

Voorwoord

door Gerard 't Hooft

Geen intellectuele held spreekt meer tot onze verbeelding dan Albert Einstein met zijn speciale en algemene relativiteitstheorie. Deze magistrale constructies van de menselijke geest inspireren niet alleen natuurkundigen, maar spreken ook studenten en het grote publiek aan. Einsteins vernuft en ideeënrijkdom bezorgden hem al tijdens zijn leven zo'n legendarische reputatie dat hijzelf ooit uitriep: 'Ja zeg, ik ben geen Einstein...!' Een bijkomstigheid van deze roem is dat wij natuurkundigen ook tegenwoordig nog regelmatig brieven krijgen van mensen die het beter denken te weten dan Einstein en zijn theorieën willen 'verbeteren' of 'weerleggen'.

Maar zo werkt de wetenschap niet. Wij vervangen theorieën niet zomaar, we bouwen erop voort. Een cruciaal aspect van de natuurwetenschappen is daarbij dat we de zaken steeds verder vereenvoudigen. Wat er ooit ingewikkeld uitzag, is nu simpel en duidelijk. Zo is het ook gegaan met de speciale relativiteitstheorie. In zekere zin gaat het daar gewoon om meetkunde. De euclidische meetkunde van driehoeken, bollen en kegels is niet moeilijk om je voor te stellen, en die leren we dan ook op de middelbare school. Eigenlijk is de speciale relativiteitstheorie weinig meer dan de meetkunde van ruimte en tijd. Voeg wat klokken toe aan de euclidische meetkunde, en je bent er. Nou ja, niet helemaal, omdat er iets gekks aan de hand is met lichtstralen waardoor de meetkunde van de ruimtetijd ondanks haar eenvoud toch sterk tegen onze intuïtie in gaat. Daardoor is er wat meer oefening nodig om er vertrouwd mee te raken.

In veel populair-wetenschappelijke werken over de speciale relativiteitstheorie worden woorden gebruikt in plaats van diagrammen en formules. Je zou denken dat het daar makkelijker van wordt: mensen die niet gewend zijn aan wiskunde of geometrie vinden gewone tekst makkelijker dan vergelijkingen. Toch

klopt dat niet helemaal. Als de diagrammen en vergelijkingen worden weggelaten, wordt het verhaal over de relativiteitstheorie juist ingewikkelder. Daarom kwam Sander Bais op het lovenswaardige idee om juist veel meetkundige figuren te gebruiken bij zijn uitleg aan de geïnteresseerde leek, de student en het grote publiek. Dat resulteerde in dit prachtige boekwerk.

Als u eenmaal doorheeft hoe u de figuren moet lezen, wordt de speciale relativiteitstheorie glashelder in al haar schoonheid. In één oogopslag wordt duidelijk dat deze theorie niet op verbetering of weerlegging ligt te wachten. Ze is net zo nuttig als de euclidische meetkunde was voor de oude Grieken, en allebei zijn ze dat tot op de dag van vandaag gebleven. De speciale relativiteitstheorie in plaatjes. Als u ooit plezier heeft gehad in het spelen met driehoeken, bollen en kubussen, kunt u niet anders dan enthousiast worden over wat hier voor u ligt.

Voor mijn kinderen, mijn vader en Vera

Inhoud

10 Inleiding

1 Uitgangspunten

- 12 Ruimte + tijd = ruimtetijd
- 14 Gebeurtenissen
- 16 De schaal der veranderingen
- 19 *Meting van de lichtsnelheid*
- 20 Wereldlijnen
- 22 De postulaten

2 De relativiteit van gelijktijdigheid

- 26 Referentiekaders
- 28 Het gelijkzetten van klokken
- 30 Bewegende stelsels
- 32 Gelijktijdigheid is relatief
- 34 Eén ruimtetijd, vele inertiaalstelsels
- 36 Wat is er veranderd?

