

Iedere SUDOKU oplossen



**Iedere**  
**SUDOKU**  
**oplossen**

Marten Beck

Auteur: Marten Beck  
Omslagontwerp: Marten Beck  
Uitgegeven via: mijnbestseller.nl  
© 2023 M.J.W. Beck

Versie: 2

Volledig herziene versie en grotendeels herschreven met exact dezelfde sudoku's als in versie 1.

ISBN: 9789403724690

*Alle gepresenteerde sudoku's in deze uitgave mogen gekopieerd worden om te worden gebruikt als oefenmateriaal.*

Van dezelfde auteur:

ZO los je sudoku's op

Sudoku Oefeningen Deel 1

Sudoku Oefeningen Deel 2

## Inhoudsopgave

Voor wie is dit boek geschikt? .....	5
In vogelvlucht: wat is een sudoku? .....	5
Herhalingen .....	6
Aanduidingen .....	7
Wat kun je verwachten? .....	7
Het noteren van kandidaten .....	12
Oplosstrategieën .....	12
Sudoku 1 .....	14
Een alternatieve aanpak .....	18
Sudoku 2 .....	19
Kenmerken en patronen .....	25
X-Wing .....	25
Zwaardvis (Swordfish) .....	25
Wolkenkrabber (Skyscraper) .....	25
Vlieger (2-String Kite) .....	30
Leeg Vierkant (Empty Rectangle) .....	31
Paar .....	31
Uniek Rechthoek (Unique Rectangle) .....	32
Twee kandidaten + 1 (Bivalu Universal Grave + 1 of BUG+1) .....	33
W-Wing .....	33
Verborgen rechthoek (Hidden Rectangle) .....	34
Remote Pair .....	34
Trio .....	35
XY-Wing (gebogen trio) .....	36
XYZ-Wing .....	37
Sudoku 3 .....	38
Sudoku 4 .....	44
Sudoku 5 .....	47
Sudoku 6 .....	50
Sudoku 7 .....	54
Sudoku 8 .....	57
Sudoku 9 .....	61
Sudoku 10 .....	65
Te moeilijke sudoku? .....	68
Oefeningen .....	71
Uitwerkingen van de oefeningen .....	72
Sudokuprogramma's .....	100
De moeilijkheidsgraad van sudoku's .....	101
Afsluiting .....	102
Bijlage 1: De sudoku's van de oefeningen .....	103
Bijlage 2: Oplossingen van alle sudoku's .....	107

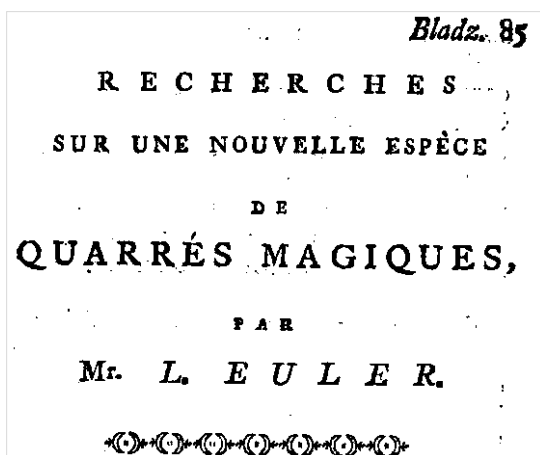


## Voor wie is dit boek geschikt?

Dit boek is een handleiding voor het oplossen van sudoku's op papier. Deze handleiding is vooral geschikt voor iedereen die wel eens in een krant, tijdschrift of een puzzelboekje een sudoku probeert op te lossen, maar hierin vastloopt of er moeite mee heeft. Het is een werkboek, want je zult met gum, potlood en eventueel een pen zelf aan de slag moeten gaan. Maar ook na het doorwerken van deze handleiding zal het oplossen van een sudoku niet altijd 'een eitje' zijn. De wat moeilijkere sudoku's kosten gewoon veel tijd om op te lossen. Als het vinden van bepaalde kenmerken en patronen geen enkele moeite zou kosten, is de uitdaging verdwenen. Ter ondersteuning van dit boek kun je op [sudoku.jouwweb.nl](http://sudoku.jouwweb.nl) verwijzingen vinden naar video's op YouTube. Uit de titels kun je de video's uitzoeken die het beste bij jouw niveau passen.

## In vogelvlucht: wat is een sudoku?

Hoewel de naam sudoku uit het Japans komt, gaat de oorsprong van de mogelijkheden van een 9×9-vierkant terug naar 1782. Het jaar waarin een verhandeling over magische vierkanten door de wiskundige Leonard Euler gepubliceerd werd in *Verhandelingen uitgegeven door het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen te Vlissingen, negende deel*.



