





# **?Hoeveel water heeft een schipper nodig, herzien**

Henk Korbee

15 februari 2022

# Inhoud

<b>I</b>	<b>Kennisbasis</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>Taal en entiteiten</b>	<b>1</b>
1.1	RozigZijn . . . . .	4
1.2	InWiskundig . . . . .	7
1.3	Referenten en objecten . . . . .	12
1.4	Conceptuele kunst . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Platonische ruimte</b>	<b>25</b>
2.1	Inleiding . . . . .	27
2.2	Opbouw kennisruimte . . . . .	36
2.3	Paraplu-term . . . . .	45
2.4	Identiek of gelijk? . . . . .	81
2.5	Klasse, verzameling en categorie . . . . .	93
<b>3</b>	<b>Informatie zinnen</b>	<b>97</b>
3.1	Elementaire zin . . . . .	98
3.2	Informatie analytische zinnen . . . . .	108
3.3	Context . . . . .	113
3.4	Waarnemen . . . . .	116

3.5	Situatie . . . . .	122
<b>4</b>	<b>Handelingen</b>	<b>129</b>
4.1	Instructies en opdrachten . . . . .	131
4.2	Handelingen . . . . .	136
4.3	Informatie-analytische zinnen . . . . .	148
4.4	Twee persoons communicatie . . . . .	152
4.5	Natuurlijke getallen . . . . .	154
<b>5</b>	<b>Proces</b>	<b>159</b>
5.1	Patronage . . . . .	160
5.2	Organiseren . . . . .	163
5.3	Productieregels . . . . .	171
5.4	Semantiek . . . . .	175
5.5	Zoeken en sorteren . . . . .	185
<b>6</b>	<b>Logische zaken</b>	<b>187</b>
6.1	Redeneringen produceren . . . . .	190
6.2	Het zwakke Deductie lemma . . . . .	197
6.3	In de overgang . . . . .	201
6.4	Informatieve ruimte . . . . .	205
<b>7</b>	<b>Modale inleiding</b>	<b>213</b>
7.1	Film . . . . .	215
7.2	Barcan schema . . . . .	227
<b>II</b>	<b>Alles kan, maar moet het dan ook?</b>	<b>235</b>
<b>8</b>	<b>Logik</b>	<b>1</b>
8.1	Axioma's zijn . . . . .	4

8.2	Soms andersom kijken . . . . .	16
<b>9</b>	<b>Aletische zaken</b>	<b>33</b>
9.1	Een morele kwestie . . . . .	37
9.2	Logisch, toch? . . . . .	45
9.3	Na te gaan of niet? . . . . .	52
9.4	Eh, nagaan? Wat dan? . . . . .	60
9.5	't Is geen sinecure, . . . . .	65
9.6	Goedelieveke . . . . .	69
9.7	Zonder enige kennis . . . . .	79
9.8	Te berekenen . . . . .	96
<b>10</b>	<b>Empirische zaken</b>	<b>105</b>
10.1	Geloven . . . . .	107
10.2	Overtuigen . . . . .	124
10.3	Aannemelijk . . . . .	132
10.4	Verwerpen . . . . .	143
10.5	Twijfelen . . . . .	144
10.6	Weten . . . . .	150
10.7	Moet zo nodig . . . . .	159
10.8	Praktische redeneringen . . . . .	169
<b>11</b>	<b>Terminologie</b>	<b>173</b>
11.1	ontwikkelen . . . . .	176
11.2	is het moeilijkst . . . . .	195
11.3	Gelijk Sinterklaas . . . . .	210
11.4	in verwarrende zaken . . . . .	216
11.5	heeft het betekenis . . . . .	224

<b>12 Geschillen</b>	<b>231</b>
12.1 Oorzaak en gevolg . . . . .	233
12.2 Causaal . . . . .	236
12.3 Oh, Bayes, toch! . . . . .	256
12.4 Toevallig ziek . . . . .	261
<b>Gebruikte symbolen</b>	<b>297</b>
12.5 Logische symbolen . . . . .	297
12.6 Kennisruimte symboliek . . . . .	300
<b>Acronymen</b>	<b>301</b>







# Voorwoord

Dit boek is in feite ontstaan naar aanleiding van een vraag van een leerlinge omtrent de betekenis van een wiskunde-tekst uit een schoolboek wiskunde, naast de wijze van analyseren zoals voorgesteld in het boek "Universele Kenniskunde". Uiteindelijk draaide het om naar de vraag waarom ik niets of heel weinig begrijp van wiskunde. Om na te gaan waarom men niets of weinig begrijpt, is het zaak terug te keren naar de allereerste beginselen. Stel vragen en blijf vragen en wees ondogmatisch. Zoals Kant schreef: er zijn dogmata en mathemata. Wat men geleerd heeft is ook maar een invalshoek. Eenmaal mijzelf deze taak opgelegd hebbend de vragen zo goed als mogelijk beantwoorden, als dat al mogelijk is, bleek beantwoording van de ene vraag de volgende vraag op te roepen tot een schier eindeloze reeks vragen. Hoofdstuk 2 van het eerste deel is hierbij het kernhoofdstuk. Bij het herlezen ervan komt steeds de vraag 'Begrijp ik het zelf wel' naar boven. Immers, begrippen als 'gelijk zijn', 'te onderscheiden' en 'overeenkomsten hebbend' zijn niet los van elkaar te beantwoorden en toch moet zij apart van elkaar opgeschreven worden.

Deze notities vormden, achteraf bekeken, een aanzet tot een uit-

gebreed verslag van noeste arbeid op het gebied van wiskunde, taal, logica en filosofie. Het volgende notitie-boek gaat nader in op een aantal besproken zaken in deze notities. In de derde notitie staan dan meer gedachten over verzamelingen, filosofie, waarheid en betekenis. Nu het door mij als afgerond is bestempeld, kan ik herhalen: 'Waar gaat het eigenlijk over?'. Ofschoon de verworven kennis goed te gebruiken is in het dagelijkse leven, is de indruk bij mij ontstaan dat charme soms meer deuren opent dan het hebben van kennis. Rest op te merken dat het vermijden van een formele aanpak niet loonde, want symbolen introduceren is zoiets als onderdelen maken voor een ontwerp van een machine en niet andersom. Ingegaan is op begrippen die kennis vergaren uitdrukken zoals 'bekend zijn dat', 'geloven dat', 'aannemelijk zijn dat' en 'weten dat', 'berekenbaar zijn dat'. Ook is een weinig nagegaan wat de beroemde stelling van Gödel eigenlijk inhoudt. Iets is me duidelijk geworden op dat terrein. Vermeldenswaardig is nog dat gebruik gemaakt is van de volgende software pakketten: MIKTEX en WinEdt10.2. Ook is gebleken dat bij gebruik van dit boek in latere notities dat dankzij vermoeidheid er vele verschrijvingen dan wel typefouten waren ingeslopen; die zijn natuurlijk hersteld. Sommige onduidelijkheden zijn anders verwoord in de hoop het nu wel helder te hebben geschreven. Het nagaan van wat formules uit de propositionele logica nu eigenlijk uitdrukken, kwam naar voren dat in die formules vele gedachten verpakt zijn die weinig te maken hebben met het al of niet waar zijn van een bewering. Bovendien is de grote vraag: Wat stellen waarden van proposities eigenlijk voor? Het onafhankelijk verstrooien van twee waarden namelijk 'waar' en 'niet waar' over een aantal aan elkaar gekoppelde beweringen? Benoem die gekoppelde beweringen met 'redenering'. Aan die redenering is dan ook weer een waarde-

ring met 'waar' of 'niet waar' toe te kennen, wat afhankelijk is van de wijze waarop gekoppeld is. De vraag die dan opkomt is: Waar gaat moderne logica over? Allerlei begrippen worden gebruikt die ook in proposities worden gebruikt, dan wel bij het opstellen van een propositie. Een verstrengeling.

Het deel is op een aantal punten herzien met name het gedeelte over de logica  $F^K$  in deel II en in het verlengde daarvan de zogeheten voorwaardelijke kans. Gedachten uit het volgende deel die in de daarop volgende boeken vruchtbaar bleken te zijn, noopte tot het herschrijven van de regels die het waarden van beweringen regelen, alsook de bijbehorende axioma's. In die zin blijven het notities en meer niet. Het opzetten van voorwaardelijke redeneringen waaraan het begrip 'kans' is gekoppeld, is gewoon lastig.





Deel I

**Kennisbasis**





# Hoofdstuk 1

## Taal en entiteiten

Een basis principe is het volgende en hoeft geen betoog:

**Principe 1** (Parmenides). <sup>1</sup>*Een uitdrukking gaat niet over een zeker object, tenzij het expliciet een naam bevat van dat object.*

<sup>2</sup>Eénplaatsige eerste orde predikaten zoals 'loopt' in 'Jan loopt' hebben betekenis gekregen doordat zij toegepast zijn op objecten zoals 'Jan'. Deze opvatting is als volgt te beschrijven: De letter 'e' staat voor 'entiteit', en de letter 't' voor uitspraak of zin. De lineaire uitdrukking  $\langle e, t \rangle$  is een operator die aan entiteit  $e$  de uitspraak  $t$  toekent:  $\langle e, t \rangle @ e \vdash t$ . Het teken @ hierin betekent toepassen op. Aan de resulterende zin is nog een waardering toe te kennen met waar, juist, correct en onwaar, onjuist en incorrect om overzicht te blijven houden bij een complexe constructie. Bij een constructie zijn niet alleen de voorwerpen van constructie objecten, maar ook het geconstrueerde. Het geconstrueerde kan ook de status van object hebben. Neem weer 'Jan loopt'. Het predikaat 'loopt' is niet alleen op Jan toe

te passen maar op alle individuen. Abstractie over het onderwerp in *Jan loopt* geeft 'Iemand loopt'. Het geeft aan dat abstraheren een natuurlijk denkproces is. Hierin is het onderwerp iemand op te vatten als een variabele van het type mens. Het predikaat 'loopt' zelf is een vaag begrip want van een duizendpoot is enerzijds te zeggen dat het loopt, maar anderzijds beweegt het zich voort met 'duizend poten'. Neem een busstoel. Een busstoel is op te vatten als een variabele waarvan de invulling bepaald is door de prijs van het kaartje, te kopen door een buspassagier. Op die manier is een variabele van het type  $\langle e \rangle$  op te vatten. De invulling ervan gebeurt door individuele entiteiten, zoals Jan. Op te merken is dat 'is een variabele' op te vatten is als een uitdrukking van het type  $\langle e, t \rangle$  waarin voor  $e$  een uitdrukking te plaatsen is met de status van entiteit. Voor  $e$  kan men dus ook de letter  $X$  plaatsen, waardoor de uitspraak *X is een variabele* ontstaat. Aan  $X$  is dan de status van *variabel zijn* toegekend. De toekenning is dan uitgevoerd of niet en aan de uitvoering kan men een waardering koppelen. Hetzelfde kan men ook denken bij een mededeling als  $A$  is een punt. Neem eens de uitspraak *Rood is een kleur*. Het begrip 'kleur' hierin is benoemd als een tweede orde predikaat, omdat het een verzamelnaam is van eerste orde eigenschappen zoals rood. De copula 'is' legt hier een link tussen eerste orde eigenschappen, denk aan rood dat van het type  $\langle e, t \rangle$  is, en kleur dat van het type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  is. Immers,  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle @ \langle e, t \rangle \vdash t$  en dan is aan het woord 'is' het type  $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$  te koppelen. De kleur rood is van het type  $\langle e, t \rangle$ , omdat in 'Een roos is rood' de uitdrukking 'is rood' opgevat als predikaat van de entiteit roos. Anderzijds is op te merken dat de kleur rood ook als een verzamelnaam is op te vatten, want karmijn-rood, venetiaans rood zijn ook roden. Neem de zin 'Rozen hebben een kleur.' Het is een container zin voor de samengestelde (open)zin

