen een fysiek object en een natuurlijk verschijnsel. In die zin geldt dat de naam van iets niet begrepen is in een uitspraak. Ook is het zo dat een uitspraak een 'naam' nodig heeft om uitgesproken te kunnen worden. Zo is *Er loopt een muis in de keuken* is op te vatten als een naam voor een gebeurtenis; het is op die manier opgeslagen in het geheugen, anderzijds is het op te vatten als een uitspraak dat er een muis in de keuken loopt. In plaats van termen heb ik later het begrip 'referent' ingevoerd alsook beste omschrijving van een object naast $s\ldots$ staat voor de stand van zaken geduid door ... en $\downarrow \ldots$. Dat wat sY betekent ten opzichte van onderliggende kennis W is lastig te beschrijven. W bevat allerlei standen van zaken. W zelf is op te vatten als een geheel aan standen van zaken maar of W dan ook een stand van zaken is? Een brochure over vakantiebestemmingen beschrijft een stand van zaken. De brochure zelf is ook een stand van zaken omdat het gecomponeerd is uit standen van zaken en in die zin moet men het volgende opvatten: $l_W s\mathrm{Y} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \exists^e s\mathrm{W} \because s\mathrm{Y} \to s\mathrm{W}$, omdat sW nodig is voor sY. Standen van zaken drukken hetzelfde uit, betekenen hetzelfde, notatie $ls\mathrm{X} = ls\mathrm{Y}$, als dezelfde standen van zaken begrepen zijn beiden: $\exists^e s\mathrm{T}, s\mathrm{U} \because s\mathrm{T} \rightleftharpoons s\mathrm{U} \,\&\, s\mathrm{T} \to s\mathrm{X} \,\&\, s\mathrm{U} \to s\mathrm{Y}$. In plaats van $s\mathrm{T} \rightleftharpoons s\mathrm{U}$ kan men ook denken aan overeenkomstige standen van zaken: $s\mathrm{T} \asymp s\mathrm{U}$ omdat zij veel gelijkenis vertonen. Dan is de volgende redenering op te stellen: $\exists^e s\mathrm{T}, s\mathrm{U}, s\mathrm{X} \because s\mathrm{T} \asymp s\mathrm{U} \,\&\, s\mathrm{X} \to s\mathrm{T}$, dan is er een sY met $s\mathrm{Y} \to s\mathrm{U}$.

verwijzer Neemt men een gebeurtenis waar en die gebeurtenis maakt een indruk op de waarnemer, is voor de waarnemer een overeenkomstige gebeurtenis mogelijk. Gegeven $s\mathrm{U} \asymp s\mathrm{X}$ en $\mathbf{f}$X, dan is het zo dat als bekend is dat $s\mathrm{U} \rightharpoonup s\mathrm{V}$, is het mogelijk dat er een sY is met $s\mathrm{X} \rightharpoonup s\mathrm{Y}$. Bij deze aanpak is het niet uitgesloten dat men associatief denkt. In Korbee (2017) is in paragraaf 7.4 $\mathcal{E}$ ingevoerd als predikaat voor een object; in paragraaf 8.1.5 is $\mathfrak{B}$ ingevoerd als predikaat voor termen. In de volgende definitie is bestaat als predikaat voor een term genomen. In de definitie is er sprake van een stand van zaken die alleen nog met een term te duiden is. Blijk die stand van zaken te bestaan als Einzelheit, gaat bestaan van een term over in bestaan van een object dat dan ook numeriek bestaat. Een voorbeeld is natuurlijk een toneelstuk waarin situaties verbeeld zijn die doen denken aan situaties uit het dagelijkse leven. Die situaties staan term voor term beschreven waaraan invulling wordt gegeven door acteurs. Het mogelijk zijn van een stand van zaken Y, $\Diamond_W s\mathrm{Y}$, is te omschrijven met