3 Oorzaak en gevolg

- 38 Causaliteit in de problemen?
- 40 Snelheden optellen volgens Newton
- 42 Snelheden optellen volgens Einstein
- 45 *Einsteins levensloop tot en met het 'wonderjaar' 1905*
- 46 Een magistrale formule
- 50 Causaliteit gered

4 Rek en krimp

- 52 Kunt u mij vertellen hoe laat het is?
- 54 Tijdsuitrekking
- 58 Het dopplereffect
- 60 De tweelingparadox
- 64 Lorentz-transformaties
- 70 Past de ladder in de schuur?
- 73 *Einstein als persoon*

5 Een meetkundig intermezzo

- 74 Het ruimtetijdinterval
- 78 Cirkels en hyperbolen
- 80 Hoe teken je een hyperbool?
- 82 Stoeien met vectoren

6 Energie en impuls

- 84 Een bewegend deeltje
- 90 $E = mc^2$
- 93 *Fusie en splijting*

7 De behoudswetten

- 94 Totale impuls
- 98 Impuls in een bewegend stelsel
- 100 Behoud van energie en impuls
- 106 Grote deeltjesversnellers
- 107 Tachyonen

8 Voorbij de speciale relativiteitstheorie

- 108 Spanningen die leiden tot een breuk
- 110 Een versnelde waarnemer met horizon

114 Nawoord

117 Literatuur

118 Register

Inleiding

Nee, niet nóg een boek over de speciale relativiteitstheorie! Loopt mijn klok misschien achter? We hebben nog maar net gevierd dat Einstein ruim honderd jaar geleden, in het *Wunderjahr* 1905, als jonge man de gehele natuurkunde in rep en roer bracht. Het gaat om inzicht en de weg daar naartoe. De wijze onderscheidt zich van de bolleboos, niet door op alle vragen het antwoord te weten, maar door in elke situatie de juiste vragen te stellen. De speciale relativiteitstheorie is uniek, doordat die in belangrijke mate voortkomt uit het steeds weer stellen van de juiste vragen. Het blijft van belang de boodschap ervan in steeds andere vormen voor het voetlicht te brengen. Het gaat per slot om de essentie van twee van de meest invloedrijke artikelen uit de hele natuurkunde, die ons fundamentele begrip van ruimte, tijd, massa en energie op zijn kop hebben gezet.

Om de lezer deelgenoot te maken van relativiteit in al zijn ‘sublieme eenvoud’, gebruik ik de taal van *ruimte-tijddiagrammen*. Deze aanschouwelijke aanpak biedt lezers met een basale kennis van natuur- en wiskunde – vooral meetkunde overigens – direct toegang tot deze zo tot de verbeelding sprekende theorie. Ik kies consequent voor beelden, omdat die meer zeggen dan reeksen formules, die bovendien lastiger te onthouden zijn. In die zin geldt ook bij het uitdragen van de harde wetenschap: ‘C’est le ton qui fait la musique.’ Het zal de lezer opvallen dat de diagrammen voortdurend prominent aanwezig zijn op de rechterpagina’s; op de linkerpagina’s wordt tekst en uitleg gegeven. In die zin heeft dit boek als het goed is meer weg van een gebruikersvriendelijke handleiding dan van een belerend betoog. Het doel is dat je als lezer zo vertrouwd raakt met deze manier van omgaan met de theorie dat het mogelijk wordt om zelf vragen te stellen en die vervolgens ook zelf te beantwoorden. Ook het verschil tussen de theorieën van Einstein en Newton is in de diagrammen duidelijk zichtbaar. Wat dit boek van de lezer vraagt, is vooral een speelse geest. Ik sluit niet uit dat er soms een klein zweetdruppeltje op je voorhoofd zal parelen, zoals dat je kan overkomen bij een puzzel die je net even niet kunt oplossen en die je juist daarom ook niet uit je hoofd kunt zetten.