'R is een variabele van het type roos en R heeft een kleur.'. Als de uitdrukking 'iedereen' van toepassing was op 'rozen', zou de zin 'Rozen hebben een kleur' geschreven zijn als 'Iedereen heeft een kleur'. Omdat een variabele van het type roos als  $\langle e, t \rangle$  wordt geschreven, is de vertaling van genoemde zin  $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ . Dit drukt uit dat 'hebben' op te vatten is als een transitief werkwoord is. In 'Objecten hebben een referent' wordt een verband gelegd tussen een collectie objecten en een eenplaatsige tweede orde predikaat. Referent is dan van het type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  waardoor het betrekking heeft op predikaten.

## 1.1 RozigZijn

Neem de volgende, overbekende redenering. 'Een roos is rood.' en 'Rood is een kleur.' dan moet 'Een roos is een kleur.' geldig zijn. De aanname is 'Een roos is een bloem.'. De analyse verloopt als volgt:

**Een roos is een bloem** correspondeert met type  $\langle\langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle$ .

**Roos** heeft de status van 'bloem', type  $\langle e, t \rangle$  met status  $\langle\langle e, t \rangle, t \rangle$ .

**De zin** 'Deze roos is rood.' heeft type  $\langle\langle e, t \rangle, e \rangle$ .

**Roos** is van type  $\langle e \rangle$  met de status  $\langle e, t \rangle$ .

**De zin** 'Rood is een kleur.' geeft het type  $\langle\langle\langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .

De conclusie *deze roos is een kleur* zou geldig moeten zijn. De fout in de redenering komt door de aanname dat met dezelfde status ook dezelfde entiteiten overeenkomen. Verander het geheel als volgt

**Een roos is een bloem** correspondeert met  $\langle\langle\langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .

**Roos** heeft de status van 'bloem', type  $\langle e, t \rangle$  met status  $\langle\langle e, t \rangle, t \rangle$ .

**Deze roos heeft een rood** correspondeert met  $\langle\langle\langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .

**Roos** is van type  $\langle e \rangle$  met de status  $\langle e, t \rangle$ .

**Rood is een kleur** correspondeert met  $\langle\langle\langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .

Het is mogelijk om rood in 'Deze roos heeft een rood' te vervangen door 'kleur', omdat de structuur van de formele zin daardoor niet wijzigt. De conclusie *Deze roos heeft een kleur* is geldig te verklaren.

**Voorbeeld:** In 'Jan is een mens.' is de naam 'Jan' op te vatten als een variabele van het type  $\langle e \rangle$ , omdat er meerdere Jannen zijn op de

wereld. Het predikaat 'is een mens' verleent Jan de status van mens-zijn wat te schrijven is als 'mens Jan'. Aan Jan is ook de status  $\langle e, t \rangle$  te verlenen precies zoals dat bij 'rozen' het geval was, waardoor de zin 'Jan is een mens.' het type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle$  verkrijgt. De analyse van 'Daar is Jan.' gaat als volgt:

**Jan is een mens** correspondeert met type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle$ .

**Jan** is dan van het type  $\langle e \rangle$  met de status  $\langle e, t \rangle$ .

**Het type** van 'is' is  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle$ .

**is Jan** correspondeert met type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .

**Daar** is dan een variabele van het type  $\langle e, t \rangle$ .

Om een correcte zin te krijgen moet het woord 'Daar' van het type  $\langle e \rangle$  zijn met status  $\langle e, t \rangle$ .

**Voorbeeld:** Het werkwoord worden is een afbeelding van entiteiten naar eigenschappen. Dat werkwoord is van het type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle$ . De analyse van de uitspraak 'Jan wordt rood.' verloopt als volgt:

**Jan** correspondeert met het type  $\langle e \rangle$  met status  $\langle e, t \rangle$ .

**Rood** correspondeert het type  $\langle e, t \rangle$  met status  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .

**wordt** correspondeert met het type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle$ .

De analyse van 'X wordt zes' verloopt als volgt:

**X** is een variabele correspondeert met type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle$ .

**zes** is een natuurlijk getal correspondeert met  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle$

**X** is van het type  $\langle e \rangle$  met status  $\langle e, t \rangle$ .

**zes** is van het type  $\langle e \rangle$  met status  $\langle e, t \rangle$ .

Met 'X wordt zes' correspondeert dan het type  $\langle \langle \langle e, t \rangle, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$ .  
Neem 'Een zes is een zes' onder het mes. Deze zin heeft de vorm 'X is Y'. De variabele X hierin krijgt hetzelfde type als Y en dan is X acteur die de rol speelt van Y zoals verwoord staat in de uitdrukking 'Jan is precies Piet'. Een andere mogelijkheid is dat aan X een eigenschap Y toegedicht wordt zoals dat verwoord is in de zin 'Jan is wijs'.

## 1.2 InWiskundig

Bekijk de uitdrukking 'X is een zes'. Een leraar waardeert het werk van een leerling met een zes. Wat betekent die zes eigenlijk? De enige gedachte die bij mij opkomt is dat in plaats van 'X' het symbool '6' geplaatst moet worden, omdat 'een zes' in 'is een zes' verwijst naar de collectie van alle geschreven symbolen waaraan de kwalificatie 'zes' toekomt. De uitdrukking 'een **zes** is een zes' is dan ook ambigu. Enerzijds kan men voor de uitdrukking 'een **zes**' - dat links van 'is een zes' staat - een '6' nemen waardoor de zin uitdrukt dat '6' een element is van de collectie van alle geschreven zessen, wat correct is. Anderzijds is deze uitdrukking 'een **zes**' op te vatten als een variabele, en dan krijgen we een uitdrukking als 'variabele is een zes', wat kan betekenen dat 'variabele' gelijk is aan, bijvoorbeeld, een symbool '6'. Nu is de betekenis van 'zes' in zes koeien anders dan de 'zes' in zes graden Celsius. Spreken over 'een **zes**' is dan ook te rechtvaardigen. Een leraar deelt vele zessen uit, en geen der zessen heeft dezelfde betekenis als de ander, want gekoppeld aan een leerling. 'Een **zes**' verwijst dan naar de 6-en die de leraar heeft uitgedeeld, een collectie. Hierin is dan het symbool '6' een naam met een vaste betekenis in de waardering door de leraar van leerlingen. De rekenwijze om een zes uit te delen, is vastgelegd, en aan die berekening is de naam '6' gekoppeld. Gebruikelijk is het om te schrijven 'het getal 6' wat een inkorting is van de zin 'het getal met de naam '6' '.

De vrije variabelen A en B zijn van het type getal en verder is de vergelijking  $A^2 - 5A + 4 = 0$  gegeven. Vervang overal in deze vergelijking waar A staat, deze door B, en bekijk dan de uitspraak 'A is B'. In geval de variabelen A en B van hetzelfde type zijn, cor-

responderen bovendien de waarden van B met die van A. Met  $B=c$  correspondeert  $A=c$ , en dan zijn de variabelen A en B, binnen de gebruikte context, als identiek te beschouwen. Dit leidt dan tot de uitspraak 'A is A'. Met betrekking tot de context zijn de variabelen A en B gelijk te noemen als zij alleen van hetzelfde type zijn en over dezelfde collectie reiken. Deze analyse maakt tevens duidelijk hoe een zin als 'x is x' is op te vatten, namelijk dat eigenschappen van x op precies dezelfde wijze aan x toekomen waardoor x wel van zijn omgeving is te onderscheiden, maar niet van zichzelf. Dus de volgende uitdrukkingen zijn correct: '6 is 6' want de naamgeving is rigide; 'zes is zes' want een verwoording van het symbool '6'; '6 is een zes' want een zes duidt op een zes met een eenheid waardoor het verwijst naar het object(de naam) 6. De uitdrukking 'zes is 6' is incorrect, maar moet zijn zes is de verwoording van het symbool '6'. Hoe dan ook, het maakt duidelijk dat het gebruik van getallen in het dagelijkse leven afwijkt van die in de wiskunde waarin getallen los gemaakt zijn van hun eenheid door te doen alsof men altijd met dezelfde eenheid rekt. De uitdrukking 'plus' heeft het type  $\langle\langle e, t \rangle, \langle\langle e, t \rangle, t \rangle\rangle$ , omdat 'zes' de status  $\langle\langle e, t \rangle, t \rangle$  heeft en dan is 'plus zes' te behandelen als eenplaatsige eerste orde predikaat van het type  $\langle e, t \rangle$ . Er zijn op deze manier aftelbaar oneindig vele eerste orde predikaten te maken, die gezamenlijk de collectie PLUS vormen. Het type van een element PLUS komt overeen met type van een tweede orde predikaat, namelijk  $\langle\langle e, t \rangle, \langle\langle e, t \rangle, t \rangle\rangle$ . Laten X en Y variabelen zijn van type  $\langle e \rangle$  met de status  $\langle e, t \rangle$ . De uitdrukking 'P(Y)' betekent 'plus Y' wat een eerste orde predikaat is en dan drukt 'P(Y)(X)' precies 'X plus Y' uit.