$\exists^e sU, sV, sX \because [[sU \rightharpoonup sV] \barwedge [sU \asymp sX] \rightarrow \mathfrak{B}sY\colon [sX \rightharpoonup sY]]$. Het begrip 'weten dat ... ' stuit hierop moeilijkheden. Gebruikelijk is het om in dit geval te zeggen dat men weet dat de stand van zaken Y mogelijk is waarbij men dan rekening houdt met het feit dat het nog niet is opgetreden. Treedt sY op overeenkomstig met sV is aan de eis van aannemelijkheid, $\downarrow$ Y $\barwedge \Diamond_W \downarrow$ Y voldaan zodat men weet dat Y. Er is nog het volgende op te merken. De uitdrukking 'lijkt plausibel te zijn' is nu goed af te handelen door de definitie van aannemelijkheid overeind te houden maar bovenstaande definitie te gebruiken. Immers, sY heeft het predikaat 'bestaat' weliswaar als naam, waardoor het lijkt alsof het aannemelijk, plausibel, is. Dit begrip van mogelijk zijn valt onder $\Diamond_W$X omdat naar kennis en omstandigheden men het voor mogelijk houdt. Ook leidt dit tot de definitie van noodzakelijk. Stand van zaken is noodzakelijk, $\Box_W$Y, is te omschrijven met $\exists^e sU, sV, sX \because [sU \rightharpoonup sV] \barwedge [sU \asymp sX] \rightarrow \mathcal{E}sY \because [sX \rightharpoonup sY]$ omdat dwingend te besluiten is tot het bestaan van Y op basis van eerder verworven kennis. De conclusie is dan $\exists^e sY$.

Op naar de vragenbank Omdat 'A' logisch impliceert 'het is mogelijk dat A', omdat 'het is niet het geval dat A' logisch impliceert dat 'het niet noodzakelijk is dat A', en omdat *A maar niet B is het geval* logisch impliceert *het is niet het geval dat als A, dan B* zijn er vele zinnen die modaal waar zijn. Nu komt het verifiëren van een zin van de vorm 'het is mogelijk dat A' in feite neer op het verfiëren van zin A. Falsifiëren van een zin van de vorm 'het is noodzakelijk dat A' of 'indien A, dan B' komt neer op het falsifiëren van zin A, A $\rightarrow$ B. Maar nu rijst de vraag: Hoe kan men 'het is mogelijk dat A' verifiëren, gegeven dat A gefalsifieerd is, òf, hoe kan men 'het is noodzakelijk dat A' falsifiëren, gegeven dat A geverifieerd is, òf, gegeven A $\to$ B is geverifieerd. Hoe dan 'als A, dan B' falsifiëren'? De kernvraag is: hoe $\Box$A te verfiëren? Laat ik nu eerst nagaan hoe dat te doen zou zijn met het door mij ontwikkelde begrippen apparaat.

fileren Zie Korbee (2017) Deel II hoofdstuk 1 bladzijde 5: 'X' logisch impliceert 'het is mogelijk dat X', symbolisch: X $\to \Diamond_W \downarrow$ X. Gegeven $\downarrow\sim$ X, dan $\sim \Box_W \downarrow$ X staat indirect opgeschreven in $\Box_W \downarrow$ X $\to$ X door contrapositie te gebruiken. Ook hier komt het gebruik van 'dat ... ' naar voren als een lastig iets. In plaats van 'het is niet het geval dat X' kan men het gelijkwaardige 'X is niet het geval' gebruiken. Het opvallende is dat men niet $\downarrow$ X $\to \Diamond_W \downarrow$ X noteert omdat $\downarrow$ X nu eenmaal uitdrukt wat plaatsvindt of heeft gevonden en dan is de mogelijkheid ervan opperen een gotspe. Men kan wel opschrijven $\Box_W \downarrow$ X $\to\downarrow$ X omdat wat krachtens kennis en omstandigheden plaatsvindt, vindt ook plaats en is dus het geval. Beschouw nu ' 'X maar niet- Y' is het geval' impliceert logisch 'het is niet het geval dat als X, dan Y'. Neem de vertaling $\downarrow (X \,\overline{\wedge} \sim$ Y) impliceert $\sim\downarrow$ (X $\to$ Y)? Is $\sim\downarrow$ (X $\to$ Y) gelijkwaardig aan $\downarrow\sim$ (X $\to$ Y)? Proponent beweert: 'Het is het geval dat Jan niet naar huis gaat'. Opponent beweert: Het is niet zo dat Jan naar huis gaat het geval is. Proponent: Mogelijk gaat Jan naar strand. Opponent: In dat geval is het naar huis gaan van Jan niet aan de orde, dus het is niet zo dat het geval is dat Jan naar huis gaat. De gestelde vraag is bevestigend te beantwoorden: $\downarrow$ (X $\overline{\wedge} \sim$ Y) impliceert $\downarrow\sim$ (X $\to$ Y), wat correct is. Betekent 'het is uitgesloten dat Jan naar huis gaat' hetzelfde als het is het geval dat Jan niet naar huis gaat?

Zie Korbee (2017) deel II. Nu dan het volgende. Gegeven dat X gefalsifieerd is. Hoe is dan 'het is mogelijk dat X' te verifiëren of liever gezegd, na te gaan? Omgezet naar mijn idioom: $\mathrm{Fa}_R t$X,