We beginnen met een inleiding tot enkele basisbegrippen zoals ruimtetijd, wereldlijnen en inertiaal-waarnemers, uitmondend in de postulaten van de speciale relativiteitstheorie. Dan komen we al snel bij een aantal gelauwerde paradoxen, die draaien om begrippen als gelijktijdigheid, oorzakelijkheid, tijds-uitrekking en lengtecontractie en de notie van een maximale snelheid. In sprekende voorbeelden treedt het tegenintuïtieve karakter van de speciale relativiteitstheorie naar voren. Een meetkundig intermezzo is op zijn plaats, omdat de relativistische mechanica een zeer fraaie meetkundige interpretatie heeft. In de daaropvolgende hoofdstukken komen de begrippen impuls en energie aan bod, culminerend in de magistrale vergelijking $E = mc^2$, waarin de equivalentie van energie en massa in al haar verpletterende eenvoud tot uitdrukking komt.

We sluiten af met een kleine excursie naar versnelde waarnemers, die eigenlijk pas optreden in de tien jaar later voltooide algemene relativiteitstheorie van Einstein. In het nawoord plaatsen we de theorie door middel van een terugblik in het grotere kader van de natuurkundige ontwikkelingen van die tijd.

Ik hoop dat je aan het lezen van dit beeldverhaal net zo veel plezier zult beleven als ik heb gehad bij het in elkaar zetten ervan. Alle hoofdstukken beginnen als aanmoediging met een citaat van Einstein.

