

Differentiaalvergelijkingen en Laplacetransformatie

Differentiaalvergelijkingen en Laplacetransformatie

M.M.H. Starmans

Schrijver: M.M.H. Starmans
Coverontwerp: M.M.H. Starmans
ISBN: 9789464924497
© M.M.H. Starmans

Voorwoord

Het modelleren van verschijnselen uit de technische wetenschappen, zoals natuurkunde en scheikunde, komt dikwijls neer op het combineren van balansvergelijkingen. Dit komt erop neer dat in het algemeen een formulering moet worden gemaakt in termen van differentiaalvergelijkingen. Afhankelijk van de aard van het probleem krijgen we te maken met (stelsels) gewone of partiële differentiaalvergelijkingen en met nevencondities in de vorm van begin- en/of randvoorwaarden.

In dit boek ligt de nadruk op de gewone differentiaalvergelijkingen. Voor deze vergelijkingen zullen we elementaire en werkbare technieken de revue laten passeren om ze op te lossen. Hierbij wordt vooral gebruik gemaakt van de “klassieke” standpunt dat elke differentiaalvergelijking exact op te lossen is in min of meer expliciete termen. Buiten beschouwing laten we dan ook numerieke oplosmethoden en ook kwalitatieve benadering van differentiaalvergelijkingen.

Voor zover abstracte begrippen aan de orde gekomen, is gekozen voor een vorm waarbij natuurkundigen zich thuis voelen. Voor deze nieuwe versie houdt dit in dat er op een enkele plek een bewijs wordt vermeld. Dit aantal echter is tot een minimum beperkt. Verder is er in deze nieuwe opzet gebruik gemaakt van voorbeelden uit een aantal vakgebieden van de natuurkunde om de mogelijkheid van differentiaalvergelijkingen te illustreren.

Omdat er praktisch gezien veel eerste en tweede orde differentiaalvergelijkingen worden toegepast, zullen enkel deze twee vormen worden behandeld. Voor het oplossen van zowel lineaire als niet-lineaire eerste orde differentiaalvergelijkingen worden enkele oplosmethoden gegeven. Verder wordt er alleen nog gekeken naar tweede orde differentiaalvergelijkingen met constante coëfficiënten.

Verondersteld wordt dat een grondige kennis van elementaire algebraïsche methoden en kennis van standaardfuncties aanwezig is. Verder is het bevorderlijk voor het begrijpen van de tekst dat differentiëren en integreren van standaardfuncties redelijk vlot verloopt. Ook de kennis en inzicht van elementaire wetten uit de natuurkunde op gebied van zowel de mechanica en procestechiek als de elektriciteitsleer wordt aanwezig geacht. Enige vorm van scheikunde en reactievergelijkingen is gewenst.

Rotterdam, juli 2005
M.M.H. Starmans

Dit boek is in 2005 geschreven voor de AD-opleiding chemische technologie (Vapro D) en is in die hoedanigheid als syllabus gebruikt. Na vele jaren op de plank te hebben gelegen is het nu bewerkt en in boekvorm uitgebracht.

Rotterdam, oktober 2023
M.M.H. Starmans

Inhoud

DEEL 1	8
1. Inleiding	9
2. Classificatie van differentiaalvergelijkingen	10
3. Differentiaalvergelijkingen van de eerste orde	11
3.1 Scheiden van variabelen	11
3.2 Eerste orde differentiaalvergelijkingen met constante coëfficiënten	13
3.3 Eerste orde differentiaalvergelijkingen zonder constante coëfficiënten	14
3.4 Lineaire eerste orde differentiaalsystemen	15
3.5 Algemene oplosmethode m.b.v. variatie van constante	19
4. Toepassingen van 1 ^e orde differentiaalvergelijkingen	20
4.1 Concentratieverloop in een tank	20
4.2 Niveauperandering in een tank	22
4.3 Energieopslag	24
4.4 De afkoelingswet van Newton	25
4.5 Chemische reacties	26
4.6 Elektrische Netwerken	27
4.7 De logistieke functie	29
5. Lineaire differentiaalvergelijkingen van de 2 ^e orde	33
5.1 Homogene oplossing van tweede orde differentiaalvergelijkingen	33
5.2 Particuliere oplossing van tweede orde differentiaalvergelijkingen	36
6. Toepassingen van 2 ^e orde differentiaalvergelijkingen	44
6.1 Een mechanische 2 ^e orde DV: de trilling	44
6.2 Een elektrische 2 ^e orde DV: het RLC-netwerk	52
DEEL 2	55
7. Inleiding	56
8. De Laplace-getransformeerde	57
9. Eigenschappen van Laplace-transformatie	62
10. De inverse Laplace-transformatie	68
10.1 Breuksplitsen van enkelvoudige, reële polen	69
10.2 Breuksplitsen van meervoudige, reële polen	70
10.3 Breuksplitsen van complex toegevoegde polen	72
11. De analyse van continue systemen	74
12. Stelsels gekoppelde differentiaalvergelijkingen	76

DEEL 1

differentiaalvergelijkingen