In het artikel van Euler gaat het helemaal niet over een spel of puzzel. Dat werd het pas ongeveer twee eeuwen later. Eerst onopvallend in Amerika. Later, via Japan, werd de sudoku wereldwijd bekend. Sudoku is een verkorte vorm van sūji wa dokushin ni kagiru.

Hieronder staat een voorbeeld van een sudoku en de oplossing:

1								6
		6		2		7		
7	8	9	4	5		1		3
			8		7			4
				3				
	9				4	2		1
3	1	2	9	7			4	
	4			1	2		7	8
9		8						

1	2	3	7	8	9	4	5	6
4	5	6	1	2	3	7	8	9
7	8	9	4	5	6	1	2	3
2	3	1	8	9	7	5	6	4
5	6	4	2	3	1	8	9	7
8	9	7	5	6	4	2	3	1
3	1	2	9	7	8	6	4	5
6	4	5	3	1	2	9	7	8
9	7	8	6	4	5	3	1	2

Zoals uit de oplossing blijkt, moeten in iedere rij, kolom en 3x3-vierkant de cijfers 1 t/m 9 komen te staan (en dat mogen ook andere symbolen of zelfs kleuren zijn). De kunst is om door logisch nadenken de lege vakjes in de sudoku in te vullen. Wiskundige kennis is niet nodig.

De meeste sudoku's zijn symmetrisch, maar dat is niet per se nodig. Sudoku's worden meestal door computerprogramma's gegenereerd en dan is het een kleine moeite om ze symmetrisch te krijgen. Vaak staan er dan wel meer gegeven cijfers dan per se nodig is.

De moeilijkheid van een sudoku hangt niet zonder meer af van de hoeveelheid gegeven cijfers. Om een eenduidige oplossing te hebben, moeten minstens 17 cijfers gegeven worden. Een niet-eenduidige sudoku (dus met meerdere oplossingen) wordt niet als een echte sudoku beschouwd, omdat je deze niet kunt oplossen door uitsluitend logisch te redeneren.

Sudoku's oplossen is goed voor de hersenen en het IQ. Dit blijkt uit diverse studies, onder andere die van de Ierse neurowetenschapper dr. Ian Robertson.

## Herhalingen

In deze handleiding zul je veel herhalingen tegenkomen. De kracht van het leren zit namelijk in de herhaling.

Er worden voorbeeldsudoku's stap voor stap doorgenomen. Het zijn keer op keer dezelfde strategieën die je toepast. Door ze steeds te herhalen, slijten ze er vanzelf in en is je vermogen om sudoku's op te lossen na het doornemen van deze handleiding flink toegenomen.



## Aanduidingen

In een sudoku wordt gebruik gemaakt van rijen, kolommen en vierkanten van 9 vakjes (3×3). De rijen worden van boven naar beneden aangeduid met r1, r2, r3 etc. De kolommen worden van links naar rechts aangeduid met k1, k2, k3 etc.

De aanduiding van een vakje gaat via rij en kolom in een korte notatie. Zo betekent bijvoorbeeld r3k6 een vakje in de derde rij en zesde kolom. Een vakje in de zevende kolom en negende rij wordt aangegeven met r9k7. Dus altijd eerst het rijnummer en dan het kolomnummer.

De 3×3-vierkanten worden in deze handleiding aangegeven met v1 (links-boven) tot en met v9 (rechtsonder).

In de sudoku hiernaast wordt het uitgebeeld.

Met de hierboven beschreven aanduidingen worden in deze handleiding ruim 10 sudoku's doorgenomen en volgen er 20 oefeningen met uitwerkingen. Het is het meest leerzaam als je zelf meeschrijft in een geprinte sudoku. Je kunt deze sudoku's vinden op [sudoku.jouwweb.nl](http://sudoku.jouwweb.nl), of je maakt de sudoku's zelf op een leeg sudokuveld.

r1									
r2	v1			v2			v3		
r3									
r4									
r5	v4			v5			v6		
r6									
r7									
r8	v7			v8			v9		
r9									
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

## Wat kun je verwachten?

Stel je komt in een krant, tijdschrift of sudokuboekje de sudoku tegen die je hiernaast ziet.

Als je al vaker sudoku's hebt opgelost, weet je wat er moet gebeuren. Je zou deze sudoku kunnen overnemen op een leeg sudokuveld (deze sudoku is de enige sudoku die niet op [sudoku.jouwweb.nl](http://sudoku.jouwweb.nl) staat) en gaan proberen tot hoever je deze sudoku kunt invullen. De tekst hieronder kun je dan snel doornemen.

r1			9		4				
r2	8			6			9	1	
r3			5					4	6
r4		7				4	5		
r5				1	3	8			
r6			3	7				2	
r7	4	8					2		
r8		5	7			3			1
r9					7		6		
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

Als het oplossen van een sudoku voor jou nog vrij onbekend terrein is, kun je hieronder alvast kennismaken met enkele basistechnieken.