Sander Bais

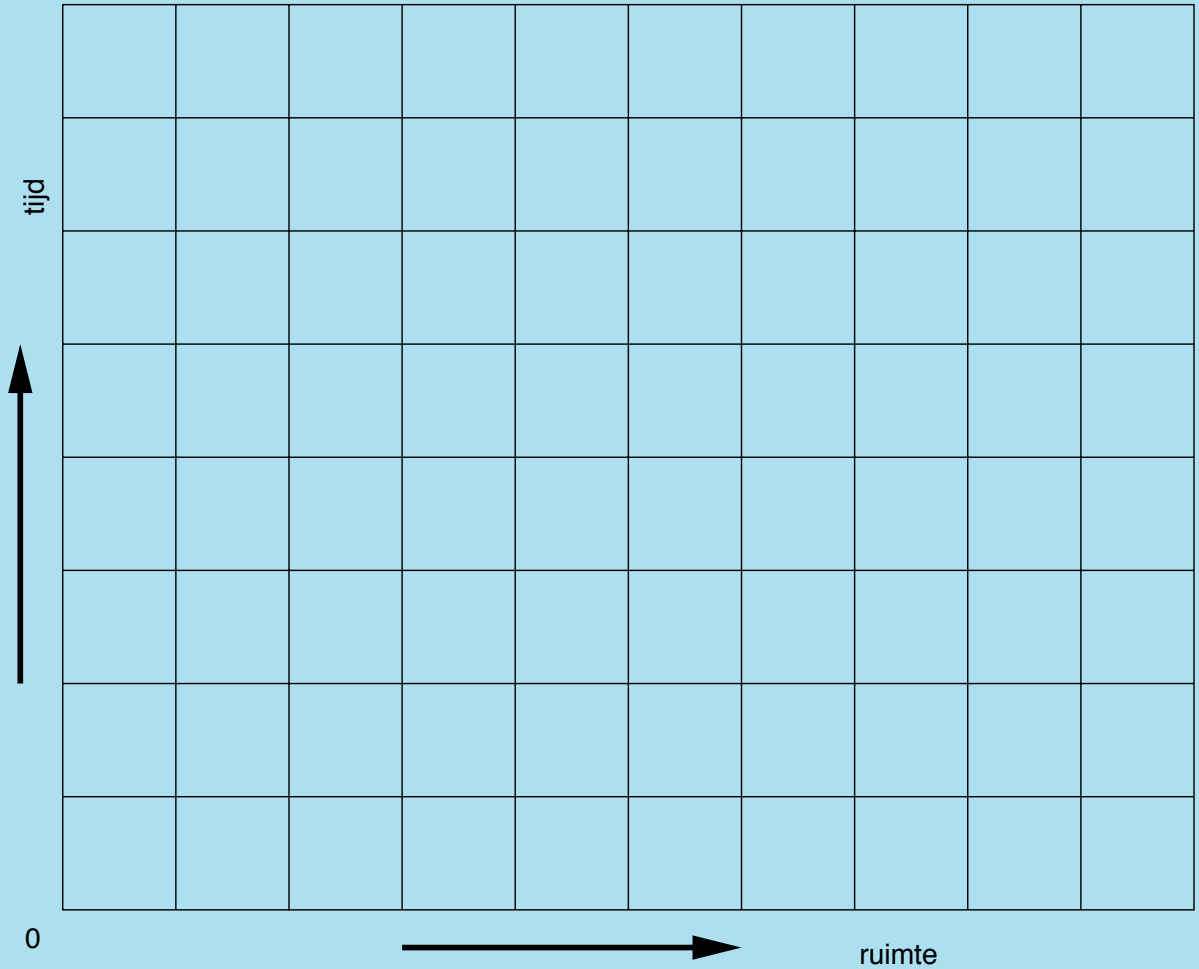
1 Uitgangspunten

Het is een wonder dat nieuwsgierigheid de schoolbanken overleeft.

Ruimte + tijd = ruimtetijd

Ruimte en tijd zijn met ons. Ze vormen de arena waarbinnen onze levens zich afspelen. We kunnen ruimte en tijd niet aanraken, maar worden ze gewaar via de waarneming van gebeurtenissen. Ons ruimtelijk bewustzijn ontstaat doordat we voorwerpen op verschillende afstanden kunnen onderscheiden, en ons benul van tijd ontlene we aan de gewaarwording van verandering. En omdat planeten, tennisballen en honden vloeiende bewegingen uitvoeren, concluderen we dat ruimte en tijd continu zijn. De wereld ziet er niet uit als een duistere disco met stroboscopische belichting. Er zijn echter belangrijke verschillen tussen tijd en ruimte. Zo kunnen we niet teruggaan in de tijd om het verleden te veranderen, en tot de toekomst hebben we al helemaal geen toegang: ons handelen is beperkt tot het tere grensvlak tussen die twee, het heden. Ook in de ruimte kunnen we maar op één plek tegelijk zijn (al proberen we dat veto vaak te trotseren), maar we kunnen ons wel van de ene naar de andere plek verplaatsen. Tijd meten we met een klok en ruimtelijke afstanden met een meetlat – twee heel verschillende instrumenten. Toch kunnen we beide begrippen samen weergeven in één eenvoudig diagram met ruimte- en tijdcoördinaten zoals hiernaast afgebeeld. In vakjargon wordt dit een Minkowski-diagram genoemd. Het is een soort conceptuele kaart, niet van de wereld maar van wat zich afspeelt in de wereld, ofwel van de *ruimtetijd*.