**Voorbeeld:** Neem de uitdrukking 'X plus Y is gelijk aan Z'. Het drukt een tweelaatsige gelijkheidsrelatie uit tussen individuen en



een tweede orde predikaten, De tweede orde predikaten zijn van het type  $\langle e, \langle \langle e, t \rangle, \langle \langle e, t \rangle, t \rangle \rangle \rangle$ . De analyse van de uitdrukking verloopt als volgt:

**Is gelijk aan Z** correspondeert met type  $\langle \langle e, t \rangle, \langle \langle e, t \rangle, t \rangle \rangle$ .

**Plus Y is gelijk** aan Z correspondeert met type  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$ .

**X plus Y is gelijk** aan Z correspondeert met type  $t$ .

**Voorbeeld:** In de uitdrukking 'vier van de vijf appels' is er een verband gelegd tussen twee deelverzamelingen met dezelfde status. Vijf en vier zijn predikaten van het type  $\langle e, t \rangle$ . Op het eerste gezicht kan men denken aan het type  $\langle \langle e, t \rangle, \langle \langle e, t \rangle, t \rangle \rangle$ , omdat  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  de karakteristiek van een verzameling van entiteiten uitdrukt, maar dan moet 'vier appels' van het type  $\langle e, t \rangle$  zijn hetgeen mogelijk is, omdat  $\langle e, t \rangle$  ook weer als karakteristiek van een verzameling van entiteiten is op te vatten.

**Voorbeeld:** De wiskundige uitdrukking 'y is de sinus van x'. Het begrip 'de sinus van' is op te vatten als een functie van entiteiten naar entiteiten en hiermede correspondeert dan het type  $\langle e, e \rangle$ . Anderzijds zou vanwege de copula 'is' de uitdrukking 'de sinus van' van het type  $\langle e, \langle \langle e, t \rangle, t \rangle \rangle$  moeten zijn, een tweelaatsige relatie tussen entiteiten en eerste orde predikaten. De analyse verloopt als volgt:

**x is een variabele** is van het type  $\langle e \rangle$

**y is een variabele** is van het type  $\langle e \rangle$

**x is een reëel getal** heeft de status van x

**de sinus van** is een eerste orde predikaat

**de sinus van** is een functie tussen entiteiten

**y is de sinus** van  $x$  drukt uit dat de status van  $y$  die van  $x$  is

**Voorbeeld:** De wiskundige uitdrukking 'z is de  $y$  macht van  $x$ '. De uitdrukking 'de macht van' is te zien als een functie van paren entiteiten naar entiteiten en is dan van het type  $\langle\langle e, e \rangle, e\rangle$ , hierin correspondeert met  $\langle e, e \rangle$  het koppel  $\langle y, x \rangle$ . Anderzijds is 'y macht van  $x$ ' van het type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  waarin de eerste  $e$  met  $x$  overeenkomt, dan is 'z is de  $y$  macht van' van het type  $\langle e, \langle e, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$ . Een drieplaatsige eerste orde predikaat tussen entiteiten. Formeel schrijf ik  $z = {}^y x$  voor 'z is de  $y$  macht van  $x$ '.

**Voorbeeld:** De uitdrukking 'lijn l snijdt lijn m' is op te vatten als een tweelaatsige eerste orde predikaat van het type  $\langle e, t \rangle$ , mits 'snijden' de betekenis heeft zoals in de zin 'Jan snijdt'; anders is het van type  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$ , omdat 'snijdt lijn m' van het type  $\langle e, t \rangle$  is. Neem de uitdrukking 'punt S is het snijpunt van lijn l en lijn m'. Nu is 'snijpunt van l en m' van het type  $\langle e, e \rangle$  zodat genoemde uitdrukking van het type  $\langle\langle e, e \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$  is. De uitdrukking 'Punt A ligt op lijn l tussen de punten B en C' is semantisch equivalent aan de conjunctie van de zinnen 'Punt A ligt op lijn l' en 'Punt A ligt tussen punt B en punt C'.

**ligt op lijn l** correspondeert met het type  $\langle e, t \rangle$

**op lijn l** correspondeert met  $\langle\langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$

**op** correspondeert met  $\langle e, \langle\langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$

**ligt tussen** punt B en punt C] correspondeert met  $\langle e, t \rangle$

**tussen punt B** en punt C correspondeert met  $\langle\langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle$

**tussen punt B** correspondeert met  $\langle e, \langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle \rangle$

**tussen** correspondeert met  $\langle e, \langle e, \langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle \rangle \rangle$

Uiteindelijk correspondeert 'Punt A ligt op lijn l tussen de punten B en C' met het type  $\langle \langle e, \langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle \rangle, \langle e, \langle e, \langle \langle e, t \rangle, \langle e, t \rangle \rangle \rangle \rangle$ .

### 1.3 Referenten en objecten

Gebruikelijk is het om een eigenschap middels een monadische predikaat, zoals 'Jan heeft haar', symbolisch voor te stellen door 'Hj' waarin 'j' de persoon Jan voorstelt en 'H' de notie 'haar' representeert. De schrijfwijze 'Hj' drukt uit dat 'H' toekomt aan 'j'. Een niet monadische predikaat is 'Jan heeft haar op zijn hoofd'. Deze twee voorbeelden suggereren de volgende verwoording: Manifesteert een collectie objecten zich op of in object  $y$  en is de collectie objecten  $x$  middels het symbool  $E$  te representeren dan zeggen we dat 'y de eigenschap  $E$ ' heeft. Is deze eigenschap  $E$  erfelijk voor welk individu  $y$  dan ook, dan spreken we over algemeenheid  $E$  behorende bij zekere collectie individuen  $y$ . Men kan dus zeggen dat de eigenschap  $E$  hebben karakteristiek is voor  $y$ , wat in verkorte vorm te schrijven is als '*E*-heid' is een karakteristiek of kenmerk van het object  $y$ '. Zo is 'Groenheid' een karakteristiek voor de bladeren van een boom en 'roodheid' voor dat wat rood is; 'wijsheid' voor dat wat wijs is.

De zin 'Iedere dag, om vijf uur 's middags, gaat Jan van zijn werk naar huis.' drukt uit dat deze stiptheid een individuele eigenschap is van Jan, het is tot eigenschap gepromoveerd. Dit voorbeeld suggereert de volgende verwoording: Het resultaat  $x$  van activiteiten gedaan door een object of collectie objecten manifesteert zich in of op een object  $y$ , kortweg te schrijven als 'y heeft de eigenschap  $x$ '. De uitspraak 'deze steen is hard' drukt uit dat 'hardheid' een karakteristiek is van die steen. Drukt de zin 'Deze steen  $x$  is harder dan die steen  $y$ .' een relatie uit tussen beide stenen?

Alle ronde voorwerpen in het Universum zijn geel en hebben een even grote zwarte stip. Naast deze voorwerpen zijn er objecten in dit Universum die geel zijn met een zwarte stip, en verder zijn er geen

voorwerpen meer te vinden met een zwarte stip. Is er een kenmerkende beschrijving te geven voor de eerder genoemde ronde voorwerpen? Een poging is de volgende beschrijving: rond gele voorwerpen die een even grote zwarte stip hebben. Vormen deze voorwerpen een verzameling? Vormen de voorwerpen die harder zijn dan steen y een verzameling?

Onder entiteit versta ik een grootheid waarvan een algemene indruk bestaat. Het woord 'indruk' duidt de entiteit gedachte aan. Ik kom thuis en roep: 'Goh, er is een dief in huis geweest!'. Deze constatering duidt erop dat een beschrijving te geven is waaruit zou moeten blijken dat aan de entiteit 'dief' gedacht moet worden. De entiteit 'dief' verandert in die van een object op het moment dat 'de dief' veroordeeld is tot 'dief'. In de veroordeling is gebruik gemaakt van ruimtelijke - en temporele beschrijvingen naast die van eigenschappen, predikaten en andersoortige relaties, om een uniek bepalende beschrijving te geven, behorende bij de entiteit dief.

Nu is het verschijnsel warmte een te beschrijven entiteit waardoor het de status van object krijgt, niet zoals een steen, die te halveren is, maar wel gradaties kent.

In 'De President van Verenigde Sovjet Republieken' verwijst de uitdrukking 'De President' naar een protocollair omschreven functie die middels politieke verkiezingen vervuld kan worden. Het is een te instantiëren <sup>3</sup>concept. In de zin 'Jeltsin is de President van de Verenigde Sovjet Republieken.' vervult Jeltsin de rol van de omschreven functie. Evenzo verwijst 'Odysseus' in de zin 'Odysseus landde op Ithaca.' naar een bestaand iemand, al of niet in het verleden, naar een omschreven personage. In een toneelstuk is 'Odysseus' te instantiëren middels een acteur, waardoor men kan uitspreken dat

'Odysseus bestaat'; wat uitdrukt dat men eigenschappen, kenmerken en relaties onderbrengt in een assortiment Y, universalia genaamd, die als reëel zijn op te vatten, omdat zij te verwezenlijken zijn door objecten uit het onderliggende universum X, dat uit reële objecten bestaat. Trouwens, waarom zegt men dat Sinterklaas niet bestaat, terwijl men wel zegt dat de 'De President van Verenigde Sovjet Republieken' bestaat. In beide gevallen gaat het over een rol die gespeeld wordt, waarbij niet de hoeveelheid acteurs van belang is die zo een rol al of niet gelijktijdig spelen. Waarom gelooft men dat Sinterklaas niet bestaat, maar de 'De President van Verenigde Sovjet Republieken' wel? Tenslotte bestaat een beroep zolang dat beroep vervuld kan worden door een acteur.

## 1.4 Conceptuele kunst

<sup>4</sup>Er is een object genaamd cognitieve organisatie. Er is een object met de naam 'informatie', dit object is een verzamelnaam voor andere objecten met de naam 'infor'. Binnen de organisatie zijn opdrachten gedefinieerd die door middel van een stimulus om te zetten zijn in handelingen. Deze handelingen zijn: overdracht van infons, verwerken van infons. Beide handelingen zijn te kwantificeren, bijvoorbeeld door middel van de notie capaciteit. Capaciteit is de mate waarin infons te verwerken of over te dragen zijn aan een ander cognitief systeem. Capaciteit is dan een geconstrueerd, kwantitatief concept behorende bij een organisatie.

**Inhoudelijke beschrijving 1.** Bij het gitaar spelen bespeelt men de snaren met de rechterhand en met de linkerhand toetst men de snaren op de hals in.

**Inhoudelijke beschrijving 2.** Bij het gitaar spelen bespeelt men de snaren met de linkerhand en met de linkerhand toetst men de snaren op de hals in.