Om te bepalen welk cijfer in welk vakje past, wordt meestal gebruik gemaakt van *eliminieren*. Dat betekent dat je binnen een 3×3-vierkant kijkt waar het cijfer *niet* kan staan. Als er dan maar één vakje overblijft, heb je de oplossing voor dat cijfer gevonden. We kunnen dit ‘eliminieren binnen een vierkant’ noemen. Deze eliminatietechniek kun je ook toepassen bij rijen en kolommen. We noemen dat dan ‘eliminieren binnen een rij of kolom’. We gaan in deze handleiding het meest gebruik maken van deze twee basistechnieken.

Een voorbeeld van ‘eliminieren binnen een vierkant’ zie je hiernaast. De 1-en in v3, v5 en v9 sluiten zoveel vakjes uit in v6 (grijs gearceerd) dat alleen vakje r6k7 overblijft voor een 1 in v6. In deze handleiding wordt dat aangegeven met de notatie: r6k7=1.

Nu er een 1 in r6k7 staat, kan in er in r6k1 en r6k2 niet meer een 1 staan. In v4 blijven alleen de vakjes r4k1 en r4k3 over. We spreken af dat we alleen een cijfer invullen als we daar 100% zeker van zijn. De vakjes r4k1 en r4k3 blijven dus leeg. We gaan nooit zomaar wat invullen.

r1			9		4			
r2	8			6			9	1
r3			5					4 6
r4		7				4	5	
r5				1	3	8		
r6			3	7				2
r7	4	8					2	
r8		5	7			3		1
r9					7		6	

k1 k2 k3 k4 k5 k6 k7 k8 k9

Erg eenvoudige sudoku’s kun je vrijwel geheel met basistechnieken oplossen. Ook kan er na invullen van cijfers in een rij, kolom of vierkant nog maar één leeg vakje overblijven. Die kun je meteen invullen. Er is dan sprake van een ‘Full House’. Voor dit soort eenvoudige sudoku’s is deze handleiding overbodig.

Waar het in eerste instantie om gaat is hoe je verder kunt komen als je op de bovenstaande manier cijfers hebt ingevuld en er nog een hoop lege vakjes overblijven.

We gaan dus eerst de sudoku zo ver mogelijk invullen met behulp van de basistechnieken (en het is een goede oefening om dat zelf te proberen voordat je verder leest; hiertoe moet je wel de sudoku zelfstandig hebben overgenomen op een leeg sudokuveld). Je kunt bijvoorbeeld de cijfers 1 tot en met 9 doorlopen en kijken of je met ‘eliminieren binnen een vierkant’ oplossingen kunt invullen. Hieronder staat welke oplossingen je hiermee kunt vinden. Controleer steeds of je het begrijpt. Bij het bespreken vanaf sudoku 1 wordt meer toelichting gegeven.

Daar gaan we: r4k3=8 en r6k9=8. Je snapt dat we bij de cijfers 1 t/m 7 geen oplossingen konden vinden. En dat lukt ook niet bij de 9. Besef goed dat je door het invullen van cijfers de mogelijkheden voor andere cijfers beperkt. We beginnen dus opnieuw bij 1.

In v4 vinden we:  $r4k1=1$ . Je kunt voor jezelf controleren dat er op dit moment geen enkele oplossing te vinden is met ‘eliminieren binnen een vierkant’. Kennelijk is deze sudoku best wel pittig.

Hiernaast staat de situatie die we gekregen hebben na het invullen van de eerste vier oplossingen. We gaan onze tweede basistechniek van stal halen: ‘eliminieren binnen een rij of kolom’. We kunnen deze techniek toepassen bij rij 6. Hierin ontbreken nog de cijfers 4, 5, 6 en 9. Als we uitzoeken waar de 4 *niet* kan staan in rij 6, dan vinden we  $r6k1$ ,  $r6k5$  en  $r6k6$ . Dat betekent dat voor rij 6 alleen in  $r6k2$  een 4 kan staan. En zie je dat deze 4 in  $r6k2$  consequenties heeft voor v1? Het is altijd verstandig om na

r1			9		4				
r2	8			6			9	1	
r3			5					4	6
r4	1	7	8			4	5		
r5				1	3	8			
r6			3	7			1	2	8
r7	4	8					2		
r8		5	7			3			1
r9					7		6		

k1 k2 k3 k4 k5 k6 k7 k8 k9

het invullen van een cijfer te controleren of je dat cijfer ook in andere vierkanten kunt plaatsen. Voor v1 geldt:  $r2k3=4$ .