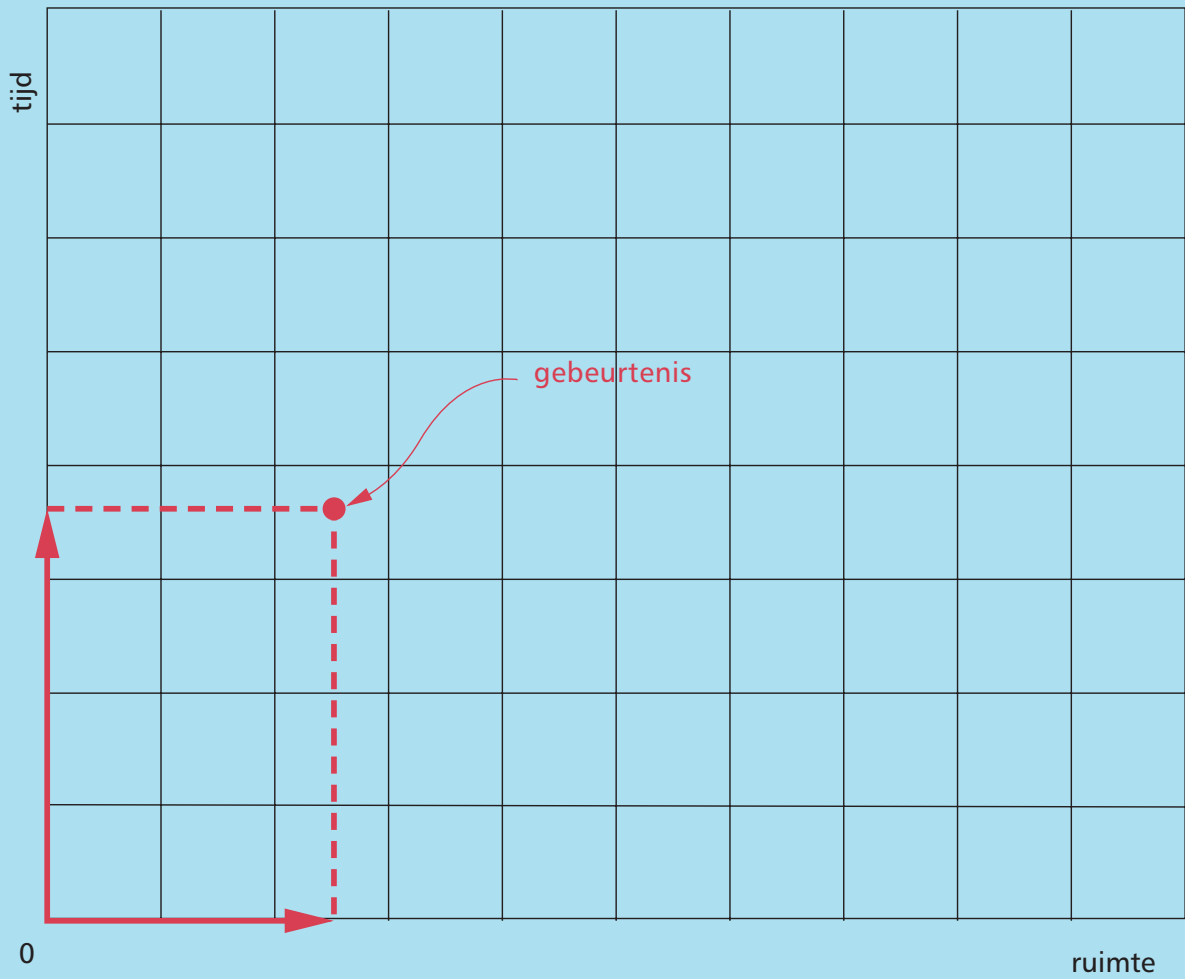
Dit boek gaat over de betekenis van deze ruimtetijd-diagrammen en over hoe ze eruitzien voor waarnemers die ten opzichte van elkaar bewegen.



Gebeurtenissen

Deze figuur toont maar een klein stukje van de ruimtetijd; je moet je voorstellen dat die zich verder uitstrekt in het 'vlak' van de pagina. We hebben ervoor gekozen om de tijd langs de verticale as weer te geven en de ruimte langs de horizontale as. Daarmee zijn de drie ruimtelijke dimensies – hoogte, breedte en diepte – teruggebracht tot één as, zodat we het slechts kunnen hebben over beweging vooruit en achteruit in één ruimtelijke richting. Niet voor niets zullen we het vaak over treinen hebben. Gelukkig zal onze uitleg van de speciale relativiteitstheorie niet te lijden hebben onder deze ingrijpende amputatie van de ruimte.

