

# Kansberekening met munt

Op een dag krijgt meneer Elkerlik een folder in de bus. Hij kan zich laten verzekeren voor zijn begrafenis­kosten. Als hij elke maand een klein bedrag stort, betaalt de verzekering zijn begrafenis.

'Hé', denkt meneer Elkerlik, 'ik heb nu een brandverzekering. Daar betaal ik al jarenlang een behoorlijke premie voor. Maar de kans dat ik ooit brand krijg is misschien maar 1%. De kans dat ik overlijdt is 100%. Dom van die verzekeraar! Het is zeker dat ze straks mijn begrafenis moeten betalen!'

En meneer Elkerlik doet de kaart ingevuld op de post en verzekert zich daarmee tegen begrafenis­kosten. Natuurlijk moet hij een kleine maandpremie betalen, maar nogmaals: 100% kans dat de verzekering moet uitkeren!

Is de verzekeringsmaatschappij dom?

Nou, heel wat minder dom dan meneer Elkerlik denkt.

De maatschappij weet dat de Nederlandse man gemiddeld 79 jaar wordt. Meneer Jansen is 69 en heeft (gemiddeld gezien) nog 10 jaar te leven. Dan gaat de maatschappij rekenen.

Bij een overlijden wordt er € 5000,- uitgekeerd voor de begrafenis­kosten. Meneer Jansen gaat per maand € 50,- betalen. In 10 jaar betaalt hij:  $50 \times 12 \times 10 = € 6000,-$

Aha! Grote kans dat meneer Jansen € 1000,- extra betaalt voor zijn begrafenis!

Kans op kop: 50%.  
Kans op munt: 50%.  
Dus dit is een kans van 0%!



Verzekeraars zijn goede rekenaars. Vooral wat betreft kansberekening. Stel dat meneer Jansen een ziekte heeft. Dan is de kans aanwezig dat hij eerder overlijdt en wordt er een hogere premie berekend. (Waarom?) Dat is ingewikkeld en moeilijk werk. Wij gaan eenvoudiger kansberekeningen maken.

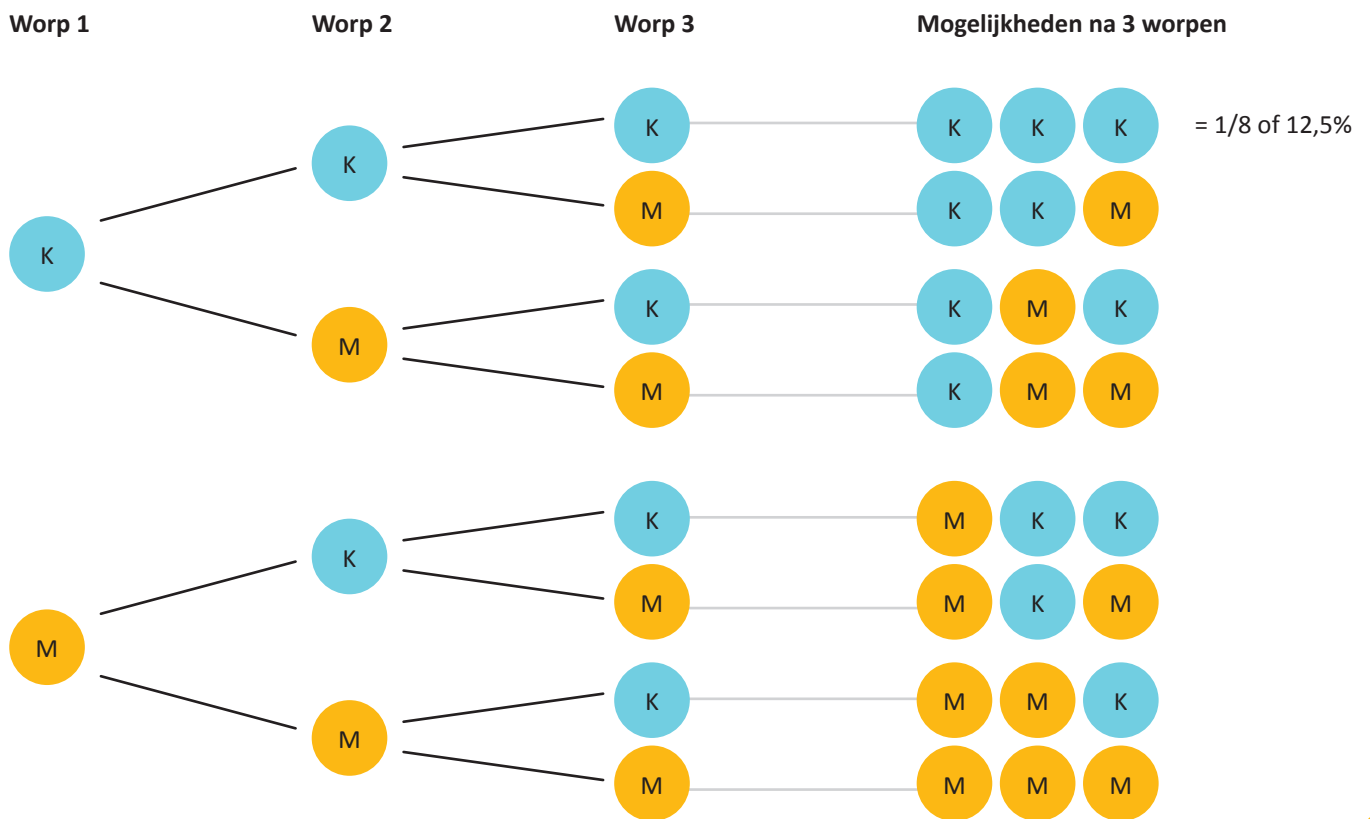
Stel dat je een munt, al draaiend, opgooit en deze weer opvangt. Er bestaat een kans dat 'kop' boven komt en een kans dat het 'munt' is. Beide kansen zijn even groot:  $\frac{1}{2}$  of 50%.