We doen nog één keer ‘eliminieren binnen een rij of kolom’. Dit keer rij 5. Hoewel er nog zes lege vakjes zijn, kun je zien dat de mogelijkheden voor de 5 erg beperkt zijn. Dat komt door de 5 in  $r4k7$ . We zullen voor rij 5 de 5 moeten plaatsen in v4. Door de 5 in  $r3k3$  en  $r8k2$  blijft hiervoor alleen vakje  $r5k1$  over:  $r5k1=5$ .

De sudoku’s die we in deze handleiding gaan oplossen zijn allemaal zo moeilijk dat je ze niet alleen maar met de basistechnieken ‘eliminieren binnen een vierkant’ en ‘eliminieren binnen een rij of kolom’ kunt oplossen. Ook in onze voorbeeldsudoku komen we met deze technieken niet verder. Het is tijd om het eens te gaan hebben over *kandidaten*.

Een kandidaat is een *mogelijke* oplossing. In één vakje staan vaak meerdere kandidaten. In vakje  $r3k1$  bijvoorbeeld kan nog een 2, 3 of 7 staan. De 2, 3 en 7 zijn mogelijke oplossingen voor dat vakje en dus kandidaten. Inzicht in de posities van de kandidaten kan ons verder helpen. Als geheugensteun kunnen we kandidaten noteren in de vakjes (dat doen we dan linksboven met potlood), maar we gaan beslist niet *alle* kandidaten noteren. Dat wordt een compleet onoverzichtelijke brij. In deze handleiding leer je een effectieve manier om kandidaten te noteren. Bij erg lastige sudoku’s is het noteren van kandidaten gewenst.

We hebben in onze voorbeeldsudoku inmiddels zeven oplossingen ingevuld. We kijken naar kolom 7 en constateren dat er nog een 3, 4, 7 en 8 ontbreken. In geen enkel vakje is een oplossing in te vullen, maar met de kandidaten voor de 3 is iets bijzonders aan de hand. Zie je dat in  $r5k7$  en in  $r8k7$  *geen* 3 kan staan? Dat betekent dat de 3 òf in  $r1k7$  staat òf in  $r3k7$ . En deze vakjes behoren ook tot v3.

Hiernaast staat de sudoku. In v3 zijn de kandidaten voor de 3 ingevuld (cursief, kleiner en ander lettertype). Deze kandidaten hebben een *vastgelegde positie* en worden vaak met de Engelse benaming ‘locked candidates’ aangeduid. De positie van de 3-en is vastgelegd, omdat je in de overige vakjes van v3 geen 3 mag plaatsen. Zou je dat wel doen, dan kan er in kolom 7 geen 3 meer staan. Het ontdekken van ‘locked candidates’ is een belangrijke aanvulling op de basistechnieken. Je mag verwachten dat we regelmatig ‘locked candidates’ nodig hebben om verder te kunnen.

r1			9		4		<i>3</i>		
r2	8		4	6			9	1	
r3			5				<i>3</i>	4	6
r4	1	7	8			4	5		
r5	5			1	3	8			
r6		4	3	7			1	2	8
r7	4	8					2		
r8		5	7			3			1
r9					7		6		
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9

Het ontdekken van deze ‘locked candidates’ moet ons verder helpen. Maar hoe? We hebben een eliminatie toegepast op de resterende vakjes in v3. Als in zo’n vakje dan nog maar één kandidaat overblijft, hebben we een oplossing gevonden. Helaas is dat niet het geval.

We hebben echter ook een eliminatie van 3-en toegepast op rij 1 en rij 2. Zie je dat in rij 2 er geen 3-en kunnen staan in r2k5 en r2k6? Inmiddels ook niet meer in r2k9, dus r2k2=3. Kijk dan gelijk naar beneden in v7 of je daar ook een 3 kunt plaatsen. Dat kan met ‘eliminieren binnen een vierkant’: r9k1=3.

Een andere vorm van ‘locked candidates’ zien we in de sudoku hiernaast. In v1 kunnen de kandidaten voor de 1 alleen in de vakjes r1k2 en r3k2 staan. Omdat de kandidaten in een rechte lijn staan, sluiten ze 1-en uit in alle overige vakjes van kolom 2. In r9k2 kan dus geen 1 staan. Wat dit voor consequenties heeft, zien we straks.

r1		<i>1</i>	9		4		<i>3</i>		
r2	8	3	4	6			9	1	
r3		<i>1</i>	5				<i>3</i>	4	6
r4	1	7	8			4	5		
r5	5			1	3	8			
r6		4	3	7			1	2	8
r7	4	8					2		
r8		5	7			3			1
r9	3	X			7		6		
	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9