'Inhoudelijke beschrijving 1' laat de mogelijkheid open dat men de snaren gelijktijdig gebruikt terwijl de andere beschrijving tot nadenken stemt over de te gebruiken techniek van de gitaar, namelijk de handelingen 'snaren intoetsen' en 'snaren bespelen'. Men kan beide beschrijvingen uitproberen, en als hieruit blijkt dat er geen noemenswaardige verschillen zijn te constateren, kan men concluderen dat de concepten, verwoord als 'linkerhand gebruiken' en 'rechterhand gebruiken', niet van elkaar te onderscheiden zijn. De notie 'links' verschilt dan ook van de notie 'rechts', omdat er twee inhoudelijke beschrijvingen zijn - de een afgeleid uit de ander - waarbij

'beschrijving 1' geen mededeling verstrekt over het concept 'intoetsen met de linkerhand' en 'beschrijving 2' wel informatief is over dit concept. Bijvoorbeeld, het woord 'links' is als label in gebruik waarmee men zich kan oriënteren in de ruimte.

<sup>5</sup>Omdat een functie een proces is dat toegepast op een object als resultaat weer een object oplevert, kan men aan dit proces een naam toekennen. Dat 'Gelukkig(x) èn  $x > 5$ ' een concept verwoordt ligt meer aan de idee dat een getal  $x$  'Gelukkig' te noemen is als gebleken is dat het voorkomt als resultaat van een berekening, mits het ook meer is dan vijf. Dat bovendien de berekening onafhankelijk van de tijd uit te voeren is, betekent dat aan dit proces de label 'waar' is toe te kennen.

We hebben een concept van de kleur rood, omdat bekend is welke golffrequentie behoort bij de idee van rood. <sup>6</sup>We hebben geen concept van een grasspriet, omdat er geen idee is hoe een grasspriet te kwantificeren. Er is wel een inhoudelijke beschrijving van een grasspriet te geven, die wel eens erg lang kan zijn. Zo is 'Het stipt op tijd komen' een eigenschap, maar geen concept. 'Plus drie' is een concept, omdat het te realiseren is.

Om de opdracht 'mijn linker middelvinger te buigen' uit te voeren, is de gedachte 'mijn linker vinger buigen' nodig en deze gedachte verschilt van de gedachte 'mijn rechter middelvinger buigen'. Er zijn dus verschillende gedachten; men is in staat deze duidelijk te maken door een uitvoering van deze gedachten. Ik denk na over de gedachte 'mijn linker middelvinger te buigen' en dat drukt uit dat denken een activiteit is dat gericht is op voorwerpen, intenties en indrukken. Waarop baseert men de idee dat 'indruk hebben van' verschillend is van 'gedachten hebben over'. Welnu, ik heb de indruk dat het mor-



gen gaat regenen is verschillend van de gedachte 'dat het morgen gaat regenen', omdat de tweede uitdrukking aangeeft dat men op basis van gegevens redeneert, wat bij de eerste uitspraak ontbreekt.

Ik kan met stokjes de hoofdletter A maken op het zand en deze vorm kan in het zand met de wijsvinger nagemaakt worden. Men heeft dan de gedachte 'een A maken' en met deze gedachte correspondeert het concept 'het neerleggen van een A'. Denken is het combineren van gedachten die een voorbeeld hebben waardoor denken om te zetten is in handelingen verrichten. De gedachte zelf is te onderscheiden van het voorbeeld. Neem de uitdrukking 'x is een voorbeeld voor de gedachte y'. Dat Marie een voorbeeld is voor de gedachte ongelukkig mens te zijn, is geen eigenschap van Marie, maar een eigenschap van het denken over ongelukkig zijn. De gedachte 'een voorbeeld te zijn voor de gedachte y', is het resultaat van een denkproces dat voorbeelden verlangt, omdat een gedachte betrekking heeft op een concreet voorwerp. Het is een eigenschap van het onderliggende denkproces.

Men kan gedachten combineren tot een concept. Men kan concepten combineren tot één concept. Ook kan men kan gedachten en concepten combineren tot een nieuw concept, alsook op andere gedachten komen, maar als gedachten geen betrekking hebben op concrete voorwerpen, is het fantaseren te noemen. We hebben een idee van paard en we hebben een concept over 'gevleugeld zijn', dan ligt het voor de hand om de associatie 'gevleugelde paarden' te maken in geval het paard zeer snel galoppeert. <sup>7</sup>Gebruik de notie 'paard' als overkoepelend begrip van gevleugelde paarden en ongevleugelde paarden. Dan is de uitspraak *ieder gevleugeld paard is een paard* met de ontkennde uitspraak 'er is een gevleugeld paard dat geen

paard is'. Deze laatste uitspraak suggereert dat er gevleugelde paarden zijn die zich weten te onderscheiden van ieder gevleugeld paard. Enerzijds is dit fantaseren, anderzijds is de gedachtegang logisch te noemen, omdat het verwijst naar een combinatie van gedachten, die betrekking hebben op het sorteren van voorwerpen naar zekere eigenschappen. Het overkoepelende begrip moet wel zinvol zijn.

De manier waarop we met gedachten omgaan is in de taal uit te drukken door middel van handelingen met concrete voorwerpen. We zeggen niet dat de gedachte 'vrijen met Marie' associeert met ervaringen, die verschillend zijn aan die ervaringen behorende bij 'een grasspriet te aaien'. Gedachten kunnen we niet voelen, alsof het een object is, ze zijn er zoals ook het vermogen om twee objecten te kunnen onderscheiden, wat de vraag oproept of we één object kunnen onderscheiden van zichzelf.

Dat de gedachte 'nu' en 'twaalf uur 's middags' verschillend zijn is te demonstreren aan de hand van twee zinnen, zoals 'het is nu twaalf uur 's middags'en 'het is nu nu'. In de laatste zin kan men op het idee komen dat 'nu' op twee verschillende manieren is gebruikt, namelijk dat de eerst vermelde 'nu' verwijst naar het huidige tijdstip; het wordt alleen positief gebruikt. Het tweede 'nu' is identiek gesteld aan dat tijdstip en het is dan ook negatief te gebruiken, zoals in 'het is nu 'niet nu' '. Het identiek stellen van beiden levert dan een tegenstrijdigheid op, in de betekenis van het gebruik van het woordje 'nu'. Dat met 'nu' een conceptuele gedachte correspondeert heeft te maken met het feit dat het horloge een referentiekader is voor 'nu'.

Neem de notie 'warmte'. Deze notie is niet alleen kwalitatief te gebruiken maar ook, zoals bekend, gekwantificeerd met bijvoorbeeld graden Celsius. Het begrip 'warm' is hoe dan ook als een classifi-

cerend begrip te gebruiken waarbij dan ook indirect op niet-warme objecten wordt gelet. De verzameling warme objecten  $x$  is als volgt formeel te schrijven als

$$\{ X \mid \text{sorteer}(x, \text{warm}) \} \stackrel{\text{def}}{=} X[\text{warm}]$$

en hierin stelt  $X[\text{warm}]$  de omvang van het begrip 'warm' voor. De zin 'Jan is warmer dan Piet' drukt uit dat beide personen ook warm zijn, omdat de zin niet informerend is als Piet 'koud' is, terwijl Jan 'warm' is. Uit de zin is natuurlijk op te maken dat dan 'Piet kouder is dan Jan' met betrekking tot het 'warm zijn' van Piet. De uitdrukking 'warmer dan' is vergelijkend gebruikt en niet als een soort relatie tussen Jan en Piet. Het is wel op te vatten als een relatie, mits een temperatuurmeting gedaan wordt bij beide personen zodat een numerieke relatie te ontwerpen is.

**Kunstige concepten** Drukt een verkeerd woordgebruik uit dat men geen helder idee heeft over wat men uitspreekt? Bijvoorbeeld: de idee 'duurzame energie'. Energie zelf kan niet duurzaam zijn, wel kan het verbruik van grondstoffen op een duurzame wijze gebeuren. De uitdrukking 'duurzame energie' is zoiets als 'duurzaam rood'. Men kan wel spreken over 'duurzame rode verf'. Er is geen korte uitdrukking te vinden die de onderliggende idee van 'duurzame energie' aanduidt maar wel een omschrijving, bijvoorbeeld zoals: in vergelijking met een lamp van 40 Watt is deze Light Emitting Diode(LED) zuinig in elektriciteitsverbruik bij (ongeveer) dezelfde lichtsterkte. In deze vergelijking staan de volgende wel omschreven concepten vermeld: lamp, Watt, vergelijken met, LED, elektriciteitsverbruik, lichtsterkte. Met de vermelde fysische grootheden is een fysische relatie te definiëren tussen een LED en een peertje van 40 Watt. Echter,

de relationele uitdrukking 'zuiniger dan' is een sociaal-economisch begrip dat een transcriptie is van het relationele begrip 'lager energieverbruik dan'.

<sup>8</sup>t woord 'concept' is tot nu toe geïllustreerd aan de hand van een enkel voorbeeld maar wat is een concept? Waaraan zou ik moeten denken? Wanneer men de zin 'Een LED is zuinig in elektriciteitsverbruik.' uitspreekt, is de betekenis van die zin de bewering dat een LED zuinig is in elektriciteitsverbruik. Kennelijk maakt men gebruik van het concept 'zuinig in elektriciteitsverbruik zijn', omdat 'zuinig in elektriciteitsverbruik zijn' dat concept uitdrukt. Er wordt een skelet ontdekt van een dier dat geen enkele overeenkomst vertoont met die van reeds bekende dieren. Wat men dan doet is een voorlopige classificatie instellen dat steunt op een kennisruimte. Men kan dan ook niet zeggen 'Ik geloof dat dit skelet van een damhert was.', omdat er weliswaar een interpretatie is maar deze interpretatie steunt op onduidelijke bronnen. Men kan dan ook niet 'een damhert zijn' uitspreken, evenmin 'het is een damhert' noch 'was een damhert'. Wat wel mogelijk is dat er meerdere skeletten gevonden worden waarmee een concept te construeren is van een damhert. Deze constructie maakt het mogelijk de zin uit te spreken 'Ik geloof dat dit en dat skelet van een damhert is.'. Het (geconstrueerde) concept is dan abstract te noemen. Hoe ideeën ontstaan waarmee men kan classificeren is een raadsel. In dit geval kan men uitspreken dat er maar één concept is van een damhert, omdat het geconstrueerd is. Van een natuurlijk getal is er ook maar één concept, ofschoon verschillend te beschrijven. Dit is in tegenstelling tot het concept mens, want in dat geval zou het hebben van één concept van een mens impliceren dat een ieder elkaar ondubbelzinnig zou verstaan over de sexe van een mens, wat niet het geval is. De beschrijving

van het getal één kan op meerdere manieren gebeuren, maar er is geen roofdier te vinden dat tegelijkertijd jacht maakt op meerdere prooidieren; dat zijn geen metafysische bespiegelingen. Er is ook niemand te vinden die na het eten van een kip zal zeggen dat hij of zij gelooft dat hij twee kippen heeft gegeten, noch de uitspraak dat hij of zij weet dat hij kip heeft gegeten. Alleen bij twijfel aan wat men gegeten heeft, zal men zeggen: 'Ik weet heus wel dat ik toen kip heb gegeten.'