Je kunt je afvragen waar zo'n ruimtetijd-diagram goed voor is. Wat stellen punten, lijnen en gebieden op deze kaart voor? We beginnen heel eenvoudig met een punt. Welke betekenis heeft een punt? Het markeert een bepaalde plek op een bepaald tijdstip, kortom, het correspondeert met een *gebeurtenis*. Je klapt precies hier en precies nu in je handen. Je laat iets vallen, lost een schot of botst tegen iemand op. In onze wereld doen zich voortdurend gebeurtenissen voor, die overeenkomen met punten in ons ruimtetijd-diagram. En het geheel van de ruimtetijd is de verzameling van alle mogelijke gebeurtenissen. Meestal nemen we die waar als reeksen: we zien een bewegende tennisbal niet als een serie losse gebeurtenissen in de tijd, maar als een continue opeenvolging van gebeurtenissen die we beweging noemen. Dingen die bewegen, leggen een pad af in het diagram dat correspondeert met een of andere kromme. Niks bijzonders: soortgelijke krommen worden ook gebruikt om de winstontwikkeling van een bedrijf weer te geven (met winsten en verliezen in miljoenen dollars langs de positieve en negatieve verticale as en de tijd langs de horizontale as) of de bevolkingsgroei van een land (met het aantal inwoners langs de verticale as). Maar voordat ik het over deze krommen ga hebben, moet ik eerst iets zeggen over de keuze van geschikte eenheden.