Hoe liggen de kansen als je meerdere keren de munt opgooit?

Om dit goed te kunnen berekenen, moeten we een zogenaamde kansboom maken. Daarop kun je precies zien welke kansen er na één worp, twee worpen, drie worpen, enzovoort, zijn.

Op de volgende pagina zie je een kansboom van 3 worpen.

## Kansboom van 3 worpen



Je ziet dat, als je meerdere malen gooit, er na elke uitkomst weer twee nieuwe kansen zijn.

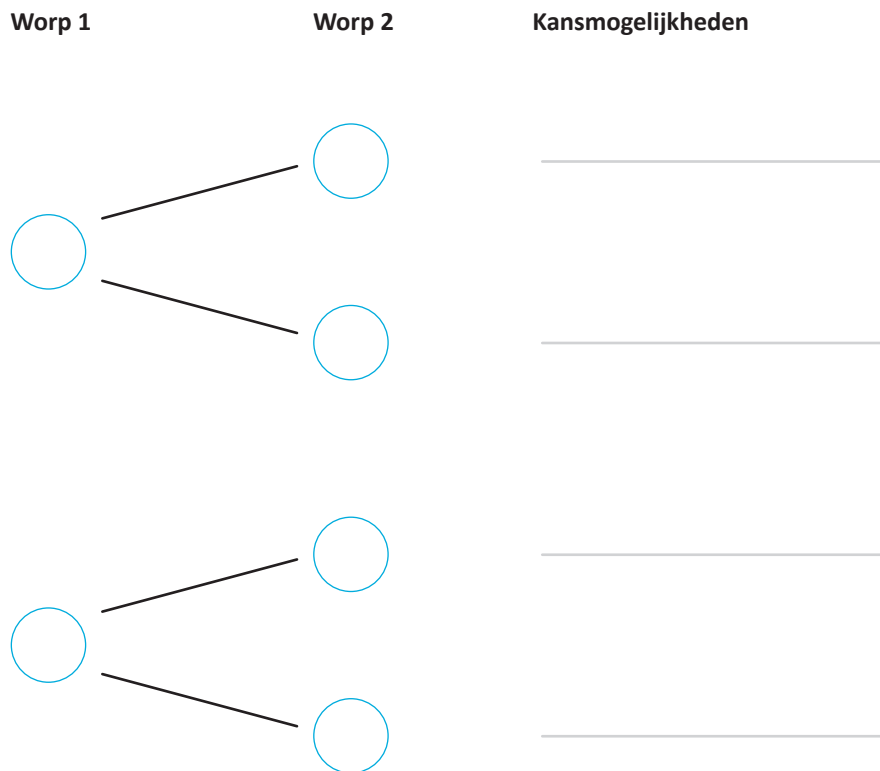
- Bij driemaal gooien heb je dus  $2 \times 2 \times 2 = 8$  mogelijkheden.
- De kans op elke mogelijkheid na 3 worpen is  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ .
- Na 4 worpen heb je  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$  mogelijkheden.  
De kans op een van die 16 mogelijkheden is dan  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ .
- Als je er procenten (= honderdsten) van maakt, dan deel je 100 door 8. Dus:  $\frac{1}{8} = 12,5\%$ .

Tussen gewoon rekenen en kansrekenen zit een belangrijk **verschil**.

- Gewoon rekenen:  $\frac{3}{4}$  van een getal = 75% van dat getal.
- Kansrekenen: de kans op een kop bij tweemaal munt gooien is 75%.

In het eerste geval hebben we te maken met een zekerheid. Het is zeker dat het antwoord 75% is. In het tweede geval gaat het om een kans. Die is 75%. Maar zelfs na 5 keer gooien heb je nog geen zekerheid dat er een kop tussen zit. Dat verandert als je heel veel keren gooit. Bij 100 keer gooien is het zo goed als zeker dat er een kop bij zit.