Ik las in de krant van 5 januari 2008 dat de regering de taal wilde vereenvoudigen om de burgers beter te kunnen informeren. Critici namen het volgende als voorbeeld: 'de Grondwet regelt ...' zou, volgens de voorstellen, veranderd worden in 'in de wet staat wat je moet doen'. De precieze formulering laat ik achterwege. Ik richt mijn aandacht op 'de Grondwet regelt ...'. De schrijvers van deze zin en zij die ermee instemden, hebben kennelijk een anti-conceptionele gedachte bij het gebruik van het werkwoord 'regelen'. In overdrachtelijke zin heeft deze zin ook geen betekenis, want een abstracte zaak zoals een wet, kan niet iets regelen. Wetten worden gebruikt om iets te regelen. Het is een voorbeeld van slordig taalgebruik wat samenhangt met het slordige karakter van regeren terwijl men zich daarvan niet bewust is of wil zijn.

Ik heb een concept van een Wankelmotor en ik heb een concept van een fiets met versnelling. De Wankelmotor zuigt direct lucht in, vermengt lucht met brandstof, comprimeert het mengsel en ontsteekt daarna het mengsel waarna verbrandingsresten middels lucht wordt afgevoerd. Een fiets met versnelling heeft ten doel sneller vooruit te komen dan lopend het geval zou zijn. Vervanging van de versnellingsnaaf door een Wankelmotor moet mogelijk zijn als de ont-

steking wordt vervangen hetzij door overbrenging van kracht op de pedaal, hetzij door gebruik van een dynamo voor de ontsteking. Het doel van deze gedachtegang is een 'autofiets'. De beweging van de pedaal omzetten in motorische kracht waardoor een voorwaarts gerichte stuwkracht ontstaat met als gevolg een versnelde beweging. Hoe krachtiger de beweging des te groter de versnelde beweging om daarna bij gelijkblijvende beweging van de pedaal, een constante snelheid te halen.

In de bewering 'Bach is geen kat,' is de uitdrukking 'is geen kat' op te vatten als een predikaat waarbij dan het concept 'geen kat te zijn' hoort. Zou er een analyse van 'is geen kat' in termen van 'kat' gebeuren, kan men alleen zeggen dat 'is geen kat' een vaag concept is, omdat het 'niet de eigenschap kat te zijn' uitdrukt; wat de inwendige ontkenning is. De uitwendige ontkenning is te verwoorden door 'het is niet zo dat Bach een kat is'.

**Anti concepten** Concepten onderscheiden van andere soorten universelen kan, naar mijn overtuiging, alleen als men a priori al weet hoe concepten en universelen uniek te beschrijven, terwijl men alleen kan geloven dat het tot de mogelijkheden behoort. Nu kan men eisen dat niet-circulaire definities een concept zou moeten duiden. Ik beperk me tot concepten die met taal of aanverwante symbolen te duiden zijn. De vraag of concepten complex dan wel simpel zijn, is irrelevant. Het concept lijkt simpel te zijn, maar de vraag waarom lichtsnelheid constant is, is complex te noemen. Deze opmerking associeert naar de definitie van G. Cantor van verzameling: een zekere collectie met een vaste eigenschap als een geheel opvatten. Dit betekent dat men een geheel afbakt van de rest, wat voordelig is als men de onderliggende zaak analytisch wil benaderen.

Op zijn minst zal een analyse van een concept de voorwaarden moeten vastleggen, zo dat dingen die eraan voldoen, voorbeelden zijn van dat concept. De definitie van vaag concept en concept legt vast waaraan men moet denken wil men van (singulier)voorbeeld kunnen spreken. Neem aan dat twee predikaat-uitdrukkingen verschillen in hun mogelijke werelden extensie dan zijn de concepten, die verwoord zijn in deze uitdrukkingen, ook verschillend. Het probleem doemt op dat voorwerpen a priori al voorgesorteerd zijn naar hun eigenschap in focus. De vooronderstelling is dat gedachten te onderscheiden zijn. De uitdrukking 'mogelijke werelden extensie' duidt erop dat men de reeds aanwezige kennis wil toepassen op voorwerpen waarvan het niet bekend is of zij passend te beschrijven zijn met reeds bekende passende beschrijvingen. Dit is dan het dynamische toepassen van kennis te noemen.

De taak vast te stellen wat een alomvattende theorie van concepten zou moeten beschrijven, houdt indirect in dat men al overzicht heeft of kan krijgen hoe de wereld in elkaar steekt. Laat klimaatwijziging het concept zijn. Is de idee van klimaatwijziging abstract of concreet? Als het abstract is, is het niet spatio-temporeel noch fysisch, wat tegen het gevoel indruist van het algemenere concept 'wijziging'. Anderzijds, bijna dood-ervaringen geven aan dat men weliswaar klinisch dood kan zijn maar toch kan horen wat er gezegd wordt wat, in het negatieve geval, zoals een opmerking dat men anders als een kasplantje leeft, een machteloos gevoel kan geven. Of het concept van wat zintuigen zijn, is onvolledig, of ervaringen zijn het resultaat van de organisatie van de zintuigen. Drukt de expressie 'organisatie van de zintuigen' een concept uit wat 'in bezit' te krijgen is? Veronderstel dat dit mogelijk is, dan lijkt het me dat er stand van zaken in het zenuwstelsel is die vorming van dat concept

mogelijk maakt.

Rode voorwerpen scheiden van gele voorwerpen vooronderstelt dat men deze kleuren kan zien. Of men dan ook een concept heeft van rood en geel is een andere vraag. Het scheiden van voorwerpen zal met een zeker doel moeten gebeuren, namelijk kennisvermeerdering. Een immer op de voorgrond tredende voorbeeld is dat rood een algemene term is, het kennelijk op verschillende locaties is en niet gelijktijdig kan optreden. Mij lijkt een praktisch standpunt het beste want ik gebruik de term rood voor die rode bal en die andere rode bal die in mijn gezichtsveld liggen. Bij nader inzien kan, indien nodig, een gradueel verschil aangebracht worden met uitdrukkingen zoals 'tint'. Wat men wel kan zeggen is, dat op beide plaatsen voorwerpen liggen die het licht zo absorberen dat zij ogenschijnlijk dezelfde kleur hebben. Wat moet men zich voorstellen bij noodzakelijke voorwaarden voor concepten dan wel voldoende voorwaarden? Wat zijn de nodige en voldoende voorwaarden opdat men empathiek is? Het concept 'empathie' is niet te analyseren, hooguit kan men gradaties aanbrengen en mogelijkwijs zijn er constituties aan te wijzen waarbij men geen, wel of vaag empathiek is.

Neem de zin 'Jan loopt.'. Men kan wel formeel, in predikaatlogische zin, dat schrijven als *Loopt(Jan)* maar dan vergeet men dat er iemand is die waarneemt dat Jan loopt. Men kan zelfs uitspreken dat er meerdere waarnemers moeten zijn voordat men kan uitspreken dat 'Jan loopt', nog afgezien van het feit dat het een eenvoudige zin is waarachter een wereld aan begrippen schuil gaat.



## Hoofdstuk 2

# Platonische ruimte

Van alles wat ik tot nog toe gelezen heb op het gebied van filosofie, logica, wiskunde en informatica, laat staan natuurkunde, scheikunde en sterrenkunde, begrijp ik weinig tot niets. Het volgende is een manier om uit te zoeken waarom ik het niet begrijp. Ik werd op een spoor gezet door de wijze waarop in men in de informatiekunde analyseert. Ofschoon die wijze van analyseren ook meer vragen oproept dan er vragen werden beantwoord. Ik ga van het standpunt uit dat mensen gedachten hebben over objecten en dat objecten mensen op gedachten kunnen brengen. Een volgende handeling is dat men kan opschrijven waarover men nadenkt. Dat is belangrijk, want daardoor komt men op de idee om te doen alsof men kan spreken en schrijven over alles waaraan men denkt. Nu zijn gedachten onder één noemer te brengen; van meerdere gedachten kan men een gemeenschappelijke gedachte proberen te vormen. Een gedachte kan men aanscherpen of verzwakken. Men kan van de ene gedachte op de ander komen. Spreekt men over objecten, is men ook in staat

verschillen aan te geven, of om na te gaan of die objecten niet gelijk zijn. Men kan immers een object beschrijven. Een ander object heeft een andere beschrijving, maar, het kan zijn dat beide objecten een kenmerkende eigenschap gemeen hebben, waardoor zij als gelijk te bestempelen zijn. Bovendien is op te merken dat alles zich afspeelt in ruimte en tijd; deze combinatie noem ik context. Ik vermijd zoveel als mogelijk, formeel gebruik van logica, behalve dan het gebruik van de quantoren  $\forall E$ , wat te lezen is als 'welke E dan ook', en  $\exists E$ , wat te lezen is als 'er is zo een E met'.

## 2.1 Inleiding

**Principe 2.** *Aangezien men gedachten kan onderscheiden is het ook vast te stellen of objecten dezelfde kenmerken hebben.*

In een wereld bestaande uit één object is het object niet van zijn omgeving te onderscheiden. In een wereld bestaande uit precies twee objecten, zijn deze objecten als constituenten van één geheel op te vatten. De gedachte ' $x^2 = 4$ ' lijkt verschillend te zijn van de gedachte ' $x=2$  òf  $x=-2$ ' maar beiden zijn, middels een rekenproces, tot elkaar te herleiden.