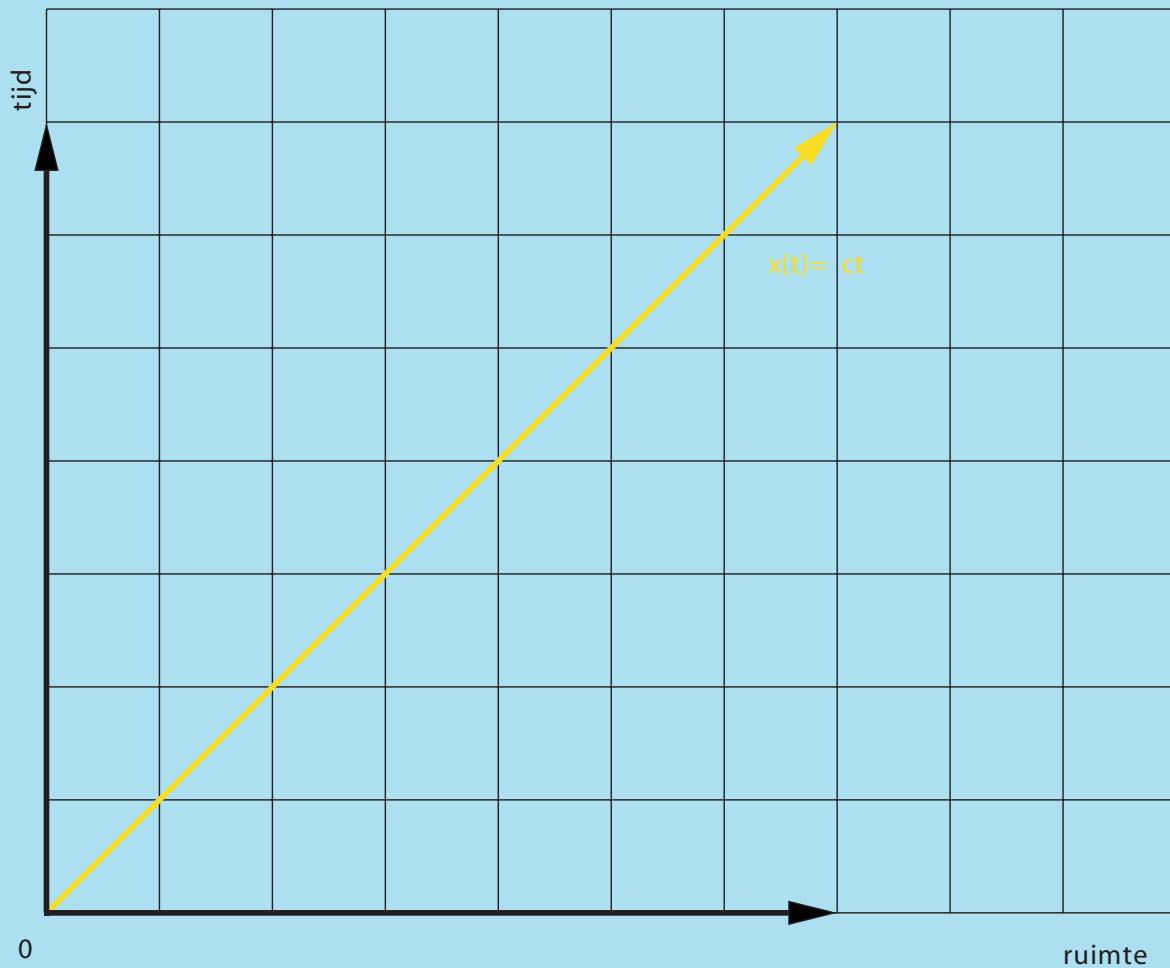


De schaal der veranderingen

In het ruimtetijd-diagram hebben we een raster getekend van horizontale en verticale lijnen. Dit zogenoemde coördinatenstelsel biedt een referentiekader dat ons in staat stelt afzonderlijke gebeurtenissen eenvoudig te markeren door aan te geven waar en wanneer ze plaatsvinden. Het is net als op een stadskaart, die ons in staat stelt te bepalen waar we zijn en waar we heen willen. Schaakspelers gebruiken coördinaten met cijfers en letters langs de assen, zodat ze bij het blindschaken stukken denkbeeldig kunnen verplaatsen door iets te mompelen als 'e2-e4'.

Bij elk van de assen van het stelsel hoort een schaal: een doorsneestadskaart heeft vakjes van een halve kilometer in beide richtingen, maar op een kaart van Europa zal de eenheid eerder 100 km zijn. Wij moeten de schaal voor de ruimte- en tijdassen dus zo kiezen dat de dingen die ons interesseren duidelijk te onderscheiden zijn. Bij de verschijnselen waar wij ons op gaan richten is vooral de verhouding tussen de eenheden langs beide assen van belang: de afstand per tijd, zeg kilometer per uur, maar dat is per definitie het begrip snelheid. We kiezen de verhouding tussen de eenheden langs de ruimte- en de tijdassen dus met het oog op de snelheden die ertoe doen in de speciale relativiteitstheorie. We zullen zien dat dat geen alledaagse snelheden zijn van meters per seconde of kilometers per uur, niet de snelheid van een wandelaar, een vliegtuig of zelfs het geluid, maar een zeer uitzonderlijke snelheid, te weten de *lichtsnelheid*, die wordt aangeduid met de letter *c*.

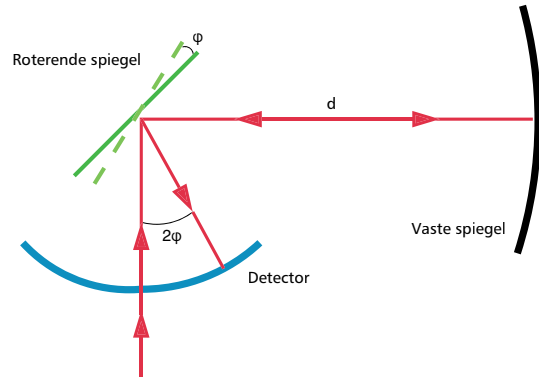
Wat is er zo bijzonder aan de lichtsnelheid? Oorspronkelijk had niemand door dat er iets bijzonders mee aan de hand was. Maar toen verscheen Einstein ten tonele, die inzag dat de lichtsnelheid universeel is – een universele natuurconstante. Tot die tijd was het gewoon een eindige snelheid als alle andere. Rond 1850 bepaalde de Franse natuurkundige Fizeau de grootte ervan in een eenvoudig maar slim opgezet experiment (zie het kader op p. 19). Hij vond een snelheid die dicht tegen de 300.000 kilometer per seconde aan lag. Sinds 21 oktober 1983 is *c* zelfs precieus 299.792.458 meter per seconde – omdat de meter sindsdien gedefinieerd is aan de hand van *c*. Het is een enorm getal, wat verklaart dat wij de lichtsnelheid als oneindig ervaren: als we het licht aandoen lijkt dat ogenblikkelijk de hele kamer te