1. Vul dit schema van mogelijkheden bij 2 worpen in. Welke **kansmogelijkheden** zijn er dan?



2. Geef kansen steeds aan in **breuken** of **procenten**.



- a. Hoe groot is de kans dat er bij 2 worpen een K bij zit?  
.....
- b. Hoe groot is de kans dat er slechts 1 K bij zit?  
.....
- c. Hoe groot is de kans dat je bij 2 worpen tweemaal K hebt?  
.....
- d. Hoe groot is de kans dat er bij 3 worpen een K bij zit?  
.....
- e. Hoe groot is de kans dat je bij 3 worpen driemaal K hebt?  
.....
- f. Hoeveel kansmogelijkheden zijn er bij 4 worpen?  
.....



g. Hoe groot is dan de kans op viermaal K?

.....

h. Stel je gooit 5 maal. Welke kans is groter?

een reeks met allemaal K       een reeks met zowel K als M

i. Stel je gooit vijfmaal. Welke kans is groter?

KKKKK      of       MKMK

### Om over na te denken

De kans om met een muntstuk kop te gooien is 50%.

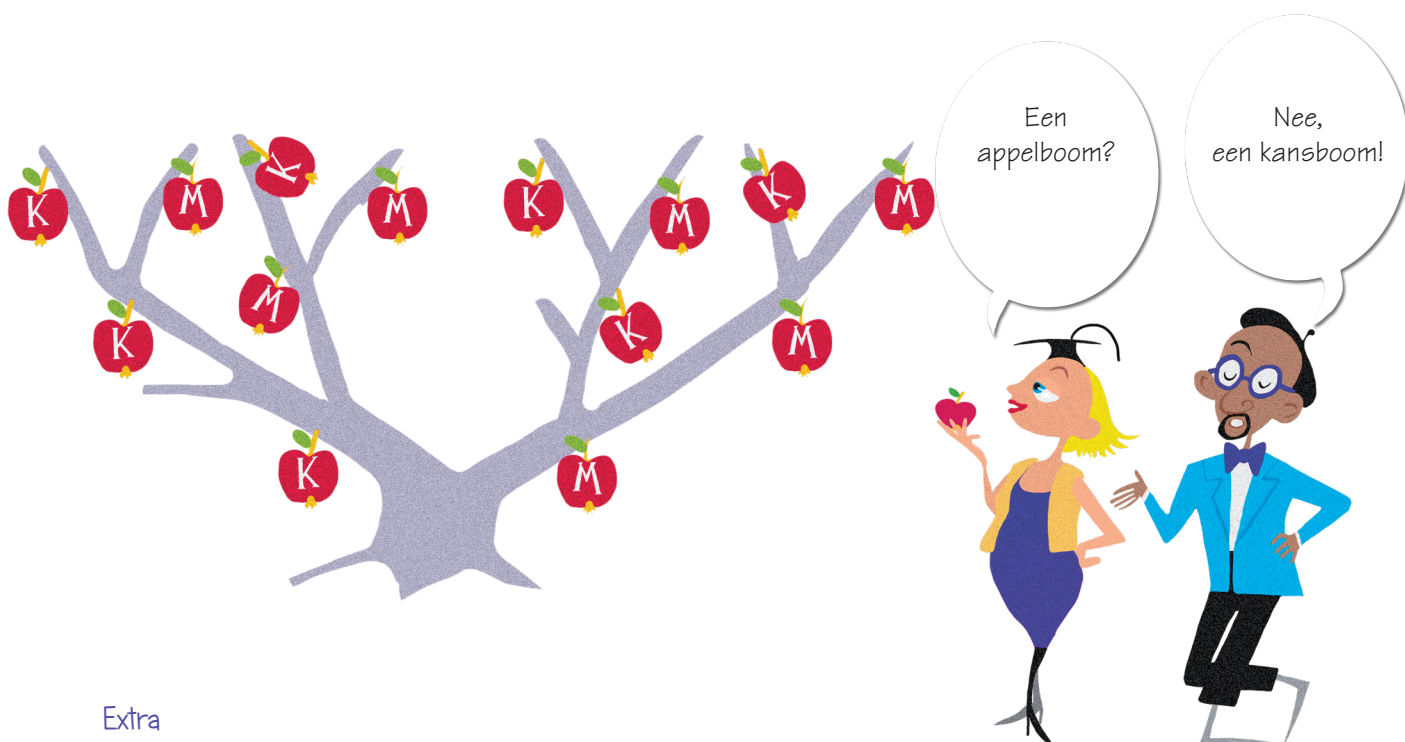
- Als je 4 maal gooit zou je dus 2 maal kop moeten hebben.
- Als je 16 maal gooit zou je dus 8 maal kop moeten hebben.
- Als je 30 maal gooit zou je dus 15 maal kop moeten hebben.

Maar we weten: het gaat om kansen en niet om (absolute) zekerheid.

3. Bij welk van de 3 pogingen is de kans het grootst dat je dicht bij de 50% kop komt?  
Of maakt dat geen verschil?

.....

*Je zou het uit kunnen proberen (en als je je verveelt 100 keer gooien).*



### Extra

4. Hoe groot is de kans dat je bij eenmaal gooien geen kop én geen munt hebt?

.....  
.....

5. Hoe groot is de kans dat je bij eenmaal gooien óf kop óf munt hebt?

.....  
.....