**Principe 3** (Wereld). *Er zijn meer dan twee objecten in de wereld.*

**Principe 4** (Participatie). *Ieder object  $x$  uit  $X$  heeft een referent  $y$  in  $Y$ . Dit is voor te stellen met de importfunctie  $I: Y \rightarrow X$ . Het drukt met name uit dat het gaat om gedachten die uit te drukken zijn in woorden en zinnen. Men kan zonder bezwaar zeggen dat ieder object  $x$  participeert in een referent  $y$ . Of een gedachte participeert in een object is een andere vraag.*

In postfix notatie:  $yI = x$ . Hiervan is  $geldI =$  muntstuk een voorbeeld, want een muntstuk representeert de idee van geld dat waarde van goederen uitdrukt. Zie ook bijvoorbeeld "Logic without Thruth, Buridan on the Liar van G.Klima en zie ook Klima (2000) voor een uitvoerige beschrijving van de noties 'fijnmazig' en 'grofmazig'. Het hierna volgende is een aangepaste vertaling van de genoemde begrippen. De koppeling van gedachten, uitgedrukt middels gesproken en geschreven referenten, naar objecten in de wereld, waarbij de wereld ook de taaluitingen omvat, wordt een grofmazige propositie genoemd. De koppeling van gesproken en geschreven referenten

naar gedachten, waarbij gedachten symbool-handelingen zijn van individuele geesten, die voor hun semantische waarden samengesteld afhankelijk zijn van semantische waarden van die concepten, die betekenis hebben gekregen in deze geesten door middel van de syntactische delen van de conventionele betekenisvolle zinnen, is fijnmazig genoemd. De exportfunctie, zie principe 5, is semi-fijnmazig te noemen, want weliswaar zetelt de wereld niet in de geest, maar heeft wel een representatie in de geest, wat vaak met de term 'aangeboren' wordt geduid. De importfunctie is grofmazig te noemen.

**Principe 5** (Indexering). *Aan iedere referent  $y$  in  $Y$  behoort op een zinvolle wijze een exemplaar  $x$  in  $X$ . Symbolisch is dit voor te stellen met de exportfunctie  $E: X \rightarrow Y$ . In postfix  $xE = y$ . De exportfunctie wordt fijnmazig genoemd.*

De uitspraak 'Het is niet het geval dat alle leraren zonder leerling zijn.' betekent dat er een leerling is zonder een leraar te hebben. De sjabloonzin 'Y is een leraar van persoon X.' is daarom benoemd als een analytisch oordeel. Toegepast op principe 4 betekent dit dat het niet het geval is dat alle voorwerpen  $x$  zonder referent  $y$  zijn, en dan is de vaststelling  $y$  is een referent van  $x$ , een analytisch oordeel.

Onder de samenstelling  $I \circ E$  van  $I$  en  $E$  is te verstaan de reflectie op referenten middels een object  $x$ :  $y(I \circ E) = x(E) = y$ . Op dezelfde manier is ook  $E \circ I$  te behandelen en dit stelt dan de reflectie voor op objecten middels een referent, aldus geschreven:  $x(E \circ I) = yI = x$ . Behoort een object  $x$  tot de collectie  $X$  schrijven we dat als  $x \in X$ ; behoort referent  $y$  tot het aggregaat  $Y$  noteren we dat als  $y \rho Y$ . Onder  $y[x]$  verstaan we dat referent  $y$  toekomt of gelinkt is aan exemplaar  $x$  en onder  $x[y]$  verstaan we dat het exemplaar  $x$  gekoppeld is aan referent  $y$ . De collectie  $\{x \mid x \text{ heeft } y\}$  is

voor te stellen door  $\sum_{x \in X} y[x]$ , wat te lezen is als het geheel aan  $x$ -en waar  $y$  een referent van is. Aan het aggregaat  $Y$  voegen we nog de twee symbolen 0 en 1 toe, met de betekenis dat  $X[0]$  leeg is en  $X[1]$  hetzelfde is als  $X$ . Neem de uitdrukking 'onbekende componist' met de interpretatie dat het componist zijn alleen bekend is bij de componist zelf. Principieel kan men stellen dat de naam 'onbekende componist' refereert aan een onbekend, maar wel bestaand subject. Om dit te ondervangen, voegen we aan  $X$  het object  $\varpi$  toe. Voor  $X$  schrijven we dan  $X^\varpi$ . In zeker opzicht beschrijft de volgende definitie de manier waarop een collectie voorwerpen onder één noemer te brengen is, als verzameling is op te vatten. Verzamelingen worden beschreven door hun elementen op te sommen. Twee verzamelingen  $A$  en  $B$ ,  $A$  en  $B$  zijn referenten, zijn verschillend als de opsomming ervan verschillen:  $A \parallel B$ . Men kan ook zeggen dat een deel van de opsomming van  $A$  geen deel is van de opsomming van  $B$ .

**Definitie 2.1.** <sup>9</sup>De uitdrukking 'alle objecten  $x$  uit  $X$ ' is te weergeven met  $\forall x : \cdot x \in X$ . Bij gegeven kennisruimte  $\langle Y, X \rangle$  wordt onder de extensie van vaste  $y_0 \rho Y$  begrepen het geheel aan objecten  $x \in X$  zó dat voor  $\forall E : \cdot E : X \rightarrow Y$  geldt dat  $E : x \rightarrow y_0$ :

$$\forall E : \cdot E : X \rightarrow Y \ \& \ X[y_0] \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{x \in X} xE = y_0.$$

De collectie  $X[y_0]$  is een verzameling, omdat het als een eenheid is op te vatten voor die  $x$ -en met  $xE = y_0$ . <sup>1</sup> Op basis hiervan

---

<sup>1</sup>Een tegenvoorbeeld is het volgende: een mand met appels. Een voorbeeld is postzegelverzameling. In het laatste geval heeft men de intentie een collectie op te bouwen en bij het eerste voorbeeld is alleen sprake van het hebben van appels in een mand. Een mand met appels is wel als verzameling op te vatten als het gesorteerd is naar een zeker kenmerk, met andere woorden: er was de intentie

zijn referenten  $x$  en  $y$  met  $x, y \rho Y$  extensioneel gelijk te noemen met betrekking tot  $\langle Y, X \rangle$ , als  $X[x] = X[y]$ . Het betekent dat dezelfde objecten op verschillende wijze zijn beschreven. Nu kan men van  $X[y]$  een deel  $D$  bepalen.  $D$  is dan ook een verzameling beschreven door  $y$  met alleen maar objecten uit  $X[y]$ . De eigenschap 'tot  $D$  behoren' valt dan samen met de eigenschap 'tot  $X[x]$  behoren' en daarom kan men spreken over 'deel van een collectie nemen':  $D \subseteq X[x]$ . De volgende definitie breidt het begrip 'extensie' uit naar collecties. Bij gegeven kennisruimte  $\langle Y, X \rangle$  verstaan we onder de extensie van deelaggregaat  $Z$  van  $Y$  ( $Z \sqsubseteq Y$ ) het geheel aan  $X[x]$  voor  $\forall y \cdot : y \rho Z$ , dus

$$\forall E \cdot : E : X \rightarrow Y \ \& \ X[Z] \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{y \rho Z} X[y].$$

Gebruikelijk is het om bij  $X[y]$  te spreken over de omvang, of extensie, van het referent  $y$  maar dat suggereert dat de omvang een vaststaand iets is, wat niet het geval is of hoeft te zijn. Met betrekking tot de onderliggende kennisruimte kan die omvang wel vastliggen.

**Definitie 2.2.** Bij gegeven kennisruimte  $\langle Y, X \rangle$  verstaan we onder de intensie van object  $u \in X$  het geheel aan referenten  $y$  met  $y \rho Y$  zodat voor  $\forall I \cdot : I : Y \rightarrow X$  geldt dat  $I : y \rightarrow u$ , aldus:

$$\forall I \cdot : I : Y \rightarrow X \ \& \ Y[u] \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{y \rho Y} y[u].$$

Op basis hiervan zijn objecten  $x$  en  $y$  met  $x, y \in X$  intensioneel gelijk te noemen met betrekking tot  $Y$ , als  $Y[x] = Y[y]$ . Het betekent dat twee objecten op precies dezelfde wijze zijn beschreven met dezelfde woorden, letters, symbolen of uitdrukkingen. Het volgende breidt de

---

aanwezig zekere appels te verzamelen in een mand. Deze laatste interpretatie neem ik als de gebruikelijke.

notie 'intensie' uit naar collecties. Bij gegeven kennisruimte  $\langle Y, X \rangle$  verstaan we onder de intensie van  $Z \& Z \subseteq X$  het geheel aan  $Y[x]$  voor  $\forall x : \cdot x \in Z$ :

$$\forall E : \cdot E : X[Y] \rightarrow Y[Z] \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{x \in Z} Y[x].$$

**Lemma 2.1.** *Laat  $x \in X$  gegeven zijn en  $Y[x] = \{ y \mid y\rho Y[x] \}$  dan geldt  $x \in X[y]$ .*

*Bewijs.* Kies een  $y\rho Y[x]$  uit en bepaal hierbij  $X[y]$ . Duidelijk is dan dat  $x \in X[y]$  voor welke  $y\rho Y$  dan ook wat betekent dat  $x$  tot het gemeenschappelijke behoort van alle  $X[y]$ , en dat is formeel te schrijven als  $x \in \bigcap_y X[y]$ .  $\square$

Zij  $I$  de importfunctie en  $E$  de exportfunctie, dan betekent  $I \circ E$  de reflectie op referenten middels een object, kortweg  $X$ -reflectie.  $E \circ I$  is dan de reflectie op objecten middels een referent, kortweg  $Y$ -reflectie.

### Eigenschap en voorbeelden

**Definitie 2.3.** Indien voor  $\forall I : \cdot I : Y \rightarrow X$  en vaste  $E$  geldt dat  $y(I \circ E) = y$  en  $x E = y$ , dan is referent  $y$  een singuliere eigenschap van object  $x$  onder  $E$ . Deze definitie legt vast dat onder welke  $X$ -reflectie dan ook, referent  $y$  invariant is. Neem een exportfunctie  $E$  en gebruik principe 4. Dan is  $x E = y$ . Gebruik de gegeven vaste  $I$ , dan hebben we  $y(I \circ E) = y$ .

**Definitie 2.4.** Indien voor  $\forall E : \cdot E : X \rightarrow Y$  en vaste  $I$  geldt dat  $x(E \circ I) = x$  en  $y I = x$ , dan is object  $x$  een singulier voorbeeld voor referent  $y$  onder  $I$ . Gebruikmaking van principe 5 geeft  $y I = x$  en

dan is  $yI \circ E = y$ . Deze definitie legt vast dat onder welke  $Y$ -reflectie dan ook, object  $x$  invariant is.

**Definitie 2.5.** We noemen referent  $y$  een eigenschap van voorwerp  $x$  als voor  $\forall I : I : Y \rightarrow X$  en  $\forall E : E : X \rightarrow Y$  geldt dat  $y(I \circ E) = y$  en  $x(E \circ I) = x$ :  $Y$ -reflectie gevolg door  $X$ -reflectie. Hoe dat te werk gaat bij het gitaar spelen is mij niet duidelijk. Er vindt reflectie plaats van klanken op mijn gevoelsleven. Het gevoelsleven is gevoed door de wereld rondom mij. Maar hoe het komt dat bij de eerste noot men vaak al weet of het muziekstuk goed ligt, is een raadsel. Deze definitie legt vast dat onder welke  $Y$ -reflectie en  $X$ -reflectie dan ook, object  $x$  en referent  $y$  invariant zijn,  $x$  een voorbeeld is voor  $y$ .