vullen. Toch is dat een illusie: het licht moet van de gloeilamp naar de muren reizen, wat gewoon tijd kost, ook al is het niet meer dan een miljoenste van een seconde. Ook al lijkt de lichtsnelheid oneindig, ze is het niet.

Om de schaal van onze ruimtetijdkaart te bepalen, gaan we uit van de seconde als de eenheid van tijd. Dan zetten we de afstand die het licht in één seconde aflegt uit als eenheid langs de ruimte-as of x-as. Als we dus een korte lichtflits (of nog liever: een foton, een quantum van licht) uitzenden in de ruimte-richting, legt die op onze ruimtetijdkaart een pad af dat overeenkomt met de gele pijl in de figuur op de vorige pagina. We kunnen die lijn beschrijven met de formule $x(t) = ct$, die in normaal Nederlands vertaald zegt dat de positie x op tijd t gelijk is aan c vermenigvuldigd met t . Als t bijvoorbeeld 1 seconde is, dan is x gelijk aan c kilometer; als t 4,5 seconde is, is x dus 4,5 maal c kilometer, enzovoort. Omdat de combinatie $w = ct$ voortdurend voorkomt, zullen we van nu af aan w *definiëren als de coördinaat in de tijdrichting*. Merk op dat een voorwerp dat zich met constante snelheid voortbeweegt, correspondeert met een rechte lijn in het diagram, omdat het in tweemaal zoveel tijd altijd precies een tweemaal zo grote afstand zal afleggen. We gaan nu bekijken hoe de steilheid van de lijn samenhangt met de grootte van de snelheid.

- Nu jij:** 1. Hoe ziet een lichtsignaal dat precies een seconde duurt, eruit in het diagram?
2. Teken een foton dat in de negatieve ruimerichting beweegt.



Meting van de lichtsnelheid

De Nederlander Isaac Beekman stelde in 1629 als eerste een experiment voor om de lichtsnelheid te meten, en in 1676 kwam de Deen Ole Rømer met de eerste kwantitatieve bepaling, aan de hand van astronomische observaties. De eerste experimenten op aarde werden uitgevoerd rond 1850, door de Franse natuurkundige Fizeau en – na hem – Foucault. De figuur toont een vereenvoudigde weergave van de opzet van zo'n experiment. Een binnenkomende lichtstraal weerkaatst in een spiegel, die ronddraait met een hoeksnelheid van ω graden per seconde. De straal legt vervolgens een vaste afstand d af (in het originele experiment zo'n 8 kilometer enkele reis) en wordt teruggekaatst door een

vaste spiegel. Wanneer het licht na een tijd $\Delta t = 2d/c$ weer terugkomt bij de draaiende spiegel, is die intussen geroteerd over een hoek $\phi = \omega\Delta t$, zodat de straal die wordt teruggekaatst naar de detector, afgebogen is over een hoek 2ϕ . Nadat deze hoek is gemeten, wordt de snelheid van het licht bepaald met de relatie $c = 2d/\Delta t = 2d\omega/\phi$.

In 1886, voor de komst van de relativiteitstheorie, voerden Michelson en Morley een ander belangrijk experiment uit waarin ze aantoonde dat de lichtsnelheid in alle richtingen hetzelfde is. Dat liet zien dat er niet zoiets als een ether bestond, geheel in overeenstemming met een verderop te bespreken postulaat van de speciale relativiteitstheorie.