Het object  $x$  heet dan een voorbeeld voor eigenschap  $y$ . Het is een vaststaand feit dat voorwerp  $x$  een voorbeeld is voor referent  $y$  als, onder iedere reflectie op de kennisruimte  $\langle Y, X \rangle$ , referent  $y$  een eigenschap is van voorwerpen  $x$ , en voorwerpen  $x$  een voorbeeld zijn voor eigenschap  $y$ . <sup>2</sup>Het voorbeeld is noodzakelijkerwijs een voorbeeld, als het in iedere kennisruimte onder welke reflectie dan ook op die kennisruimten te constateren is dat referent  $y$  een eigenschap is van voorwerp  $x$ . Zo is het begrip 'persoon' een eigenschap van iemand. De extensie van 'persoon' is deel van ieder andere extensie van een eigenschap van 'persoon'. Voor het individu Jan geldt dat Jan[Jan] is èn, omdat Jan een persoon is en de extensie van Jan deel is van de extensie van Jan. Algemeener gesteld: als vast staat dat  $x[x]$  noemen we  $x$  een individu.

Neem aan dat Jan bergbeklimmer wil worden. Om te achterhalen of hij daartoe geschikt is gaat hij naar een bekende instructeur op dat gebied. Veronderstel dat de instructeur de volgende criteria

---

<sup>2</sup>In feite is dit een definitie van 'nodig zijn'.



hanteert: stevige-, van middellange - tot lange vingers. Deze criteria vormen de karakteristieken behorende bij bergbeklimmers. De criteria zijn niet intrinsiek, in de betekenis dat zij gehanteerd kunnen worden als synoniem voor het bergklimmerschap. Na inspectie van de vingers en na enkele oefeningen om te testen of de vingers aan de criteria voldoen, beweert de instructeur, dat Jan op basis van de gehanteerde criteria bergbeklimmer kan worden. De instructeur beweert dit, omdat er nog minstens één persoon is beschreven binnen zijn kennisruimte waarbij dezelfde criteria tot het bergklimmerschap leidde. De bewering *Jan is een bergbeklimmer* houdt geen stand, omdat er geen passende beschrijving is binnen het discours, die de bewering ondersteunt.<sup>3</sup>De instructeur had natuurlijk ook de uitdrukking *mogelijk kan je bergbeklimmer worden* kunnen bezigen om Jan duidelijk te maken dat er binnen zijn kennisruimte er een instantie van een bergbeklimmer is, die een overeenkomstig karakteristiek had. Wordt er daarentegen gezegd dat het onmogelijk is dat Jan bergbeklimmer kan worden, dan bedoelt men te zeggen dat de karakteristiek intrinsiek is aan hen die geen bergbeklimmer zijn. Bij een intrinsieke aggregaat aan eigenschappen kan men de uitdrukking noodzakelijkerwijs krachtens de natuur gebruiken. Het is een stabiele eigenschap van de objecten onder welke reflectie dan ook.

Bij de opbouw van een kennisruimte is gebruik gemaakt van uitdrukkingen als 'is een referent', 'is een object' en 'is een eigenschap', dan wel, bijvoorbeeld, de exportfunctie, wat staat voor een koppeling tussen object en referent. De opbouw van een kennisruimte is dan ook weer in een kennisruimte onder te brengen, waarbij dan referenten als object van het denken is te nemen en 'is een referent'

---

<sup>3</sup>Dit is in feite een definitie van wat mogelijk is.

als een verwijzer. Zo opgevat is 'is een referent' zelfs een eigenschap die semantisch vast is. Op deze manier is dan ook duidelijk gemaakt dat 'is een referent' verschilt van 'is een object' en ook dat men niet verder kan gaan, in de zin van dat deze kennisruimte weer onder te brengen zou zijn in een andere kennisruimte. De vraag die opkomt is, hoe 'is een kennisruimte' te kwalificeren? Als het een referent is, behoort het tot een kennisruimte, waarbij dan de vraag hoort of een kennisruimte een object is, abstract of niet. Die vraag leidt dan weer tot de vraag wat een object is.

Het is mogelijk om kennisruimten  $\langle Y_1, X \rangle$  en  $\langle Y_2, X \rangle$  te construeren, die te onderscheiden zijn van elkaar, zelfs als de constructie op dezelfde wijze gebeurt, maar met verschillende referenten. Is er aan een kennisruimte een eigenschap te koppelen? Mijns inziens niet, tenzij men de constructie ervan als een eigenschap opvat.

**Lemma 2.2.** *Het object  $x$  is een voorbeeld voor  $Y[x]$  en het object  $u$  is een singulier voorbeeld voor  $Y[x]$ . Dan zijn  $u$  en  $x$  karakteristiek(intensioneel) gelijk aan elkaar.*

*Bewijs.* Voor  $\forall I \cdot I: Y \rightarrow X$  en  $\forall E \cdot E: X \rightarrow Y$  hebben we  $Y[x](I \circ E) = Y[x]$  en  $x(E \circ I) = x$ . Voor  $\forall E \cdot E: X \rightarrow Y$  en vaste  $I_0$  met  $I_0: Y \rightarrow X$  hebben we  $u(E \circ I_0) = u$  en  $Y[x](I_0) = u$  dan vinden we voor  $\forall E \cdot E: X \rightarrow Y$  dat  $Y[x](I_0 \circ E) = uE = Y[x] = Y[u]$ .  $\square$

De collectie lopende mensen en de collectie fietsende mensen zijn naar intensie verschillend van elkaar, want lopen en fietsen zijn verschillende handelingen, die niet gelijktijdig uit te voeren zijn, terwijl, bekeken naar extensie, de collecties hetzelfde kunnen zijn. Men kan wel op verschillende tijden op dezelfde locatie deze handelingen verrichten. Resteert nog het volgende over extensie en intensie. Neem

aan dat  $Y[a] \sqsubseteq Y[b]$  dan is  $X[Y[b]] \subseteq X[Y[a]]$  want voorbeelden van  $Y[b]$  zijn ook voorbeelden van  $Y[a]$ . Een vraag zou kunnen zijn of  $Y[b]$  essentieel is.

**Definitie 2.6.** Neem als kennisruimte  $\langle Y, X \rangle$  met  $E \sqsubseteq Y$ .  $E$  is essentieel voor  $x \in X$  als voor alle  $D$  waar  $x$  een voorbeeld voor is, geldt dat alle voorbeelden van  $E$  voorbeelden zijn van  $D$ :  $Ess(x, E)$ . Zo is het begrip 'vrijgezel' niet essentieel voor het man-zijn, omdat er een beschrijving is waar 'man' een voorbeeld voor is; het is geen voorbeeld is voor 'vrijgezel'. Zo is het chromosomen-paar  $XX$  essentieel voor het man zijn, in tegenstelling tot het chromosomen-triple  $XXY$ . Of deze kennis eeuwig en vaststaand is, is de vraag.  $E$  is dan kenmerkend voor  $x$  en de term het- $E$ -zijn drukt dat uit. Kan men een object  $y$  maken met alleen het aggregaat  $E$ , is het maken van  $y$  gegrondvest op  $x$ , want een voorbeeld van  $y$  is geen voorbeeld van  $x$  en andersom, referent  $y$  is wel geassocieerd met  $x$ .

## 2.2 Opbouw kennisruimte

### compositie van referenten

**Definitie 2.7.** Gegeven is dat  $x, y \rho Y$ . Dan verstaan we onder het compositum van  $x$  en  $y$  de referent  $z$  met  $z \equiv x \wedge y$  èn er is een object  $u$  met  $zI = u$ . Bij afwezigheid van een goede term voor  $z$ , gebruik ik een term van de vorm  $x \wedge y$ .

Er geldt  $X[x \wedge y] = X[x] \cap X[y]$ . Het betekent dat een object behorende bij  $x \wedge y$ , ook behoort bij  $x$ , wat inhoudt dat het, bijvoorbeeld, ook behoort bij  $x \wedge (x \wedge y)$ . Het compositum is de neutraalste beschrijving te geven aan het bijbehorende voorwerp, namelijk  $x \wedge y$  hebbend. Op te merken is dat het geen zin heeft om twee verschillende eigenschappen, zoals bijvoorbeeld 'lopen' en 'fietzen', samen te stellen tot één eigenschap. Bij het onderwerp cohibitum(decompositum) komt dit weer ter sprake.

In het volgende staat het symbool  $\equiv$  voor dezelfde gedachte voorstellend. Het samenstellen van referent  $x$  met zichzelf is op zich overbodig, anderzijds kan het gebruikt worden om het begrip 'congruentie' op intuïtieve gronden te introduceren. Voor iedere referent  $x \rho Y$  kan men vanzelfsprekend  $x \equiv x \wedge x$  opschrijven. Enerzijds overbodig, anderzijds nuttig vanwege het omgaan met symbolen.

**Axioma 1.**  $x \wedge y \equiv y \wedge x$ .

Dit axioma drukt uit dat verschillende gedachten te componeren zijn tot één gedachte onafhankelijk van de volgorde van opschrijven.

Bekijk de uitdrukking  $I \circ E$ . Ten duidelijkste is deze samengestelde afbeelding, bekeken naar de objecten waar zij betrekking op heeft, niet commutatief is. Immers,  $x(E \circ I) = y$  verschilt van

$y(I \circ E) = x$ . Het is dan ook niet ontstaan door middel van compositie van I en E. Het hebben van verschillende gedachten moet tot uiting komen in het hebben van verschillende voorbeelden. Het is onduidelijk of compositie associatief is. Enerzijds kan men zich indenken dat het gemeenschappelijke bepalen los staat van de volgorde waarin gedachten aan elkaar geknoopt worden, anderzijds kan  $(x \wedge y) \wedge z$  leiden tot  $a \equiv x \wedge y \& a \wedge y \equiv b$ , wat een andere gedachte kan zijn dan  $x \wedge (y \wedge z)$ ,  $d \equiv x \wedge c \& c \equiv y \wedge z$ .

**Bestaat de wereld?** De te gebruiken basisbegrippen zijn:

$\mathbf{Y} = [\textit{rood}, \textit{rood} \wedge \textit{stip}, \textit{geel}, \textit{geel} \wedge \textit{stip}, \textit{stip}, 0, 1]$  met de collectie objecten  $\mathbf{X} = \mathbf{x}[1 \dots 5 >$ . De indices  $1 \dots 4$  worden gebruikt als starre verwijzer naar voorwerpen.

**Persoon<sub>1</sub>**, met respectievelijk  $I_1$  en  $E_1$  als import- en exportfunctie, heeft de volgende (singuliere) eigenschappen vastgesteld:

- $\langle \textit{geel}, \mathbf{x}_1 \rangle$  en  $\langle \textit{rood}, \mathbf{x}_3 \rangle$
- $\langle \textit{geel} \wedge \textit{stip}, \mathbf{x}_2 \rangle$
- $\langle \textit{rood} \wedge \textit{stip}, \mathbf{x}_4 \rangle$
- $\langle \mathbf{X}, 1 \rangle$  en  $\langle \varpi, 0 \rangle$

**Persoon<sub>2</sub>**, met respectievelijk  $I_2$  en  $E_2$  als import- en exportfunctie, heeft de volgende (singuliere) voorbeelden vastgesteld:

- $\langle \textit{geel}, \mathbf{x}_1 \rangle$  en  $\langle \textit{rood}, \mathbf{x}_3 \rangle$
- $\langle \textit{rood} \wedge \textit{stip}, \mathbf{x}_2 \rangle$
- $\langle \textit{geel}, \mathbf{x}_4 \rangle$
- $\langle \mathbf{X}, 1 \rangle$  en  $\langle \varpi, \textit{geel} \wedge \textit{stip} \rangle$

De gevonden importfuncties en exportfuncties met elkaar combineren levert de volgende tabel op, g=geel, r=rood, s=stip:

$A \subseteq Y$	g	$g \wedge s$	r	$r \wedge s$	0
$\forall I_1 \cdot: I_1: A \rightarrow B$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$\varpi$
$\forall E_2 \cdot: E_2: B \rightarrow C$	g	$r \wedge s$	r	g	$g \wedge s$

Uit de beschrijving is met behulp van de lemma's te destilleren wat de feiten zijn: Laat  $E_1$  een deel zijn van de  $E_2$  en  $I_2$  een deel van  $I_1$  zijn, dan is aan  $I_1 \circ E_2$  een zinvolle betekenis toe te kennen. De invariante referenten en objecten bepalen wat de eigenschappen en voorbeelden zijn, namelijk het gele voorwerp en het rode voorwerp, en ook wat de singuliere feiten zijn. De wereld bestaat dan ook uit feiten en singuliere feiten. Met singuliere feiten corresponderen beschrijvingen, zoals 'het gele voorwerp met een stip is waargenomen op zekere locatie en op zeker tijdsinterval'. Een feit is ook door middel van een <sup>10</sup>propositie te benadrukken, zoals in 'dat voorwerp  $x_1$  is geel'. Neem de uitspraak 'er zijn voorwerpen met een stip'. Met deze uitspraak correspondeert een stand van zaken, onder welke reflectie dan ook, bij genoemde kennisruimte. Kennelijk is dan bij deze opvatting 'stip' gebruikt als kenmerkend detail om de wereld geordend te houden wat leidt tot de constatering dat geel-met-stip ontleed is in 'geel' en 'stip'. Aangezien er meerdere gele voorwerpen zijn, zal men in een analyse eerst  $X[geel]$  bepaald hebben en vervolgens  $X[geel][stip]$ . Neem de zinnen 'Jan is rood' en 'Jan is geel'. In beide zinnen is Jan één en dezelfde persoon. Nu kan men de zin 'Jan is rood-geel.' maken. Hierin is het compositum rood-geel het meest neutrale wat men kan uitspreken, het voegt geen extra informatie toe aan de bestaande informatie over 'Jan'. Nu zijn de kleuren rood

en geel nodig om de kleur oranje te maken. De kleur oranje is dan ook als een compositum van 'rood' en 'geel' op te vatten. Is de zin 'Jan is oranje' uit beide vorige zinnen gecomponeerd, voegt deze zin wel informatie toe aan de reeds bestaande informatie.

Weliswaar is vastgesteld wanneer een gedachte als eigenschap te nemen is, maar dat is pas nuttig als vast te stellen is dat eigenschappen verschillend zijn. De werkwijze is dan ook als volgt te beschrijven: Men heeft vast gesteld dat  $x$  en  $y$  eigenschappen zijn. De benoeming met verschillende letters geeft aan dat men geen kennis heeft omtrent hetzelfde zijn van deze eigenschappen. Denk maar aan het beroemde voorbeeld van de ochtendster en de avondster. De vraag die opkomt is, hoe men kan vaststellen dat  $x$  en  $y$  in feite dezelfde eigenschap zijn?

Nu eerst een opmerking over het taalgebruik van 'alle' en 'een'. Sprekt men over alle voorwerpen met een zekere eigenschap, heeft men ook een voorbeeld met die eigenschap. In predikaatlogische termen:  $\forall x: P[x]$ , dan ook  $\exists x: P[x]$ . Feitelijk wordt er gebruik gemaakt van de exportfunctie, want van een object  $x$  is vastgelegd dat het onder eigenschap  $P$  valt. Let wel, alles is gerelateerd aan de onderliggende kennisruimte. Nadat men vastgesteld heeft dat  $P$  een eigenschap is, zijn alle voorbeelden ervan te verzamelen en dat staat uitgedrukt in de formulering  $\forall x: P[x]$ . Heeft men eenmaal dit geformuleerd, is het ook als algemeen bekend te veronderstellen en dan is het voor de hand liggend om tot  $\exists x: P[x]$  te concluderen. In die zin is de redenering  $\forall x: P[x] \rightarrow \exists x: P[x]$  strikt logisch maar weinig zeggend. Behalve als het een zak met snoep betreft, waaruit iedereen snoep kan pakken, dan geldt die redenering wel, maar in aangepaste vorm: er moet nog snoep in de zak zijn.

**Definitie 2.8.** <sup>4</sup>Als een voorbeeld voor  $x$  geen voorbeeld is voor  $y$  en andersom, verschillen de eigenschappen  $x$  en  $y$  van elkaar, singulier of niet:  $x \parallel y$ . Het verschillend-zijn is symmetrisch in  $x$  en  $y$ .

De ontkenning hiervan is dat er  $\text{vb}[x]$  zijn en ook  $\text{vb}[y]$ , en andersom, waardoor  $x$  en  $y$  extensioneel gelijk zijn aan elkaar. Rest op te merken dat het mogelijk is dat er bij een  $\text{vb}[x]$  geen  $\text{vb}[y]$  te vinden is. In dat geval kan men spreken over het partieel verschillend zin van  $x$  met  $y$ :  $x \downarrow y$ . Dan is  $x \parallel y$  als  $x \downarrow y$  of  $y \downarrow x$ . In het vervolg noteer ik voor 'voorbeeld voor  $x$  dat geen voorbeeld is voor  $y$ ' als  $\text{vb}[x] = \sim \text{vb}[y]$ , waarin  $\sim \text{vb}[y]$  te vervangen is door  $\text{vb}[\sim y]$ . Een ander voorbeeld is het compositum, want  $\text{vb}[x]$  is geen  $\text{vb}[x \wedge y]$ , dus  $x, y \downarrow x \wedge y$ .

**Definitie 2.9.** Kennisruimte  $\langle Y, X \rangle$  heet volledig als  $X = \sum_{y \in Y} X[y]$ .

De kennisruimte heet canoniek als voor verschillende  $y$  en  $z$ , de verzameling  $X[y]$  geen element gemeen heeft met  $X[z]$ .

Als voorbeeld dient predikaatszin  $S = \forall x : F(x) \vee \exists x : G(x)$ . De bijbehorende kennisruimte is

$$\langle [F, G, F \wedge G, F \wedge \sim G, \omega, \top, \perp], X \rangle$$

waarin  $F \parallel G$ . De compositie  $F \wedge \sim G$  is ingevoegd om

$$\exists x : F(x) \wedge \sim G(x)$$

bij de hand te hebben. Hierin is onder  $\sim G(x)$  te verstaan objecten behorend tot de verzameling  $X - X[G]$ , dat wil zeggen objecten die niet tot de extensie van  $G$  behoren.

---

<sup>4</sup>Predikaatlogisch is dit  $\exists^e x : [P(x) \rightarrow \sim Q(x)] \wedge \exists^e x : [Q(x) \rightarrow \sim P(x)]$ . Hierin is de operator  $\rightarrow$  te lezen als: Gegeven  $P(x)$ , is  $Q(x)$  niet te vinden, en, als je alle  $Q(x)$  verzameld hebt, mis je  $P(x)$  bij ieder zo een  $x$ .



Omdat  $Y$  bestaat uit beschrijvingen, omschrijvingen dan wel woorden of namen, die gedachten over een object representeren, kan men ook een deelaggregaat  $A$  van  $Y$  bepalen:  $A \sqsubseteq Y$ . In het volgende wordt een best passende referent van  $A$  vast gelegd.

**Definitie 2.10.** Laat  $c\rho Y$  een compositie zijn van eigenschappen uit een aggregaat  $A \sqsubseteq Y$ . Als voor iedere  $x\rho A$  geldt dat  $c \downarrow x \equiv c$  dan is  $c$  de beste referent voor  $A$ . Referent  $c$  is ook als best passende beschrijving te benoemen voor het aggregaat  $A$ . Het kan zijn dat, nadat een kennisruimte is vastgelegd, een deelaggregaat  $A$  te vinden is waarmee de kennisruimte ook te beschrijven is. In dat geval kan men  $A$  de best passende beschrijving van de ruimte noemen, als voor iedere deelaggregaat  $X$  van  $Y$ , geldt dat  $A \wedge X \equiv A$  en in dat geval heet  $X$  verzadigd van  $A$ . Laat gegeven zijn  $Z \subseteq X$  en  $Y[Z]$  de best passende omschrijving van  $Z$ . Als  $X[Y[Z]] = Z$ , is  $Y[Z]$  de unieke omschrijving van  $Z$ .

Nu suggereert de omschrijving 'best passende beschrijving' niet dat het in absolute zin de beste is, want, bijvoorbeeld, de logische uitdrukking  $\exists x: P[x]$  heeft niet in absolute zin een best passende beschrijving maar wel een best passende beschrijving behorende bij de opzet van kennisruimte, namelijk dat een object geëxporteerd wordt naar een van te voren gegeven eigenschap  $P$ .

**Voorbeeld:**

$Y$  bestaat uit: rood, wit, geel, blauw en de volgende kleurcombinaties, naast de triviale combinaties,

$$\text{rood} \wedge \text{geel} \equiv \text{oranje}$$

$$\text{wit} \wedge \text{rood} \equiv \text{lichtrood}$$